BIBLIOTECA NAZ.
Vittorio Emanuele III
XXXIV
G
31
NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

ADMIRANDI
ARCHIMEDIS
SYRACVSANI

MONVMENTA OMNIA MATHEMATICA, QVAE EXTANT,
Quorumque Catalogum inuersa Pagina demonstrat,

EX TRADITIONE DOCTISSIMI VIRI

D. FRANCISCI MAVROLICI

NOBILIS SICVLI, ABBATIS SANCTAE MARIAE A PARTV.

OPVS

Præclarissimum, non priùs Typis commissum, à Matheseos verò Studiosis enixè desideratum, tandemque è fuligine Temporum accuratè excussum.

AD ILLVST. ET RELIGIOSISSIMVM VIRVM

FR. SIMONEM RONDINELLI

SAC. HIEROSOLYMITANAE RELIGIONIS EQVITEM LAVDATISS. S. Ioannis Baptistæ à Sanigliano, necnon Pondaderæ, & S. Philippi de Osmo Commẽdatarium dignissimum. Vnius è Melitensibus Triremibus olim strenuissimum Ductorẽ, plurimarumq; Nauium Turcicarum Debellatorẽ gloriosum, In Vrbe felicissima Panormo pro sua Sac. Relig. pluribus annis vigilantiss. Legatum, Receptorem, ac Procuratorem Generalem, & inclyta Reatcensium Academiæ Vrbe in ipsa eruditissimum Principem: &c.

PANORMI

Apud D. Cyllenium Hesperium, Cum Licentia Superiorum,

MDC.LXXXV.

Digitized by Google

OPERVM OMNIVM ARCHIMEDIS, QVAE EXTANT, CATALOGVS.

EX TRADITIONE MAVROLYCI.

1. *De Circuli Dimensione.* *Pagina* 26.
2. *De Sphæra, & Cylindro.* pag. 40.
3. *De Æquiponderantibus, siue de Momentis æqualibus. Libri IV.* pag. 86.
4. *De Quadratura Parabolæ.* pag. 181.
5. *De Lineis Spiralibus.* pag. 196.
6. *De Conoidibus, & Sphæroidibus Figuris. Libri II.* pag. 226

TEXTVS PVRVS ARCHIMEDIS.

1. *De Numero Arenæ, siue Arenarius.* pag. 226.
2. *De Insidentibus Humido, vel de ijs, quę vehuntur in aqua. Libri II.* pag. 288.

EXOTICA, SIVE EXTERNA.

E varijs Auctoribus asserta.

1. *De Isoperimetris, siue de figuris æqualis ambitus.* pag. 293.
2. *De Corona.* *ibidem.*
3. *De Cochlio.* *ibid.*
4. *De Helica.* *ibid.*
5. *De Trispasto.* *ibid.*
6. *De Inuentis aduersus omnes Marcelli, & Appij machinas.* pag. 294.
7. *De Speculis vstorijs.* pag. 295.
8. *De Machinis aere, & aqua mouentibus.* *ib.*
9. *De confectione Sphæræ materialis.* *ib.*

AD ILLVST. ET RELIGIOSISSIMVM VIRVM

FR. SIMONEM RONDINELLI

SAC. HIEROSOLYMIT. RELIGIONIS EQVITEM LAVDATIS. &c.

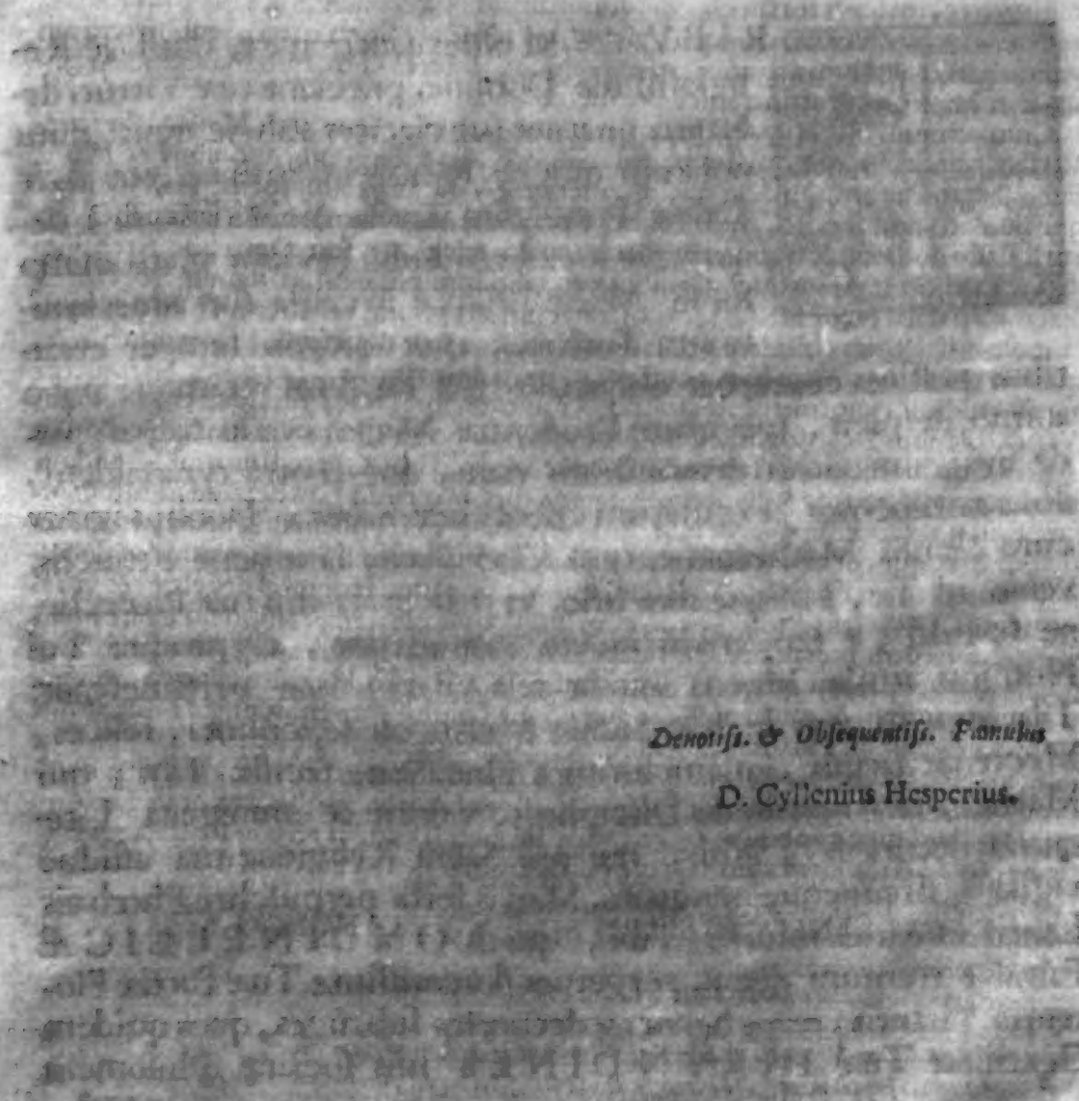
ILL. AC RELIGIOSISS. VIR.

TRIBVTVM obſeruantiæ meæ, Illuſt. ac Religioſiſſime Domine, præclaræ tuæ Virtuti debitum, quatuorque circiter abhinc annis (dum noſtrum quippè Reaccenſorum inclytæ Academiæ Principem ageres meritiſſimum) deuoto corde offerendum, tandem grato animo ſoluo. Moræ prolixæ in cauſa fuit aduerſa nimiùm Fortuna, quæ optimis ſemper conatibus peſſima coaceruat obſtacula: ſed Tu, dum vtramque æquo animo deſpicis, ſpeculum Prudentiæ Mundi oculis factus (vnde inſignem nobis demonſtraſti viam, quà contra tyrannidem illius dimicemus) excuſatum clientulum habeto. Duobus igitur cum Siculis Mathematicorum Coryphæis, iam penè extinctis, venio ad Te, Tibique illos ſiſto, vt deſiderata diu tua Protectione ſuffulti, è tenebris in lucem reuiuiſcant, clypeoque Tui Nominis armati Mortis inuidæ tela vlteriùs non pertimeſcant: Tibi inquam, qui in hac Siciliæ Metropoli feliciſſima, felices, Mecœnas largus, quamplurimos liberalitate feciſti: Tibi, qui Mathematicis non modò Diſciplinis, verùm & omnigena Literatura decoraris: Tibi, qui pro Sacra Religione tua aſſiduè vigilans, ſtrenuèque pugnans, Martis ſerta perpulchrè Phœbæis Lauris intexere valuiſti: Tibi, qui RONDINELLICÆ Familiæ æternum decus, perpetuos florentiſſimæ Tuæ Patriæ Florentiæ Virtutis vernos honores, decoreſq; ſubauges, quos quidem Gentilitiæ Tuæ HIRVNDINES ſuis ſociatæ Philomelis

nunquã

nuquam desinunt annunciare, vnde Tibi perbellè NOMEN, & OMEN. De qua Stirpe tua præclarissima, quæ in Te vno mirificè refulget, plurima forent (vt moris est Libros Dedicantium) volumina conscribenda; sed cùm tenuitas Epistolæ, & multò plus eximia tua Modestia id negotij non permittant, venerabundo silentio hìc loci Elogia Tibi debita proclamare statui. Age ergò, iam modò, Vir Inclyte, Auctores hos celeberrimos benigno sinu complectere, mèque tuis pedibus instantem solita benignitate prosequere, dum Tui inter tuos, vt fui, & sum, semper ero

Panormi Kal. Nou. 1684.



Deuotiss. & Obsequentiss. Famulus

D. Cyllenius Hesperius.

DON CYLLENIVS HESPERIVS

AD LECTOREM.

EN tandem Archimedis ex Maurolyco deſiderata Monumenta. Bone Deus, quantæ molis eſt conatus optimos executioni committere, præſertim, vbi dura Egeſtas dominatur: aſſurgunt enim poſt ipſam, Inuidia duce, cunctæ Erebi Peſtes, quæ Virtutis inclyta germina radicitus euellere conantur: adeſt tamen vocatus Apollo, & cedunt importunæ illę nubes, & laruę infauſtę. Quę mihi ſollicitudines, aduerſitates, itinera, dispēdia, iacturę pro reſtauratione huius Operis ſuccreuerint, prolixioribus chartis explicandi eſſet, nec te hic, bone Lector, eorū Narratione diſtinere cupio: leges forſan commodius illam, ad obiectamentum, *Cùm vacet Annales noſtrorum aptare Laborum*, cumqs Typi noſtri iā tertiò, vt flores teneri, reuulſi, tertiòqs pullulantes, robuſtum acquirant incrementum. Interea verò, quod ad hunc Archimedem Maurolyci pertinet, ſuccinctè memorabo.

Cùm primùm ſub Hiſpani Imperij vetuſtū, ſuauiſſimūque iugū Meſſana in ſe reuertens tandem rediit, quàm plurima ſupellectilia è Fugitiuorm opibus relictis à Fiſco Regio Panormum deuecta ſunt: inter quæ Volumina non ſpernenda, Phyluræque numero non modico miſcellaneæ, è prælo recèns deſumptæ. Reuolui illas ego curioſitate ſtudioſa, & quod præſtantius inueni, ſelegique, fuit Opus hoc Archimedis ex Traditione Maurolici. Gauiſſus extra modum fui, exiſtimans numeroſa fore Exemplaria: ſed breui lætitia mea corruit, cùm vix vnum, vel alterum è chartacea illa mole miſcellanea colligere potuerim, idque ſine frontiſpicio, & prolegomenis, &, quos in præfatione Maurolicus enumerat, ſine tribus vltimis Tractatibus. Indoluerūt mecū Studioſi Panormęi, Literarumque Fautores, inter quos præcipuè eruditiſſimus Vir D. Ioſephus Del-Voglia, cui in promouendis bonis Literis vix ſimilem produxit Aurea Concha, & cuius ſano conſilio de recudendo hoc Opere Panormi, ſecundum illud exemplar, vt tota Reſpublica Literaria theſauro tanto non defraudaretur, ſtatutum fuit: notitias inſuper addendo, quas vſpiam de ipſo poſſemus acupari, vt authēticum, & commendatius euaderet. Quam ob cauſam conſilio etiam illius ad doctiſſimum P. Franciſcum Alias Soc. Ieſu, qui Meſſanę tunc temporis degebat, & vt celeberrimum Matheſis Profeſſorem, cum huius voluminis impreſſionem latère non dubitabatur, dedi literas. Sed cum interea accepiſſemus ipſum Melitam ad inſtituendos in Mathematicis Equites Hieroſolymitanos a Magno Magiſtro aduocatum, illuc ei ſecundò ſcripſi, & paulò poſt egomet eò me contuli, vt citiùs quæ volutabamus animo, peragerem. Plurimis humaniſſ. ille Pater me cumulauit beneficijs, inter quæ mihi magis gratum, quòd Reu. P. Carolo Balſamo eiuſdem Soc. I. me maximè commendauit, literaſque ipſius hoc ipſum Opus concernentes, quæ ſeriem dilucidant, mihi tradidit, quibus ego, vt fas erat, ipſa die gratulabundus reſpondi. Igitur per literas ipſas de Archimedis hoc Opere ex Maurolico ſic te conſcium facio.

D. CYLLENIVS HESPERIVS REV. P. FRANCISCO ALIAS Societatis IESV, Panormo Melitam.

SI mihi paululum ſexcentis ab occupationibus vacaſſet, iam pridem iſtuc, poſthabito literarum quali quali ſupplemento, te inuiſum ire contuliſſem: poſtquam enim Famam vbique de te

ſuſpe-

ſuſpexi perſonantem, quàm omnigena virtute, ac eruditione præcellas, quàm vario idiomate (cuius & me ſtudioſa tenet ambitio) ornatus exiſtas, animum inceſſit adire ium tanto viro mancipandi quamprimùm obſequia mea: nec requieni interea, donec dilectos tuos Genitorem, Fratreſq; adirem, vt ſaltem illos tui loco venerarer, impetrauemque ab eis, vt me tibi dignarentur habere commẽdatum, quatenus ignorantię meæ tenebras doctrinæ tuę radijs colluſtrares: à quo enim niſi abs te vno, tanquã ab oraculo ſuo in hoc Trinacriæ Regno florentiſſimo reſponſa, præſertim de Diuina Matheſi queat expectare Reſpublica literaria? Atque id eſt in cauſa, cur tuã humanitatem folio preſenti compello, vt de iſtius facultatis Principe Archimede, qui ex traditione Abbatis Maurolyci ãte paucos ãnos Meſſanæ typis cudebatur, cunctas mihi notitias (ſcientiam enim huius impreſſionis te peculiariter audiui non latère) extensè reſcribere non recuſes. Vnde nempe originalia Maurolicana ſint deprompta, & quodnam huius veritatis indicium, ne pro ſuppoſitis habeãtur? Quis huius operis Curator, & Procurator extiterit, vt non periret in tenebris à tam longo tempore poſthumum? Quis expenſas elargitus eſt, vt imprimeretur? Apud quem Typographum eſt prælo commiſſum? Quomodo ex nouem libris, quos in præfatione Maurolicus pollicetur, ſex tantum abſoluti ſunt? Quenam de cæteris Maurolyci lucubrationibus fuerit intentio, ſitque modò ſtatus? & reliqua demum alia editionem hanc ſpectantia, quæ fas eſt Lectorem indagare.

Peruenit in hanc Vrbem deſideratum hoc Opus ex Meſſana ſub poteſtate Fiſci Regij, inter plurimas chartas miſcellaneas, è quibus vix vnum, vel aliud integrum Exemplar potuit colligi, cùm tamen priùs irato in mari naufragium perpeſſum fuiſſet: adeò perſequitur improba Fortuna non modò Viros doctos, verùm & ipſorũ ingenuos liberos Libros. De qua re cùm acerbè doleamus, de recudendo illo hìc Panormi cura non modica geritur: vt & reliquis tribus Libris, qui poſt ſex deſiderantur, ſicubi inueniri poterint, vel ſaltem eorum puro textu, quando illos inuenire non ſit datum, vt, quà poſſumus parte, prodeat abſolutum. Suadet hoc maximè eruditiſſimus Dominus D. Ioſephus Delvoglia, Vir nullo ſilendus ævo, & affatim ſua doctrina in Orbe notus, cuius doctiſſimo conſilio ea propter has ad te literas mitto. Miſertus verò eſt quamplurimum iniquæ ſortis Scriptorum adeò præſtantium Religioſiſſimus pariter ac doctus Dominus D. Fr. Simon Rondinelli, Sacræ Diui Ioannis Hieroſolymitani Religionis inclytus Commendatarius, qui ſui Nominis clypeo eos protegit, & latè honorat; nec enim alium, cui aquiori titulo illos dicarem, deſiderare vnquã poteram. Quorum dum gratam memoriam chartas meas cernis decorantem, nec minor exinde tibi ſurget gloria, quòd, vt in tenebris tanti Authores non deliteſcant tuis luculentis notitijs me ditaueris. Rogo ergò te enixè, vt quantociùs meis ſupplicationibus acquieſcas: expectatur enim auidiſſimè hoc opus, & gauderemus profectò relationem tuam, quam de illo expoſtulo, ipſi adnecteres, quò luculentiùs euadat. Vale vir doctiſſime, & faue. Panormi Nonis Maij, Anno à Virgineo Partu M. DC. LXXXI.

Reu. Tuæ

Obſequentiſſ. Famulus
D. Cyllenius Heſperius.

RESPONSIO REV. P. FRANCISCI ALIAS AD D. GYLLEN. HESP.

SVpra id, quod meis par erat meritis, epiſtolam tuam laudibus meis oneraſti: caue iterum pecces; ſed condono errorem: abſentia in cauſa fuit. Speciosiora, quæ procul, & in proſpectu ſunt, apparere ſolent; quæ ſi propriora fiant, venuſtatem amittunt. Moram in reſpondendo nonnullam interponere voleuam, vt tuæ petitioni facerem ſatis: quædam enim videbam eſſe, quæ me latebant; quare illicò ad amicum meum Meſſanæ degentem miſi, vt ex illo nota mihi fierent, tibique abſolutiſſimè reſponderem, cum Ioſeph La-Barbera typographus aduentu ſuo ſecundam attulit epiſtolam, calamumque meum excitauit, vt ea, quæ mihi notiora erant, tibi exponerem, iterum, & plenius, cum Meſſana, quæ poſtulaui, ad meam peruenerint notitiam, expoſiturus. Hæc igitur in præſens accipe. Plura Maurolyci de Matheſi ſcriptionibus ſuis exarata apud neſcio quem Meſſanæ ſeruabantur, quorum nonnulla Ioanni Alphonſo Borelli inſigni, ac celeberrimo Mathematico, meoque intimo familiari à Senatu Mamertino conſignata fuerant; vt ad publicam vtilitatem peruenirent, iamque typis edita fuerunt commentaria in Apollonij Pergæi conicas ſectiones: cùm circa decimum ab hinc annum eiuſdem Maurolici in Archimedem lucubrationes prælo committere meditabatur, & iam Senatus expenſis opus perfici cæptum; cùm exitiali

Supe-

Superum fato, publicæque rei exitio Borellus, quamuis vitæ integer, omnisque scelcris purus, paulo ante vrbis illius rumores exulare nonnullorum delationibus cogitur. Opus inde imperfectum, vt habes, in potestatem cuiusdam aromatarij, viri eruditione, ac mathematicis disciplinis pollentis cognomento di Lorenzo peruenit: hic sub Hispani dominium vrbe redeunte, sibi metuens Gallicam classem secutus euasit. Mauroÿci exemplaria domi relicta Regius Fiscus occupauit, nunc verò à te coempta, & recuperata esse vehementer, & supra quam credibile est, gaudeo. Hæc in præsentiarum, cætera, cùm ad me peruenient, libens daturus ero. Cæterùm scriptiones meas mathematicas, quas nunc Italico sermone recudo (non alio idiomate Equites Hierotolymitani discipuli mei, in quorum gratiam desudo, compositas esse iubent) Gallicis præsis committere in animo habebam; sed cum te intelligam bonarum artium, ac liberalium disciplinarum fautorem, sententiam mutare cogor, nec alium Mecœnatem quàm te expetere debeo. Sub finem anni Geometriam, nouæ, facilique methodo excogitaram, curæ tuæ committam, vt typis edita in omnium manibus versetur: interim, si vnũ Mauroÿci in Archimedẽ exemplar ad me miseris, nihil hoc muni gratius facere poteris. Vale, meque, ac meorum istic commorantium parentum in seruorum tuorum album fac referas. Melitæ prid. Kal. Iun. 1681.

LITERAE REV. PATRIS CAROLI DE BALSAMO SOC. IESV, ad Reu. P. Alias, Messana Melitam.

AD literam *volendo corrispondere alla celerità delle lettere di V. R. impostami, hò fatto* intensiue, *ciò ch'extensiue si conueua, per rintracciare cose adesso molto difficili, stãte il mancamẽto del fiore di Messina: con tutto ciò si riuende con risposte corrispondenti ad ogni interrogatione di-*sò. 1. *All'* Vnde Originalia Maurolycana, &c. *Che si hebbero questi da vn certo Caualiere, che veniua da parenti del detto Maroli, e nominaronmi il Marchese di Campotondo.* 2. Quodnam huius veritatis indicium, ne pro suppositis, &c. *Ecco: Il Carattere quì assai noto del Maroli, che pure in stesso conosco; carattere minuto, e che molto fauorina al risparmio della carta: in oltre il segno di essersi al fine de' commentarij il luogo, anno, giorno, & hora, in che si compiuano i suoi Trattati.* 3. Quis huius Operis Curator, & Procurator, &c. *Del primo si è il Sig. Lorenzo di Tomaso Aromatario in Messina, ma huomo di molteplice Letteratura, che adesso s'intende di professare in Roma la Medicina a' Cardinali, e primi Signori cõ molto applauso. Costui per danari di medicamenti, che gli deueuano i Signori parenti del Maurolì gli riscosse quegli originalì, & hauendo di propria borsa cauatasi qualche somma per promouere l'impressione dell'Opera suddetta, fu soccorso a tempo di Alberto Fuccari dal Senato della Città di Messina, a cui douea dedicarsi, d'onze 100. E benche questo della professione se n'intendesse, si cominciò però l'impressione con l'assistenza, e studio del Sign. Gio. Alfonso Borelli nell'anno 1670. e seguitò a stamparsi sino al 72. e dopo per i disturbi di quel tempo necessitato il Borelli a partirsi per Roma, restò imperfetta, essendosene solamente stampati i sei libri, che al presente si vedono, ch'erano rimasti in casa di Lorenzo di Tomaso, dove con altre robbe furono incorporati dal Regio Fisco, e trasportati in Palermo. Dal Che si sodisfa al dubbio 4.* Quis expensas, &c. *All'altro* 5. Apud quem Typographium. &c. *L'Impressore fu Paolo Bonacota, Stampatore in quei tempi del Senato, benche dallo stampato sin hora non ne comparisca il nome, non essendoni nè frontispicio, nè fine al libro. Siegue nelli quesiti il* 6. Quomodo ex nouem libris, quos in præfatione, &c. *Da tre libri, che mancano al compimento di tutto il commento d'Archimede, quello* de numero arenę *non si haueua dal Maurolì, e fu supplito in Roma dal detto Sig. Borelli, se ben non si sà per certo, s'ella sia stata fatica sua, o pure estratto da qualche altro Commentatore d'Archimede: E quanto agli altrì due mãco si hanno: onde si stima che sopraziunto dalla morte, benche egli li prometesse, nõ l'hauesse potuto trauagliare: sicche cõforme il Cillenio dice, vi potrebbe aggiungere il puro Testo d'Archimedenon lasciar l'opera imperfetta. Restano gli vltimi due quesiti* 7. Quænam de cæteris Maurolyci lucubrationibus, &c. *Certo è che Maroli scrisse più altre cose, non solo di Matematica, ma d'altre professioni. Il Sig. Gio: di Natale mi disse vna volta, che vidde in potere d' Alberto Fuccari vna historia Latina m. s. di tutto il riceuimento fatto in Messina, e forse nel resto di Sicilia (che nonme lo ricordo per appunto) all'Imperatore Carolo V. & io ne cercherò di tenere altro esame intorno a ciò. E l'altro* 8. *che dice:* Et reliqua demum alia editionem hanc spectantia, &c. *Nello stampar, si quest'Opera d' Archimede facenasi prima dal detto di Tomaso, e dal Borelli*

stam-

stampare il libro primo v. g. d' Archimede, e poi si dana a stampare l'autografo del Maroli sopra il medemo libro, e così degli altri libri; e commentatori separati l'uno dall'altro: e dicena, mentre attendena à questa stampa il Borelli, che pulina i calzari de' suoi Signori nella Matematica. Questo è quanto posso anco, acciò V. R. sopra questi documenti dell' Archimede del Maroli, ho trovato, ch'ella faccci mentione al Cillenio, come questa relatione gli sia stata inviata da me, che ne ho fatta accurata indagine, e grandissime ho ricevuto dal Sig. Gio. di Natale Dottore in Medicina, cospicuo fra gli Academici di Messina, destinato sempre per Secretario della Città e Senato, quando pora. Potrà pure V. R. significare, che per quant'altro occorrerà di voler sapere il Cillenio, potrà scrivere a me, per l'affetto, che gli ho conceputo, per essersi appassionato tanto degl'infortunij d' Autori sì gloriosi, sì che accetterò volentieri la corrispondenza con lui. Col che tutto a' SS. Sacrificij di V. R. mi raccomando. Messina 20 di Giugno 1681.

Di V. R.

Idegno seruo in Xpo
Carlo di Balsamo.

D. CYLLENIVS HESPERIVS REV. P. CAROLO DI BALSAMO S.

IVcundissimus tui Nominis odor animum meum totum suauitate plurima refecit, dum per literas tuas ad R. P. Franciscum Aias quas, & ipse mihi, cùm primùm Melitam appuli, fecit communes: undè quæritis meis de Maurolyci Archimede desideratam coronidem imponis. Retulit etiam mihi Panormi beneuolentiam tuam erga me Illust. ac Religiosiss. Dominus Commendatarius RONDINELLI, cui opus hoc celebre dedico. Gratias ago tibi immortales pro tam singulari vrbanitate, etenim ex arbore Balsami non nisi fragrantia distillat. Vellem te pro dignitate laudare, sed tua Stirps, tuæ actiones satis te prædicant. Dum ex hac Insula Panormum, redux me conferam, spero obsequia mea tibi ore, & corde confirmare. Vale Vir suauissime. Melitæ. Kal. Septembris 1682.

Tuæ Reuer.

Deditissimus Seruus
D. Cyllenius Hesperius.

ATque hæc sunt, Lector benevole, quæ per literas, & mea etiam propria diligentia comperire potui de nostro Maurolycano Archimede. Desideratum verò complementum, cùm deinde omni cura fuerit conquisitum, nec hucusque repertum, quod in animo habui, id effeci: Textum purum Archimedis, vnà cum eius exoticis Tractatibus ex Commandino, & Riualto desumptis, tandem subiunximus, & sic Opus prodit, qua potuimus parte absolutum, & diligentia concinnatum. Tu, Lector amice, tot labores, vt par est, æqui, bonique consulito; & qui sumptus ad impressionem liberaliter elargitus est, honorando Viro Antonino GIARDINAE, Bibliopolæ Panormitano, age non minus immortales gratias.

APPROBATIO R. P. BERNARDI GIACONII SOC. IESV,
EX COMISSIONE REVENDI CANONICI, AC PROVICARII GEN. SAC. METROP. ECCLE. PANORMIT. D. ALEXANDRI NOTO.

Archimedis Syracusani monumenta Mathematica, ex traditione Francisci Maurolyci, &c. attentis oculis legi: nil in illis contrarium ortnodoxæ Fidei, aut sanæ doctrinæ inueni: quin piura esse cognoui, quæ in Mathematicis disciplinis versatos nō parum iuuare possunt. Vnde communi Mathematicorū vtilitati consultum iri censeo, si in lucem prodeant. Dat. in hoc Collegio Soc. Iesu. die 3. Ianuarij 1684.

Iuxta relatam assertionem IMPRIMATVR. *Noto pro V. G.*

APPROBATIO D. IOANNIS BAPT. DE IVDICE, LIBR. CENSORIS.

DE mandato Illustrissimi Dom. D. Ioannis Ramondetta, Ducis S. Martini, de Cōsilio Suæ Cath. M. Regentis in supremo Cōsilio Italiæ, Magistri Iustitiarij, Locumtenentis, & Præsidentis dignissimi Tribunalis Mag. Reg. C. accurate, ac diligenter perlegi librum, cuius titulus est, Archimedis Syracusani monumenta Mathematica ex traditione Francisci Maurolyci, &c. Et cum in eo nihil offenderim, quod bonis moribus, ac Regiæ Iurisdictioni Regiisque Pragmaticis aduersetur, dignum arbitror, vt typis mandetur. Panormi 18. Ianuarij 1684.

Stante præsenti approbatione IMPRIMATVR. *Ramondetta V. P.*

FRAN-

FRANCISCI MAVROLYCI MESSANENSIS PRÆPARATIO AD ARCHIMEDIS OPERA.

PROOEMIVM.

ARCHIMEDES SYRACVSANVS Acutiſſimus Geometra, machinator præſtantiſſimus, ac Syderum ſpeculator clariſſimus extitit. Qui cùm M. Marcellus Syracuſas obſideret, machinis ingeniosè inuentis diu Patriam tutatus eſt: Nam ſaxorum iactu, ferrea manu comprehenſis nauigiorum hoſtilium malis, telorum iaculatu per murorum rimas ad id factas, hoſtem admiratione pariter, ac terrore concuſſerat, vt Liuius ait. Is idem portentoſæ magnitudinis nauim ab Hierone Rege conſtructam, ſolus, machinis ſua vna manu correptis deduxit; vt Moſchion multis refert. Sphæram, in qua motus omnes Aſtrorum repræſentarentur, fabricauit; de qua extat Claudiani Epigramma. Coronam auream à dicto Rege Dijs dicatam ab artifice viciatam, nouo, miroq; ingenio coarguit, vt Vitruuius refert. Sed non omnia eius inuenta litteris mandata ſunt, tam ſcilicet mechanica, quàm Geometrica. Demùm poſt triennium, captis Syracuſis Philoſophus illuſtriſſimus ab imprudente milite, geometricis lineamentis in puluere deſcriptis, intentus, dum interrogatus, quis eſſet, nomen ſuum edere diſtert, illumq; ne lineas diſturbaret, oraret, peremptus ſanguine proprio deductas formas fædauit. Sic Vir præclarus, quem apprimè incolumem Romanus Ductor cupiebat, quemq; ſeruari præceperat, ingenio, & arte, & ſalutem, & interitum ſibi comparauit: Non defuit tamen Ductoris munificentia erga perempti cognatos; quippe quos, & honore decorauit, & præſidio iuuit; vt Liuius, Valerius, alijq; Hiſtorici prodidere. Sed intentum noſtrũ eſt commemorare huius egregij Philoſophi monumenta, quibus præcipuè nomen ſuum immortalitati mandauit; & quorum parciùs mentio fit in Hiſtorijs. Eius itaq; Operum in ordine Primum, eſt περὶ κύκλου μέτρησις hoc eſt, Circuli dimenſio; in quo demonſtrat Circulum eſſe æqualem triangulo orthogonio, cuius eorum, quæ circa rectum angulum, laterum, vnum æquale eſt circuli ſemidiametro, alterum peripheriæ. Secundo loco ponendum eſt Opus περὶ σφαίρας, καὶ κυλίνδρου, hoc eſt, de Sphæra, & Cylindro, ad Doſitheum, in quo demonſtrat Sphæræ ſuperficiem quadruplam eſſe ſuo maximo circulo: & Cylindrum eiuſdem craſſitudinis, axiſq; cum ſphæra eſſe ad eam ſeſquialterum. Et alia circa Sphærica ſegmenta. Ex quo tantum gloriæ ſibi comparaſſe viſus eſt Archimedes, vt qui rem in Geometria præcipuam primus omnium demonſtrauerit, vt eius Sepulchro, Sphæram, & Cylindrum inſculpi mandatum ſit. Cicero id Sepulchrum, dum Siciliam peragraret, à ſe inter dumeta inuentum memorat. Tertiùm in ordine ponimus opus περὶ ἑλίκων,

hoc eſt, de æquiponderantibus: in quo præceptum tradit inueniendi centra grauitatis in rectilineis, planiſq; figuris. In quo quidem mirum eſt, ab eo centra ſolidorum fuiſſe prætermiſſa. Quartum erit Τετραγωνισμὸς παραβολῆς, hoc eſt, Quadratura Parabolæ, vbi demonſtrat, Parabolen eſſe Seſquitertiam ad Triangulum rectilineum eiuſdem baſis, & celſitudinis; vtiturq; in demonſtratione tum doctrina æquiponderantium, tum geometrico Syllogiſmo. Quem libellum ſcribit ad Doſitheum, faciens mentionem de morte Cononis, ad quem antea ſcribere conſueuerat, quorum vterq; in Geometria verſatus, & Archimedis familiaris extiterat. Quinto his loco ſuccedit Opus Περὶ ἑλίκων γραμμῶν, hoc eſt, de ſpiralibus lineis; vbi rectas quaſdam ſpiram tangentes peripherijs circularibus æquales eſſe demonſtrat: Item primam ſpiram eſſe tertiam partem ſui Circuli; ſecundam ſpiram ad ſuum circulum eſſe ſicut ſeptem ad duodecim: itaq; deinceps: Nam cùm Circuli ſint in proportione quadratorum numerorum, ipſæ ſpiræ conſiſtunt in proportione hexagonalium æquiangulorum. Hunc quoq; libellum miſit ad Doſitheum, faciens item Cononis mentionem, qui morte præreptus, ea inexplicata reliquerat. Sextum in ordine facio libellum Περὶ κωνοειδέων καὶ σφαιροειδέων, hoc eſt, de Conoidibus, & Sphæroidibus figuris, quem & ad Doſitheum prædictum miſit; in quo multa de proportione circulorum, & ellipſium inter ſe demonſtrat. Item, ſolidum parabolicum eſſe ſeſquialterum ad ſuum conum. Et alia de proportione, tam hyperbolici, quàm ſphæroidis ſolidi ad conum ſuum: acutiſſima quidem, & tanto Ingenio digna inuenta. Septimum erit Opus de numero Arenæ, in quo plus admirationis Titulus affert, quàm liber ipſe Speculationis, ad Gelonem Regem inſcriptus. Multa in eo de magnitudine Terræ, ac luminarium: quæ quoniã ea tẽpeſtate nondum ſatis perſpecta fuerant, culpa tempori, nõ Philoſopho imputãda. Addendũ poſtea opus περὶ σκοπιμάτων, hoc eſt, de figuris æqualis ambitus, quod ab aliquibus Archimedi, ab alijs verò, & veriùs, Theoni Alexandrino attribuitur. In quo oſtenſum eſt, inter planas figuras iſoperimetras, circulum, inter Solidas verò, ſphæram eſſe capaciſſimam. Et tandem nonum, & minimè prætermittendum, Περὶ κατοπτρικῶν κατοπτρῶν, hoc eſt, de Speculis comburentibus; quod aliqui Archimedi; alij veriùs, Ptolomæo adſcribunt; in quo docet Speculo ad comburendum efficaci dandam eſſe formam concauam à parabola deſcriptam; quippe in quam Solares radij ad æquidiſtantiam incidentes ad idem punctum reflectuntur; in quo collectus ex plurimis lucis calor potentiſſimus ſit ad comburendum fomitem ibi appoſitum. Eutorius Aſcalonita Commentarios ſcripſit in Opera de Circuli dimenſione, de Sphæra, & Cylindro, de æquiponderantibus, vbi multa plus obſcuritatis, quàm aut iucunditatis, aut vtilitatis habentia, & nihil ad intelligentiam Authoris ſpectantia, intermiſcuit. Hæc ego omnia cùm vidiſſem, conatus ſum ad faciliorem intellectum multa lemmata adijcere, multa ab Archimede omiſſa demonſtrare, tum in æqualium momentorum negotio Centra ſolidorum tractare, rem ab illo prætermiſſam. In libello de Sphæra, & Cylindro vſus ſum facilìori via; in quo, ne quis arbitretur me inconceſſibilia principia poſtulaſſe, ſi cuilibet ſuperficiei aliquam Sphæricam, aut Conicam, aut Sphæricæ portionis Superficiem æqualem eſſe ſupponam, aut conicam, ſiue Cylindricam ſub data celſitudine. Demonſtrabimus, & hic ipſa Principia. Item datis duabus Superficiebus, Superficiem eſſe vni datarum ſimilem, & alteri æqualem. Datiſq; duobus ſolidis, aliquod ſolidum eſſe vni datorum ſimile, & alteri æquale. Ad quod cùm neceſſaria ſit duarum mediarum proportionalium inuentio, id ipſum problema ex Veterum Philoſophorum traditione tractabimus, vt Eutorius memoratus in Commentarijs ſcripſit. Præmittemus autem principia, quæ, vt facilè conceſſibilia poſtulauimus.

PO-

POSTVLATA.

1 Quibuslibet duabus eiuſdem generis magnitudinibus eſſe duas lineas proportionales.

2 Perimetrum figuræ planæ circumſcribentis, aut includentis planam figuram, perimetro circumſcriptæ, aut incluſæ eſſe maiorẽ; ſi tamen ad eaſdẽ partes cauæ fuerint.

3 Figuram circumſcribentem, aut includentem, circumſcripta, aut incluſa eſſe maiorem.

4 Superficiem figuræ ſolidæ circumſcribentis, aut includentis ſolidam quampiam figuram ſuperficie inſcriptæ, aut incluſæ ad eaſdem partes cauæ eſſe maiorem.

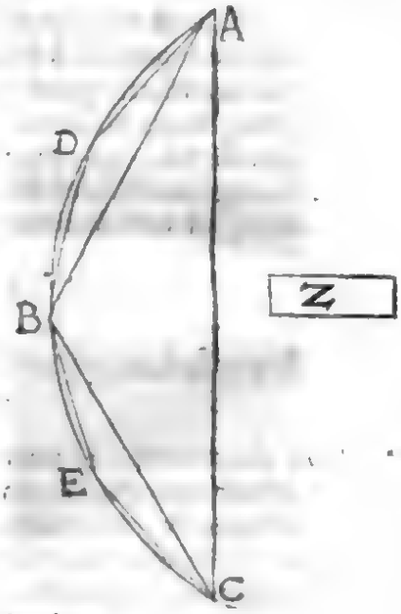
5 Figuram ſolidam circumſcribentem, aut includentem figura circumſcripta, aut incluſa eſſe maiorem.

6 Si duæ magnitudines ſemper alia magnitudine ſint ſimul maiores, aut ſimul minores, erunt inter ſe æquales.

PROPOSITIO I.

Superficiem Cylindricam ſuperficie Columnari circumſcripta, vel incluſa, eſſe maiorem.

CApiatur enim vnum laterum columnæ circumſcriptæ erectum ſuper lineam rectam A C, & portio ſuperficiei cylindricæ erecta ſuper arcum A B C, Et ſic demonſtrandum erit, quod ſuperficies cylindrica A B C maior eſt ſuperficie plana A C; Hoc enim oſtenſo, ſequitur, totam ſuperficiem cylindricam tota ſuperficie columnari inſcripta maiorem eſſe. Itaq; ſit, ſi poſſibile eſt, ſuperficies cylindrica A B C minor ſuperficie plana A C; ita vt cum ſuperficie Z ſit ſuperficiei A C æqualis, & diuiſo arcu A B C iterum, atque iterum, donec relictæ portiones ſint minus, quam Z: Erit iam cylindrica ſuperficies A B C cum reliquis portionibus ſumpta minor ſuperficie plana A C; & à fortiori, minor ſuperficiebus planis erectis ſuper lineis rectis A D, D B, B E, E C. Quod eſt contra quartum poſtulatum. Non igitur minor eſt ſuperficies cylindrica A B C ſuperficie plana A C. Similiter nec æqualis eſſe eidem demonſtrabitur. Superest ergo, vt maior ſit; quemadmodum proponitur.



PROPOSITIO II.

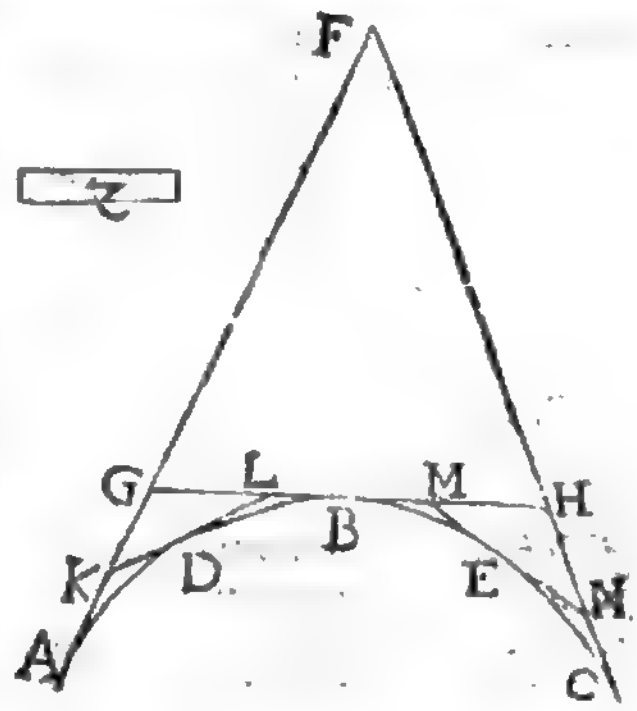
Superficiem Conicam Superficie Pyramidali inſcripta, vel incluſa, eſſe maiorem.

IDem proceſſus, eademque deſcriptio huic Propoſitioni inſeruiet, quæ præcedenti. Vnde ſi Superficies tam Cylindrica columnarem inſcriptam, quàm Conica pyramidalem inſcriptam excedit, multò magis, & incluſam, quam non tangit, excedet: quandoquidem inſcripta maior eſt, quàm incluſa. Conſtat ergo Propoſitum.

PROPOSITIO III.

Superficiem columnarem maiorem esse superficie cylindrica inscripta, vel inclusa.

CApiantur duo latera Columnæ erecta super rectas A F, P C, & portio cylindricæ superficiei super arcum A B C, quæ superficies vtræq; terminantur ad latera cylindri erecta super pũcta A, C; quæ latera sũt contactus superficierum planarum super A F, F C positarum cum superficie cylindrica posita super arcum A B C; Itaq; demonstrandũ est, quod plana superficies A F C maior est cylindrica superficie A B C; hoc enim ostenso, sequitur, totam columnarem planam superficiem maiorem esse tota cylindrica superficie. Itaque sit, si possibile est, plãna superficies A F C minor cylindrica superficie A B C; Sectoq; iterum arcu A B C, atque iterum ducantur tangentes circulum, donec relictę portiones inter tãgentes, & peripheriã sint minus spario Z, quo superficies cylindrica A B C excedere supponitur planam A F C: Eritq; à fortiori, eadem superficies cylindrica A B C maior, quam superficies plana posita super A K, K L, L M, M N, N C, vnà cum portionibus relictis: Quod est contra quartum Postulatum. Non igitur minor est superficies plana A F C, superficie cylindrica A B C. Similiter nec æqualis esse demonstrabitur. Maior igitur erit; Quod est propositum.



PROPOSITIO IV.

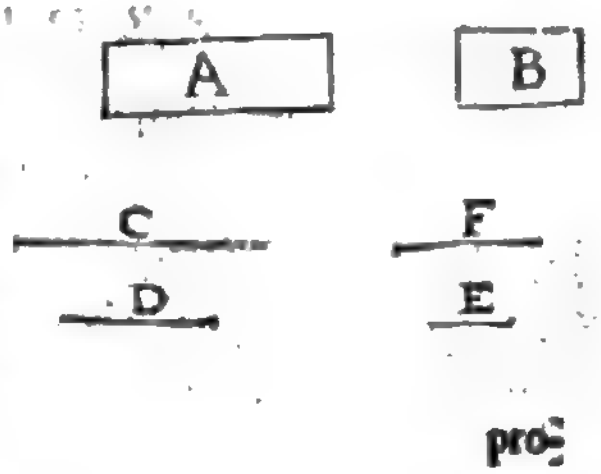
Superficiem pyramidalem maiorem esse Superficie conica inscripta, vel inclusa.

NOn alio processu, quàm præcedens demonstrabitur. Vnde si superficies, tàm Columnaris cylindricam inscriptã, quàm Piramidalis conicam inscriptã excedit, multò fortiùs, & inclusam excedet, quandoquidem inscripta sibi inclusam excedit.

Illud autem notandum, quòd in Cylindrica Superficie relictæ portiones supradictæ, tàm in præmissa, quàm in prima huius capiendæ sunt in vtraque basi, quo superficies circumscribens, eosdem terminos habeat cum inscripta, sicut quartum Postulatum supponit. Constat ergo Propositum.

PROPOSITIO V.

Esse aliquam lineam, ad quam data linea datam habet rationem.



SIt data ratio magnitudinis A ad magnitudinem B, data linea C, erunt vtique, per primum postulatũ, lineæ ipsis magnitudinibus A, B

pro-

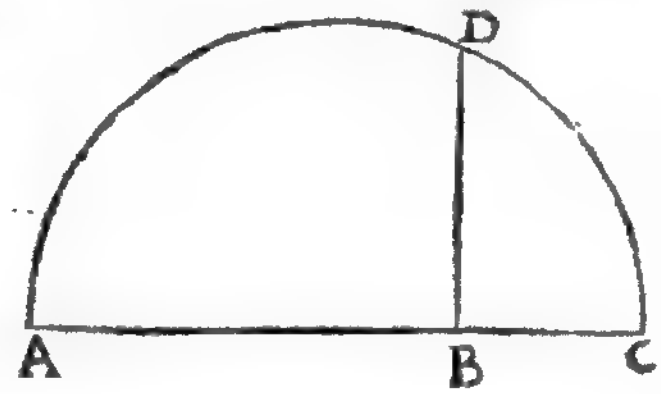
Digitized by Google

proportionales, quæ ſint D, E, vt ſcilicet A ad B ſit, ſicut linea D, ad lineam E. Sit per decimam, Sexti Eucl. ſicut D ad E, ſic C ad F. Eritq; C ad F, ſicut A ad B. Quod eſt propoſitum.

PROPOSITIO VI.

Quibuslibet duabus lineis aliquam mediam intereſſe proportionalem.

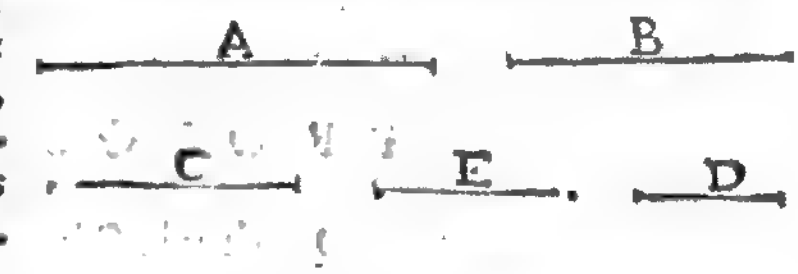
VT ſi ſint datæ lineæ rectæ A B, B C in rectum coniunctæ: Deſcripto ſuper totam A C ſemicirculo, excitataq; perpendiculari A D vſq; ad peripheriam. Erit, per nonam Sexti Eucl. B D inter ipſas A B, B C media proportionalis, Conſtat ergo propoſitum.



PROPOSITIO VII.

Eſſe aliquod quadratum, ad quod datum quadratum datam habeat rationem.

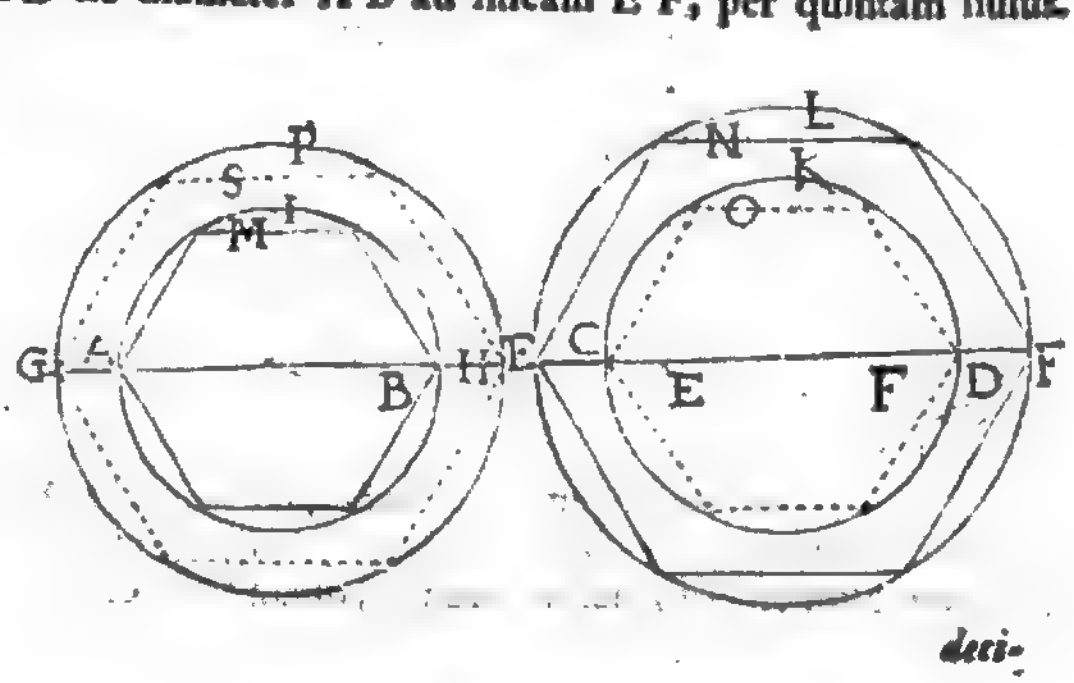
SIt data ratio, quæ magnitudinis A ad magnitudinem B; datum quadratum lineæ C. Erit iam per quintam præmiſſam ſicut A ad B, ſic linea C ad aliquam lineam, quæ ſit D; interſit itaque ipſis C, D, per præcedentē, media proportionalis E: eritq; ſicut C ad D hoc eſt, ſicut A ad B, ſic quadratum C ad quadratum E, quādoquidem dupla eſt ratio C ad D eius quæ C ad E. Conſtat ergo propoſitum.



PROPOSITIO VIII.

Circulorum Peripheriæ ſunt diametris proportionales.

SInt Circuli A I B, & C K D quorū diametri A B, C D; Sitq; ſicut peripheria A I B ad periferiam C K D ſic diameter A B ad lineam E F, per quintam huius. Et demonſtrandum erit, quod linea E F æqualis erit lineæ C D. Nam ſi linea E F maior eſt, quā linea C D: intelligatur Circulus E L F concentricus circulo C K D, & inſcribatur circulo E L F figura multiāgula E N F minimè tangens circulum C K D, per



deci-

Digitized by Google

decimumtertiam duodecimi Element. Eucl. Et ei ſimilis figura A M B inſcribatur circulo A I B, Eritq; ſicut linea A B ad lineã E F, ſic perimeter figuræ A M B ad perimetrum figuræ E N F, & ideò ſicut peripheria A I B ad peripheriã C K D, & permutatim ſicut perimetur A M B ad peripheriam A I B, ſic perimeter E N F ad peripheriam C K D: Sed per ſecundum poſtulatum maior peripheria A I B perimetro A M B, igitur, & maior peripheria C K D, perimetro E N F; incluſa videlicet maior includente: quod eſt contra dictum poſtulatum. Non eſt ergo maior linea E F, quàm linea C D. Si autem minor, tunc conuerſim erit, ſicut peripheria C K D, ad peripheriam A I B, ſic iam linea E F ad lineam A B. Sit itaq; ſicut linea E F, ad lineam A B, ſic linea C D, ad lineam G H, *per quintam huius*. Eritq; ſicut linea C D, ad lineam G H, ſic peripheria C K D ad peripheriam A I B; & erit *per 14. quinti*, quoniam C D maior, quàm E F, iam, & G H maior, quàm A B. Vnde ſequitur idem impoſſibile, quod prius, vt ſcilicet peripheriæ primæ ad peripheriam ſecundam ratio ſit, ſicut prima diameter ad lineam maiorem ſecunda diametro. Non eſt igitur linea E F minor, quàm linea C D. Sed nec maior fuit. Æqualis erit ergo. Quod fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO IX.

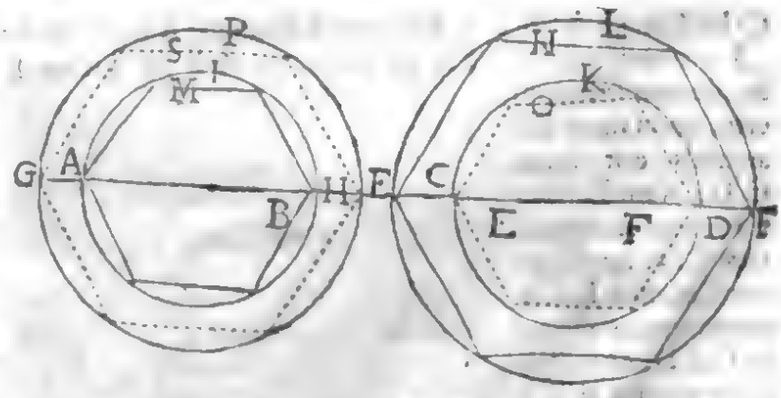
Similes Circulorum arcus ſunt chordis, atque etiam Diametris proportionales.

NAm ſimiles arcus *per diff.* aſſumunt æquales, tàm ad centrum, quàm ad peripherias, angulos. Et idcirco *per vltimam Sexti Euclid.* ſunt proportionales integris ſuorum circulorum peripherijs: Sed, *per præcedentem*, peripheriæ diametris ſunt proportionales; igitur, & ſimiles arcus ſunt itidem Diametris; quare, propter ſimilitudinem triangulorum, & chordis proportionales. Quod proponitur demonſtrandum.

PROPOSITIO X.

Circuli ſunt Quadratis Diametrorum proportionales.

SVnto Circuli A I B, C K D, quorum diametri A B, C D, ſitq; ſicut circulus A I B, ad circulum C K D, ſic quadratum A B ad quadratum lineæ E F, *per ſeptimam huius*. Et demonſtrandũ erit, quod linea E F æqualis eſt lineæ C D. Nam ſecùs eſt maior, aut minor: Si linea E F maior, quã linea C D, tunc fiant eadem, quæ in præmiſſa 8. Eritq; ſicut quadratum A B ad quadratum E F, ſic figura A M B ad figurã E N F; & ideò ſicut circulus A I B ad circulũ C K D, & permutatim, ſicut figura A M B ad circulum A I B, ſic figura E N F ad circulum C K D; maior eſt autem *per 3. poſtulatum*, circulus A I B, quàm figura A M B. Ergo maior circulus C K D, quàm figura E N F, quod eſt impoſſibile *per dictum poſtulatum*. Non eſt ergo maior linea E F, quàm linea C D. Si autem minor, tunc conuerſim



uerſim erit ſicut circulus C K D ad circulum A I B, ſic quadratum E F ad quadratum A B, ſit ergo *per ſeptimam* ſicut quadratum E F ad quadratum A B, ſic quadratum C D ad quadratum G H, eritq; ſicut quadratum C D ad quadratum G H, ſic circulus C K D ad circulum A I B, & quoniam C D maior, quàm E F, iam *per* 14. 5. G H maior, quàm A B. vnde ſequitur idem impoſſibile: vt ſcilicet circuli primi ad circulum ſecundum ratio ſit vt quadratũ primæ diametri ad quadratum lineæ maioris ſecunda diametro. Non eſt ergo minor linea E F, quàm linea C D, ſed nec maior fuit: æqualis eſt ergo: quod fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO XI.

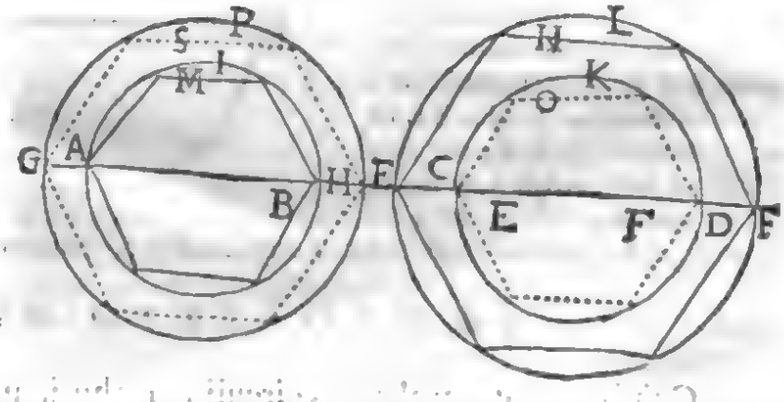
Similes Circulorum Sectores, & Similes portiones ſunt quadratis diametrorum proportionales.

SImiles enim ſectores ſunt *per vltimam Sexti Euclid.* circulis integris proportionales: Quare *per præcedentem*, ſunt, & quadratis diametrorum proportionales. Item in huiuſmodi ſectoribus Triangula rectilinea ad centra ſuper chordas portionũ, ſunt, & dictis quadratis proportionalia: Quare cùm ablata, quæ ſunt ipſa triangula, ſint totis, quæ ſunt ſectores, proportionalia, erunt, *per decimam nonam Quinti Element.* & relicta, quæ ſunt portiones totis proportionalia. Quod fuit oſtendendum.

PROPOSITIO XII.

Cylindrorum ſimilium ſuperficies ſunt quadratis, quæ ex diametris baſium, proportionales.

FIant ea, quæ in x. præcedenti, & ſuper circolos A B, C D, E F, G H, intelligantur ſimiles cylindri erecti; & ſuper figuras multiangulas A B, C D, E F, G H, intelligantur columnæ lateratę cylindris inſcriptæ, & eiuſdem altitudinis cum cylindris; & pro circulis, cylindricæ ſuperficies, quarum circuli ſunt baſes; pro figuris autẽ inter circulos deſcriptis ſumantur columnares laterum ſuperficies, quorum figuræ ſunt baſes; & pro tertio poſtulato citetur prima huius. Et idem proceſſus in demonſtratione ſeruetur.



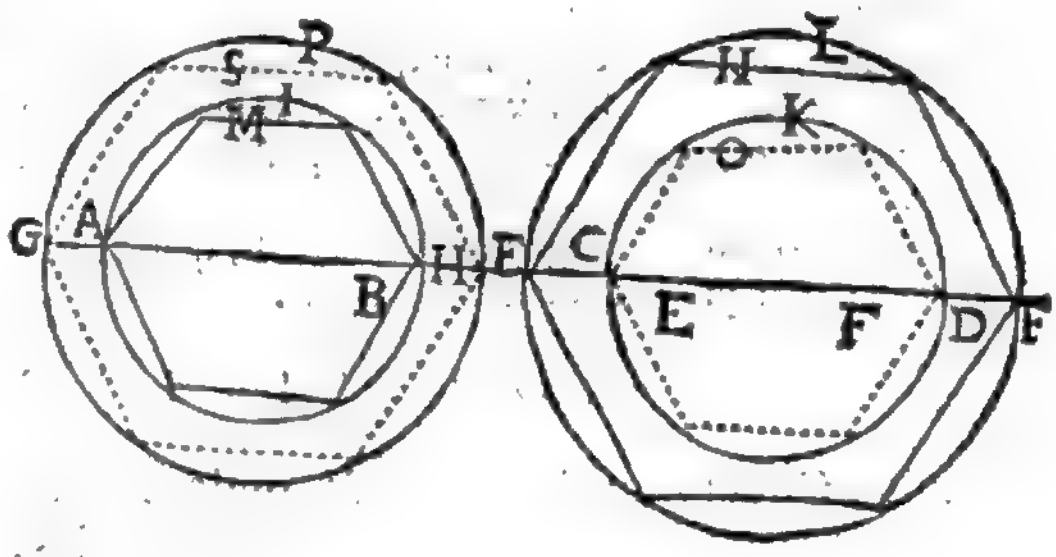
PROPOSITIO XIII.

Conorum ſimilium ſuperficies ſunt quadratis, quæ ex Diametris Baſium, proportionales.

FIant ſimiliter ea, quæ in x. præcedenti: & ſuper circulos A B, C D, E F, G H; intelligantur totidem laterum pyramides conis inſcriptæ, & eiuſdem celſitudinis

cum

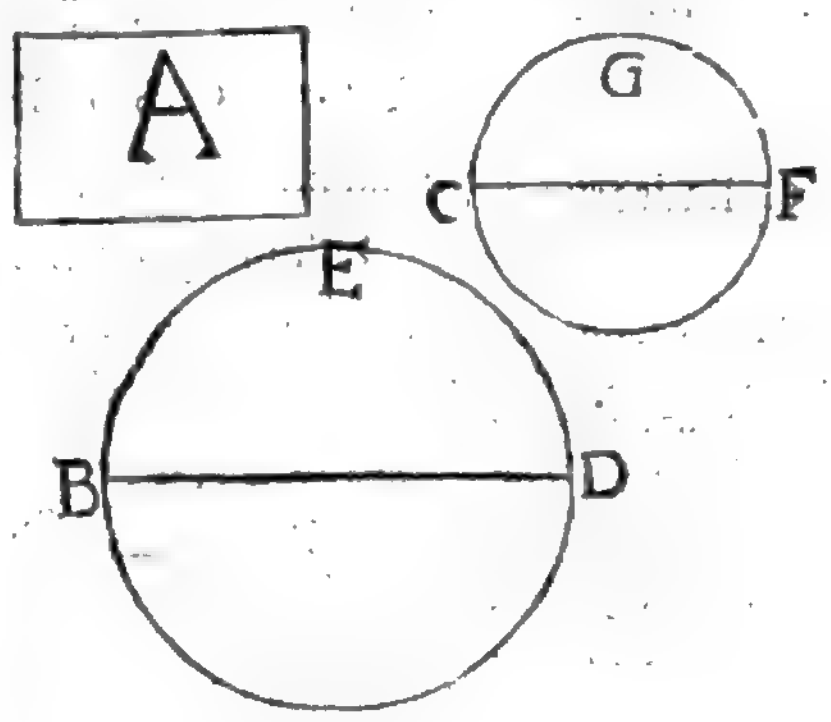
cũ conis. Et pro circulis conicæ ſuperficies, quarum figuræ ſunt baſes. Pro figuris autẽ intra circulos deſcriptis ſumãtur laterales pyramidũ ſuperficies, quarũ figurę ſunt baſes. Et pro tertio poſtulato citetur ſecunda huius. Nam idẽ penitùs eſt demonſtrationis Syllogiſmus.



PROPOSITIO XIV.

Datæ cuilibet ſuperficiei aliquem Circulum eſſe æqualem.

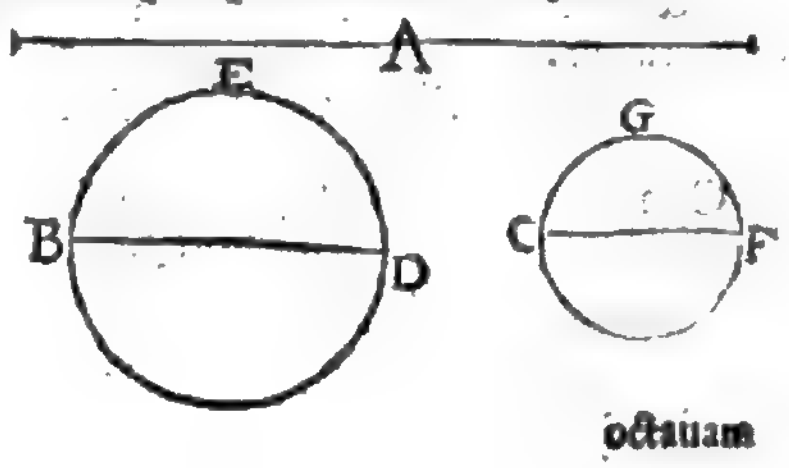
ESto data quęlibet ſuperficies A: deſcribatur ſuper quamuis lineã B D circulus B E D, qui aut æqualis erit ſuperficiei A aut minimè æqualis. Si æqualis, conſtat iam propoſitum. Sin autem; tunc *per VII. huius*, ſicut eſt circulus B E D ad ſuperficiem A, ſic iam ſit quadratum B D ad quadratum C F; eritq; *per decimam huius*, ſicut quadratum B D ad quadratum C F; ſic omninò circulus B E D ad circulum C G F; quamobrem ſicut circulus B E D ad circulum C G F, ſic circulus B E D ad ſuperficiem A, & iccircò *per nonam quinti* æqualis eſt ſuperficiei A circulus C G F. Rursùm ergo conſtat propoſitum.



PROPOSITIO XV.

Cuiuis datæ lineæ alicuius circuli peripheriam eſſe æqualem.

ESto quæuis data linea A; deſcribatur ſuper quamuis lineã B D circulus B E D, cuius peripheria ſi æqualis ſit lineæ A conſtat propoſitum. Sin verò, tunc per quintam huius ſicut eſt peripheria B E D ad lineam A, ſic ſit diameter B D ad lineam C F; eritque per



octauam

Digitized by Google

ectanam huius, ſicut diameter B D ad diametrum C F, ſic peripheria B E D ad peripheriam C G F; eandem igitur rationem cùm habeat peripheria B F D ad peripheriam C G F, quàm ad lineam A: æqualis erit, *per nonam quinti*, lineæ A peripheria C G F. Rursùm ergo liquet propoſitum.

Ex quibus manifeſtum eſt,& datum circulum alicui rectilineo eſſe æqualem: Itemque dati circuli peripheriam alicui rectæ lineæ eſſe æqualem.

Similiter hæc enim oſtenduntur, mutato tantùm ſuppoſito: vt ſcilicet pro ſuperficie circulus, & pro data linea circuli peripheria dari ſupponatur.

Vocat Maurolicus Coni-colurum ſegmentum coni, abſciſſum à plano pararello baſi coni, comprehenſumque inter duo pradicta plana.

PROPOSITIO XVI.

Conorum-colurorum ſimilium curuæ ſuperficies ſunt quadratis, quæ ex diametris correlatiuarum baſium, proportionales.

NAm cum coluri-coni ſegmẽta ſint conorum: & ſimiles coni-coluri ſimilium conorum ſimiliter factæ portiones erunt. Sed *per decimamtertiam huius*, deſectorum conorum, quoniam ſimiles ſunt, ſuperficies ſunt quadratis, quæ ex diametris baſium proportionales; & integrorum conorum, qui ſimiles ſunt, ſuperficies quadratis, quæ ex diametris baſium, proportionales: & ideò ſuperficiebus deſectorum conorum proportionales; quandoquidem baſium diametri baſium diametris proportionales. Igitur *per decimamnonam quinti*, & relictorum conorum-colurorum ſuperficies dictarum diametrorum correlatiuarum quadratis proportionales erunt: Sicut proponitur demonſtrandum,

PROPOSITIO XVII.

Solidorum ſimilium à dimidijs ſimilium planarum multiangularum figurarum, ſtantibus diametris, ſemel circumductis deſcriptorum, ſuperficies ſunt ipſarum diametrorũ quadratis proportionales.

NAmque talium ſolidorum ſuperficies componuntur ex ſimilibus, numeroque æqualibus conicis ſuperficiebus; inter quas binæ ad extrema diametrorum ſunt perfectorum conorum; cæteræ conorum-colurorum, ex quibus quandoq; binæ cylindricæ: Verùm, *per duodecimam, decimamtertiam, & decimamſextam præmiſſas*, tales ſuperficies correlatiuæ correlatiuis ſingulæ ſingulis comparatæ, ſunt ſicut quadrata, quæ ex diameiris correlatiuarum baſium. Huiuſmodi autem quadrata ſunt quadratis diametrorum, ſuper quas dimidia figurarum circumducuntur, proportionalia. Igitur per coniunctam proportionem, quoties opus fuerit, aſſumptam, integræ ſolidorum ſuperficies erunt,& dictarum diametrorum quadratis proportionales: quemadmodum ponitur demonſtrandum.

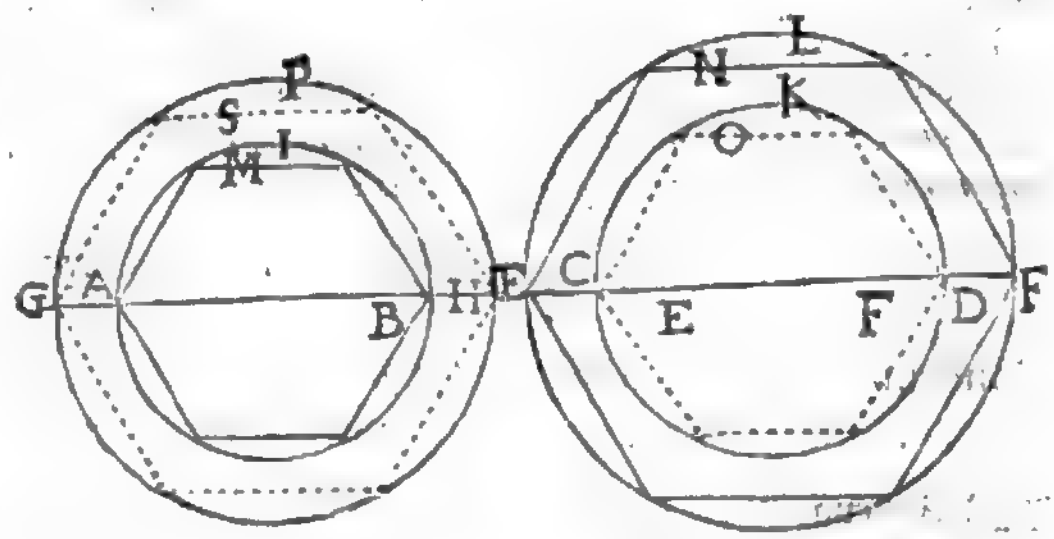
PROPOSITIO XVIII.

Sphærarum Superficies ſunt Quadratis Diametrorum proportionales.

SInt duæ ſphæræ A I B, & C K D, quarum diametri A B, C D; Sitque, *per primam huius*, ſicut ſphærica ſuperficies A I B ad ſphæricam ſuperficiem C K D, Sic quadratum

Digitized by Google

dratum A B ad quadratum E F. Et demonſtrandum erit, quod linea E F æqualis eſt lineæ C D. Nam ſi poſſibile eſt, ſit maior linea E F, quàm linea C D; Et circa diametrum E F ſphæra E L F intelligatur concentrica ſphæræ C K D, & intra ſphæram E L F ſolidum E N F tornatile ex conicis ſuperficiebus ſphæram C K D minimè tangentibus: Et huic ſimile ſolidum A M B intra ſphæram A I B; Eritq; per præcedentem, ſicut quadratum A B, ad quadratum E F, ſic ſuperficies ſolidi A M B, ad ſuperficiem ſolidi E N F; Et ideò, ſicut ſphærica ſuperficies A I B, ad ſphæricam ſuperficiem C K D, & permutatim, ſicut ſuperficies ſolidi A M B, ad ſphæricam ſuperficiem A I B, ſic ſuperficies ſolidi E N F, ad ſuperficiem ſphæricam C K D; Sed *per quartum poſtulatum*, maior eſt ſuperficies ſphærica A I B, quàm ſuperficies ſolidi A M B: Ergo, & ſuperficies ſphærica C K D maior, quàm ſuperficies ſolidi E N F; Quod eſt impoſſibile *per dictum poſtulatum*. Non eſt ergo maior linea E F, quàm linea C D. Si autem ſit minor, tunc conuerſim erit ſicut ſphærica ſuperficies C K D ad ſphæricam ſuperficiem A I B, ſic quadratum E F ad quadratum A B; ſit ergo *per ſeptimam huius*, ſicut quadratum E F ad quadratum A B, ſic quadratum C D ad quadratũ G H; Eritq; ſicut quadratum C D ad quadratum G H, ſic iam ſuperficies ſphærica C K D, ad ſuperficiem ſphæricam A I B: Et quoniam C D maior, quàm E F, iam *per decimam quartam quinti*, erit, & G H maior, quàm A B: Vnde ſequitur idem impoſſibile, quod prius, vt ſcilicet ſphæricæ ſuperficiei primæ ad ſphæricam ſuperficiem ſecundam ratio ſit, ſicut quadratum primæ diametri ad quadratum lineæ maioris ſecunda diametro. Non eſt ergo minor linea E F, quàm linea C D: Sed nec maior fuit: æqualis ergo erit: Quod fuit demonſtrandum.



PROPOSITIO XIX.

Similium Sphæricarum Portionum Superficies ſunt Quadratis Diametrorum proportionales.

EAdem huic, quæ præcedenti, demonſtrario inſeruiet; hoc excepto, quod pro totalibus ſphærarum ſuperficiebus, capiantur portionum ſuperficies: & pro integrorum ſolidorum tornatilium ſuperficiebus capiantur partiales ipſorum ſuperficies, quæ ſimilibus ſphærarum portionibus inſcriptæ ſimiles ſunt: vnde concluderur propoſitum, quòd ſcilicet talium portionum ſuperficies erunt quadratis ex ſphærarum diametris, atq; etiam ex diametris circulorum, ſuper quos portiones conſiſtunt, proportionales. Quandoquidem talium circulorum diametri ſunt ſphærarum diametris, propter portionum ſimilitudinem, proportionales.

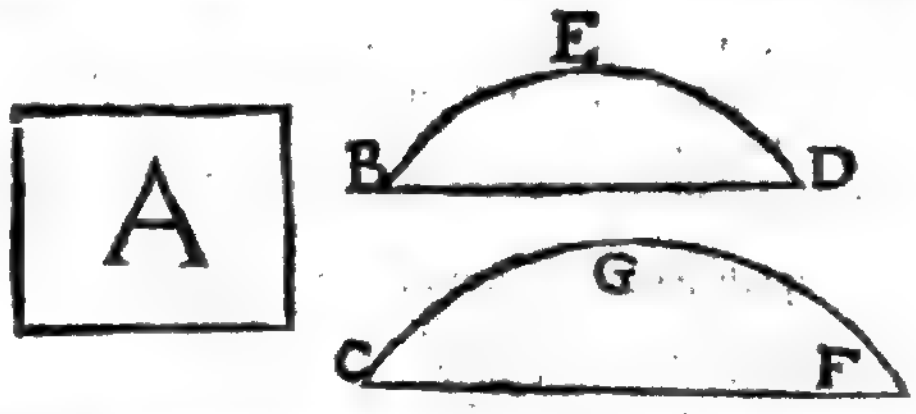
PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO XX.

Cuilibet datæ Superficiei alicuius Sphæræ ſuperficiem eſſe æqualem.

ESto quæuis data ſuperficies A, deſcribatur ſuper quamuis lineam B D ſphæræ B E D, cuius ſuperficies aut æqualis eſt ſuperficiei A, aut non; Si æqualis, conſtat propoſitum: ſecùs autem, tunc *per ſeptimam huius*, ſicut eſt ſphærica ſuperficies B E D ad ſuperficiem A, ſic iam eſto quadratum B D ad quadratum C F, *per ſeptimam huius*: Eritq; *per decimam octauam præcedentem*, ſicut quadratũ B D ad quadratum C F, ſic vtiq; ſphærica ſuperficies B E D ad ſphæricã ſuperficiẽ C G F: eãdem igitur rationem habebit ſpherica ſuperficies B E D ad ſphæricam ſuperficiẽ C G F, & ad ſuperficiem A: Quare *per nonã quinti Elementi*. æqualis erit ſuperficiei A ſphærica ſuperficies C G F. Rurſum ergo conſtat Propoſitum. *Aduerte, quod figura ſpherica compleri debent circa diametros B D, C F.*



Et ſimiliter conſtabit cuiuslibet datæ Sphæræ ſuperficiem alicui Rectilineo eſſe æqualem.

Data ſcilicet primùm ſphæra, & mox rectilineo deſcripto.

PROPOSITIO XXI.

Datis duabus quibuſcunq; Superficiebus aliquam Superficiem eſſe vni datarum ſimilem, & alteri æqualem.

HÆc Propoſitio eſt tanto generalior, decimaquarta, & vigeſima huius, quanto ſuperficies generalior, quàm circularis, aut ſphærica. Sit igitur, exempli gratia, ſuperficies quæuis A. Et portio quæpiam circuli B E D ſuper chordam B D. oſtẽdam aliquam circuli portionem eſſe ſuperficiei A æqualem, & portioni B E D ſimilẽ. Sit enim, *per ſeptimam huius*, ſicut B E D portio ad A ſuperficiẽ, ſic B D chordæ quadratum ad quadratum C F lineæ: Et *per 31. tertij Elementor.* ſuper C F lineam conſtituatur circuli portio C G F, ſimilis ipſi B E D portioni: Et quoniam chordæ ſimilium portionum ſunt diametris circulorum proportionales: & peridem quadrata quadratis proportionalia: Atq; *per vndecimam huius*, ſimiles portiones circulorum ſunt quadratis diametrorum proportionales: Idcircò erit ſicut quadratum B D ad quadratum C F ſic portio B E D ad portionem C G F. Itaque cùm eandem rationem habeat portio B E D ad portionem C G F, quam & ad ſuperficiem A æqualis erit, *per nonam quinti elementi*. ſuperficiei A portio C G F. Sed & ſimilis fuit portioni B E D, conſtat ergo Propoſitum.

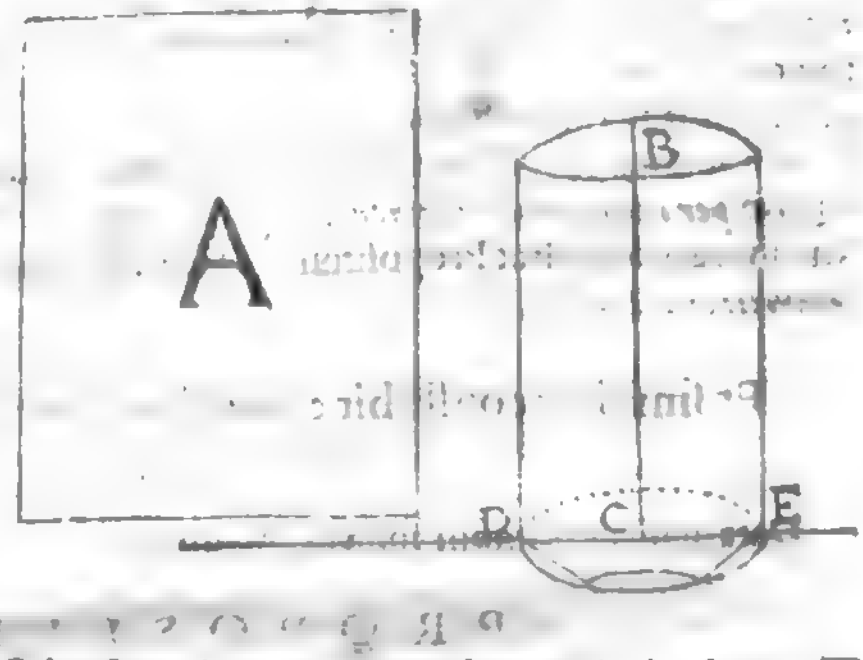
Similiter data qualibet ſuperficie, & alia quauis ſuperficiali figura, vt pote cylindrica, conica, demonſtrabimus aliquam ſuperficiem eſſe figuræ propoſitæ ſimilem, & datæ ſuperficiei æqualem, pro vndecima tamen duodecimam, XIII. aut XV. huius adducentes.

Item data ſuperficie, ac tornatili ſolido, non aliter *per decimamſeptimam* oſtendemus, eſſe quodpiam tornatile ſolidum, cuius ſuperficies datæ ſit æqualis, ac tornatilis propoſiti ſuperficiei ſimilis, &c.

PROPOSITIO XXII.

Cuilibet datæ Superficiei eſſe aliquam Superficiem cylindricam æqualem circa datum axem.

SIt data ſuperficies A, datus axis B C perpendicularis plano in quo iacet linea D E indefinita: Iam, quoniam circum axem B C conſtitui poſſunt infinitæ columnæ lateratæ, quarum ſuperficies laterales ſingulæ minores ſint ſuperficie A; tales autem ſuperficies maiores ſunt ſuperficiebus cylindricis circa eundem axem ſibi inſcriptis, *per tertiam huius*: Idcircò, & infinitæ ſuperficies cylindricæ circum axem B C fieri poſſunt ſingulæ minores data ſuperficie A. Item, quoniam circùm axẽ B C conſtrui poſſunt infinitæ columnæ lateratæ, quarum ſuperficies laterales ſingulę maiores ſint ſuperficiei A; tales autem ſuperficies minores ſunt ſuperficiebus cylindricis, quibus inſcribuntur, *per primam huius*; Idcò, & infinitæ ſuperficies cylindricæ circùm axem B C locari queunt ſingulæ maiores data ſuperficie A: Erit itaque in linea D E aliquis terminus, intra quem cylindricæ ſuperficies ſint minores ſingulæ ſuperficie A, & extra quem ſint maiores: Eſto talis terminus punctum D, eritq; *per primam, & tertiam* ex dictis ſuperficiebus cylindricis, quæcunque intra terminum D conſiſtit, minor ſuperficie cylindrica, cuius ſemidiameter baſis C D; quæcunque autem extra terminum D maior eadem: Cùm itaq; ſuperficies data A, & ſuperficies cylindrica, cuius baſis ſemidiameter C D, axiſq; B C collatæ ad omnem aliam ſuperficiem, intra extraq; punctum D ſint ea ſimul maiores, aut ſimul minores: Iam *per vltimum poſtulatum* æquales erunt, Conſtat ergo Propoſitum.

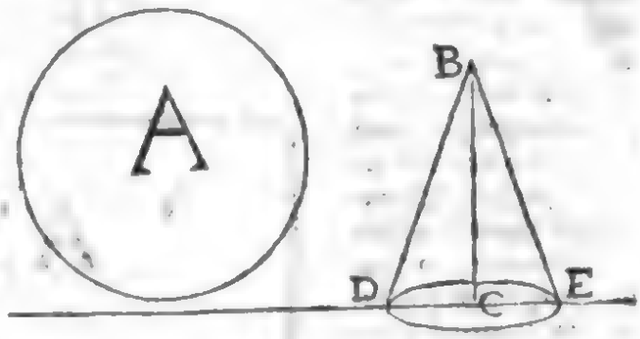


PROPOSITIO XXIII.

Cuilibet datæ Superficiei eſſe aliquam Superficiem Conicam æqualem circa datum axem.

SIt data ſuperficies A, datuſq; axis B C perpendicularis ad planum, in quo recta D E indefinita: Iam, quoniam circum axem B C poni poſſunt infinitæ pyramides lateratæ, quarum ſuperficies laterales ſingulæ minores ſint ſuperficie A: tales autem ſuperficies maiores ſunt ſuperficiebus conicis circa eundem axem ſibi inſcriptis, *per quartam huius*: Propterea, & infinitæ ſuperficies conicæ circum axem B C poſſunt erigi ſingulæ minores data ſuperficie A; item, quoniam circa axem B C eſſe poſſunt infinitæ pyramides, quarum laterales ſuperficies ſingulæ maiores ſint ſuperficie A: tales autem

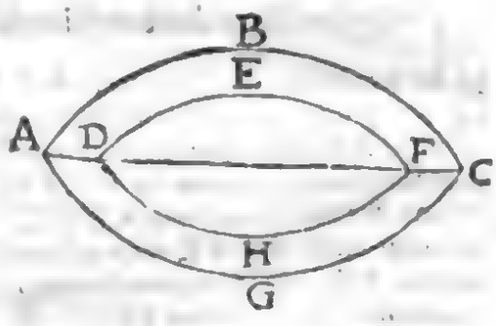
autem ſuperficies minores ſunt ſuperficiebus conicis, quibus inſcribuntur, *per ſecundam huius*: Ob id, & infinitæ ſuperficies conicæ circùm axem B C ſtabunt ſingulæ maiores data ſuperficie A: Erit itaque in linea D E aliquis terminus, intra quem conicæ ſuperficies ſint minores ſingulæ ſuperficie A, & extra quem ſint maiores; Eſto talis terminus punctũ D, eritq; *per ſecundam, & quartam*, ex dictis conicis ſuperficiebus, quæcunq; intra punctum D minor ſuperficie conica, cuius ſemidiameter baſis C D, quæcunque autem extra punctum D maior eadem: Cùm itaq; ſuperficies data A, & ſuperficies conica, cuius baſis ſemidiameter C D, axiſq; B C collatæ ad omnem aliam ſuperficiem intra, extraue punctum D ſumptam, ſint ſimul maiores, aut ſimul minores: Iam *per vltimam poſtulatum* æquales eſſe conuincuntur. Conſtat ergo Propoſitum.



PROPOSITIO XXIV.

Duabus Sphæricis portionibus ſuper vnum planum exiſtentibus, maior eſt ſuperficies exterioris.

VT ſi portiones ſphericæ A B C, D E F, quarum exterior A B C, ſtent ſuper planum, in quo recta A D F C, maior erit ſuperficies A B C. Stent enim ex altera parte eiuſdem plani portiones ſphæricæ A G C, D H F ſingulæ ſuis conterminis æquales, & ſimiles; Eritq; *per quartum poſtulatum*, totalis ſuperficies A B C G maior totali ſuperficie D E F H includens videlicet inclusa: Ergo, & dimidium dimidio maius; Superficies ſcilicet A B C ſuperficie D E F. Quod fuit demonſtrandum.

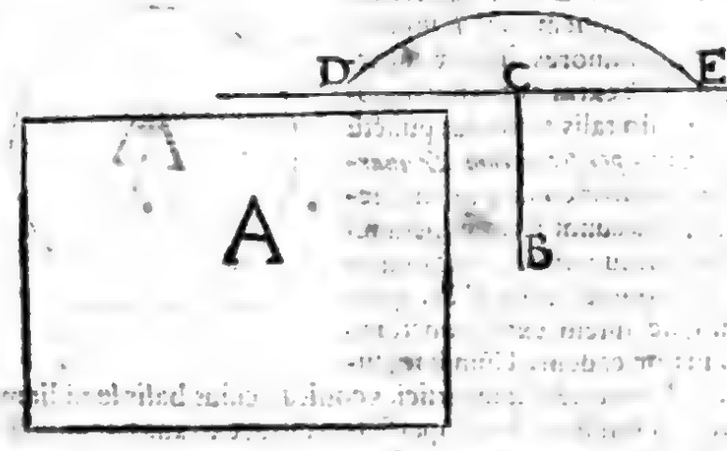


PROPOSITIO XXV.

Cuilibet datæ ſuperficiei eſſe æqualem alicuius Sphæricæ portionis ſuper datum Centrum, & à dato plano abſciſſæ Superficiem.

SIt data ſuperficies A, datum centrum B, darum planum, in quo iacet recta C D ita vt B C ſit perpendicularis ipſi plano indefinito. Iam, vt *in* 22. *&* 23. *huius* patuit, infinitæ cylindricæ, ſiue conicæ ſuperficies habentes axem in rectum ipſi B C cõſiſtent tum minores, tum maiores ſingulæ data ſuperficie A: cumque *per quartum poſtulatum*, cylindrica, ſiue conica ſuperficies maior quidem ſit ſphæricæ portionis ſibi inſcriptæ

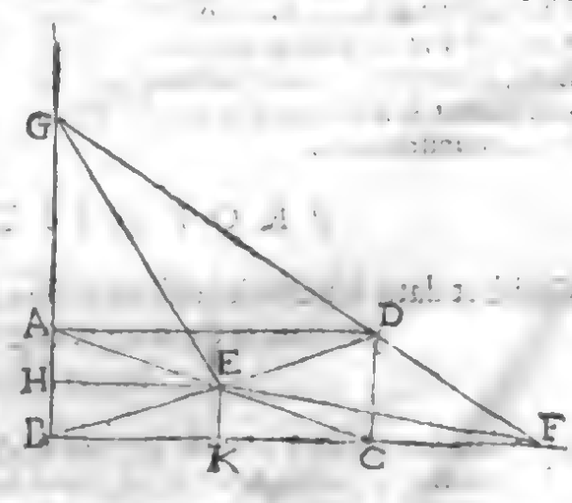
inſcriptæ ſuperficie, minor verò ſphæricæ portionis, cui inſcribitur, ſuperficie; propterea, & infinitæ ſphæricarum portionum circa centrum B, & à plano C D abſciſſarum ſuperficies erunt tum minores, tum maiores ſuperficie A: Erit itaq; aliquis terminus in linea C D intra quem ſphæricarum portionũ ſuperficies minores erunt ſuperficie A, & extra quẽ maiores. Eſto talis terminus punctum D: eritq; *per præcedentem*, ex dictarum ſphæricarum portionum ſuperficiebus, quæcunq; intra punctum D minor ſuperficie ſphæricæ portionis, cuius baſis ſemidiameter C D, quæcunque autem extra punctum D maior eadem: Quando itaq; ſuperficies data A, & ſuperficies ſphæricæ portionis, cuius baſis ſemidiameter C D collatæ ad omnem aliam ſuperficiem intrà, extraue punctum D ſumptam, ſint ſimul maiores, aut ſimul minores: Ideò *per vltimum poſtulatum* æquales erunt; quod eſt propoſitum.



PROPOSITIO XXVI.

Quibuslibet duabus Lineis duas mediás eſſe Proportionales.

SInt quælibet datæ lineæ rectæ A B, B C, compleatur rectangulũ A B C D, & B C; B A producantur indefinitæ, centrumq; rectanguli ſit E, in quo ſe viciſſim ſecant diametri A C, B D: productis autem B A, B C applicetur per D ducta recta F D G, hac conditione, vt coniunctæ E F, E G ſint æquales: Aio tunc, C F, A G medias proportionales interiacere ipſis A B, B C. ducantur enim E H, E K perpendiculares ad A B, B C; eritq; *per ſextam ſecundi Eucl.* rectangulum B F, F C cũ quadreto K C ſumptum æquale quadrato K F; commune ponatur quadratum E K. Eritq; rectangulum B F, F C cum quadrato K C, & quadrato K E, hoc eſt cum quadrato E C ſumptum æquale quadrato K F, cum quadrato E K, hoc eſt quadrato E F. Similiter omninò demonſtrabimus, quod rectãgulum B G, G A, cum quadrato E A ſumptum, æquale eſt quadrato E G: æqualia verò ſunt per hypoſteſim quadrata E F, E G: igitur rectangulum B F C cum quadrato E C æquale eſt rectangulo B G A cum quadrato E A. Item quadrata E C, & E A ſunt æqualia quoniam dimidijs eiuſdem A C lineæ debentur; ſupererunt



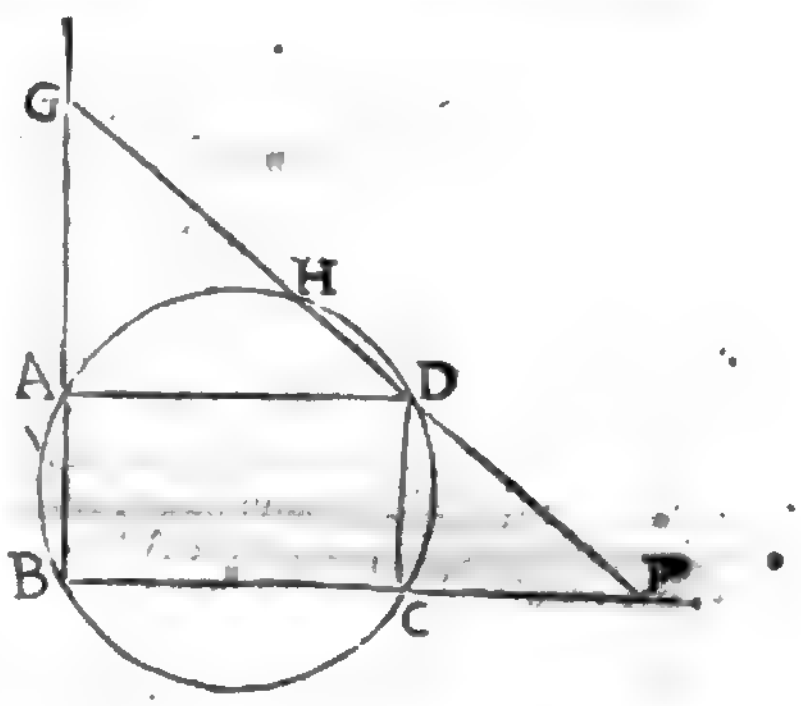
rerunt ergo rectangulum B F, F C & rectangulum B G, G A inter ſe æqualia. Quare *per 15. ſexti Euclid*, ſicut B G ad B F, ſic F C ad G A. Et propter ſimilitudinem, triangulorum G B F, D C F, ſicut D C, hoc eſt, A B ad C F, ſic F C, ad G A. Item propter ſimilitudinem triangulorum G A D, D C F, ſicut D C, ad C F, ſic G A, ad A D, hoc eſt ad B C. Itaque quatuor lineæ A B, C F, G A, B C ſunt continuæ proportionales. Et hoc proponebatur demonſtrandum.

Et hic quidem eſt modus Heronis, qui Mechanica ſcripſit. Subijciemus nunc aliorum Philoſophorum circa idem Problema ex Eutocio ſumptas traditiones.

PROPOSITIO XXVII.

Idem aliter demonſtrare.

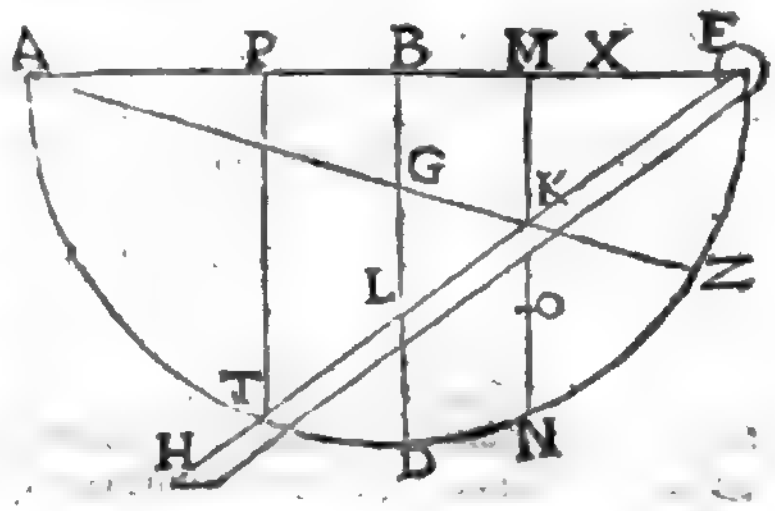
SVnto datæ lineæ A B, B C, & compleatur rectangulum A B C D, cui *per nonam 4. Euclid.* circulus circumſcribatur: Mox inter B A, B C, indefinitum productas deducatur recta F D H G, hac conditione, vt ipſæ F D, H G ſint inter ſe æquales; tunc enim C F, A G erunt inter ipſas A B, B C datas mediæ proportionales. Nam *per 35. tertij Euclid*, rectangulum A G, G B æquale eſt rectangulo H G, G D, & rectangulũ C F, F B æquale eſt rectangulo D F, F H; Sed rectangulum D F, F H æquale eſt rectangulo H G, G D; quandoquidem D F, G H lineæ ſupponuntur æquales: Igitur rectangulum C F, F B æquale eſt rectãgulo A G, G B: Quare *per xv. ſexti*, nõ aliter, quàm in præcedenti, ex ſimilitudine ipſa triangulorum demonſtrabuntur A B, C F, G A, B C, continue proportionales. Et hic eſt modus Apollonij, & Philonis Byzantij, vt teſtatur Ioannes Philoponus Alexandrinus. Et eſt idem fermè cum modo Heronis: quamuis demonſtrationes aliquantum differant.



PROPOSITIO XXVIII.

Aliter idipſum oſtendere.

SVnto datæ rectæ A B, B G ad angulum rectum poſitæ: quæ producantur, ſintque B E, B D ſingulæ ipſi A B æquales, ad cuius ſpatium ſuper centro B deſcribatur ſemi circulus A D E, coniunctaq; A G producatur ad peripheriam in punctum Z, & circa punctum E moueatur canon E T donec portio canonis T K inter peripheriam, & A Z per æqualia ſecetur ab ipſa B D in puncto L,



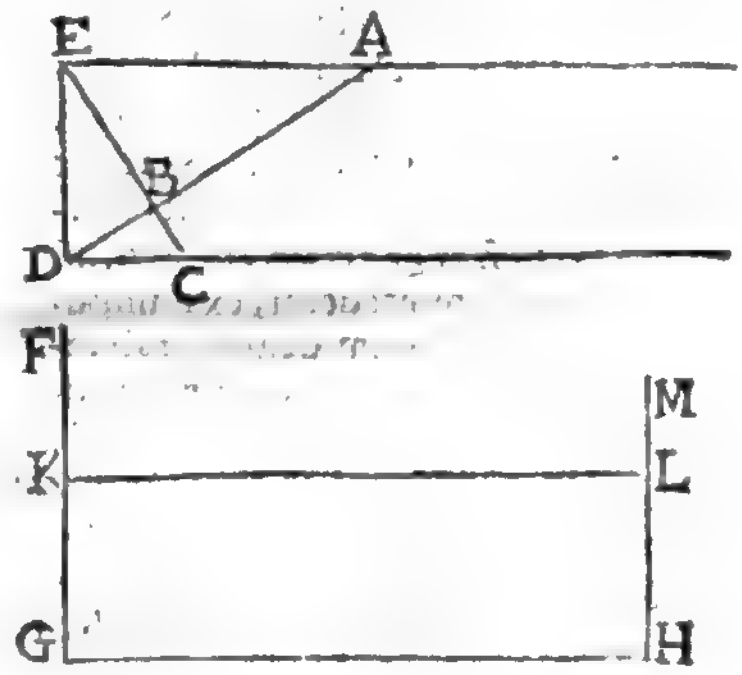
& per

& per punctum K ipſi B D paralellus agatur M N, ſitq; ſicut M A ad A B, ſic E M ad M X: Itemque ſic N M ad M O. Dico itaq; quod B G, M X, M O, A B lineæ ſunt continuæ proportionales. Agatur enim ipſi B D paralellus T P; eruntq; B P, B M æquales, quandoquidem T L, L K ijſdem paralellis interpoſitę fuerunt inter ſe æquales: Quare K M ad M E, ſicut T P ad P E; & ideò ſicut N M ad M A; & ideò ſicut M E ad M N: quandoquidem M N media proportionalis eſt inter ipſas A M, M E; igitur, & M E ipſis K M, M N media proportionalis eſt. Non dubium ergo, quin K M, M E, M N, M A ſint in proportione continua; Sed ſicut B G ad K M, ſic A B ad M A, propter ſimilitudinem triangulorum: Itemque per hypotheſim, ſicut M X ad M E, & ſic M O ad M N. Ergo ex permutata proportione ſequitur, vt ipſæ quoq; lineæ B G, M X, M O, A B ſint in eadem continua proportione. Quod erat demonſtrandum. Eſt autem hæc traditio Pappi in Mechanicis. Et hac eadem vti videntur Diocles, & Porus.

PROPOSITIO XXIX.

Id ipſum aliter demonſtrare.

SVnto datæ rectæ lineæ A B, B C ad rectos angulos poſitæ: quæ producantur in infinitum, ſintq; A B D, C B E; & fabricetur rectus angulus F G H, & in vno crure, vt pote F G moueatur regula K L in canali quopiam, qui ſit in ipſo F G, vtq; K L regula parallelus ſit ſemper ipſi G H alterum regulamentum ipſi G H cruri inſertum, ſcilicet, H M ipſiq; F G parallelum aptetur; vt K L regula ipſarũ F G, H M aptata canalibus, ipſiq; G H parallelus vltrò citròq; ſemper ad æquidiſtantiam ipſius G H moueatur: Huic demùm ſtructurę ipſe A B C angulus ita erit accomodandus, ita, inquam, rectæ A B D, C B E regulamentis interponendæ, vt A punctum contingat regulam K L, & ipſum C punctum contingat regulam G H, vtq; A B D eat per angulum G, & linea C B E per angulum K. Hoc enim pacto fient nimirum ipſi A E D, E D C anguli recti. Quare *per 7. ſexti element.* bis aſſumptam, erunt lineæ A B, B E, B D, B C continuæ proportionales. Itaq; datis duabus A B, B C totidem interiacent lineæ proportionales. Quod erat oſtendendum.



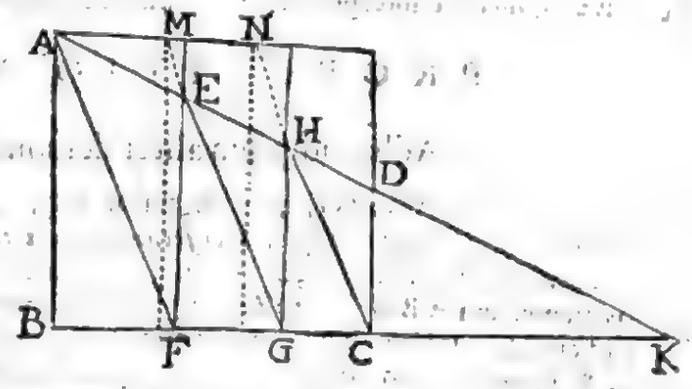
Fuit autem hæc inuentio Platonis, cùm, Delijs peſtilentia laborantibus, conſultus Apollo reſpondiſſet, vt lues ceſſaret, Aram eſſe duplicandam; quæ cùm Cubi formam haberet, cubuſq; aliter duplicari non poſſet, niſi per duarum mediarum proportionalium interpoſitionem, propoſita fuit huiuſmodi quæſtio.

PROPOSITIO XXX.

Aliter illud idem demonſtrare.

SInt datæ rectæ lineæ A B, & C D, & intra parallelogrammata rectangula inter ſe æqualia, & ſimilia, quorum maiora latera æqualia ſint A B maiori datarum, diſpo-

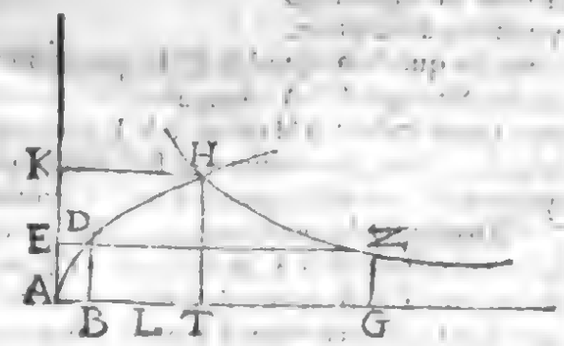
diſponendaq; ſunt parallelogrammata in eodem plano, vt eorum baſes minores ſuper eadem recta BK iaceant, & eorum diametri, æquidiſtent inter ſe, & fixo manente parallelogrammo medio compellatur vnum ſupra, alterum infra eundem, aptata in eodem plano; quouſq; puncta A, E, H extrema diametrorum, in vna recta linea AK cadant; quæ præterea cum recta BK, extremi parallelogrami lateris portionem CD abſcindat æqualem minori datarum. Hoc enim facto ipſæ EF, GH mediæ proportionales erũt inter ipſas AB, CD: nam propter triangulorum ſimilitudinem, ſicut AB ad EF, ſic AK ad KE; Sicut autem AK ad KE, ſic FK ad KG; ſed & FK ad KG, ſicut EF ad HG. Igitur ſicut EF ad HG, ſic AB ad EF: Rurſùm, ſicut EF ad HG, ſic EK ad KH; ſicut autem EK ad KH, ſic GK ad KC; Sed & GK ad KC, ſicut HG ad CD. Igitur EF ad HG, ſicut HG ad CD. Conſtat ergo lineas AB, EF, HG, CD eſſe in proportione continua, ſicut fuit demonſtrandum. Et hæc eſt Eratoſthenis traditio.



PROPOSITIO XXXI.

Idem aliter oſtendere.

SVnto datæ rectæ AB, BG in rectum poſitæ, deſcribatur circa axem AG parabole ADH, quam in puncto D ſecet recta BD ipſi AG perpendicularis; & per punctum D ipſi AG parallelus agatur ED Z, cui à punctis A, G lineæ ipſi BD parallelæ occurrant ad puncta E, Z lineæ AE, GZ; Item per punctum Z circa non coincidentes EA, AG deſcribatur hyperbole ZH, quæ ſecet parabolam in puncto H, à quo ad lineas AE, AG perpendiculares cadant lineæ HT, HK; Et *per ſextam huius*, ipſis AB, AT media proportionalis interſit AL. Aio itaq; quod AL, AT mediæ proportionales interiacent ipſis AB, AG. Nam cùm hyperbole ſit HZ, non coincidentes autẽ KA, AG, iam *per 12. ſecundi Conicorum Elementorum*, rectangulum AH æquale erit rectãgulo AZ: Quare *per 15. ſexti Element. Eucl.* erit ſicut AT ad AG, ſic GZ hoc eſt BD ad TH; Sed *per 20. primi Conicor. Element.* ratio AB ad AT dupla eſt rationis BD ad TH, quandoquidem parabole eſt ADH: ergo, & ratio AB ad AT dupla eſt rationis AT ad AG: Quare fiet ſicut AB ad AL, vel ſicut AL ad AT (eadem enim ratio per hypotheſim) ſic AT ad AG. Igitur AB, AL, AT, AG continuæ proportionales ſunt. Quod fuit demonſtrandum. Et hæc eſt inuentio Menæchmi aliis modis commendatior, quoniam imitatur Geometricis, & abſolubilibus præceptis, quando alij fortuito caſu videantur quodammodo intentum adipiſci. Sed huic adde, quòd ſi

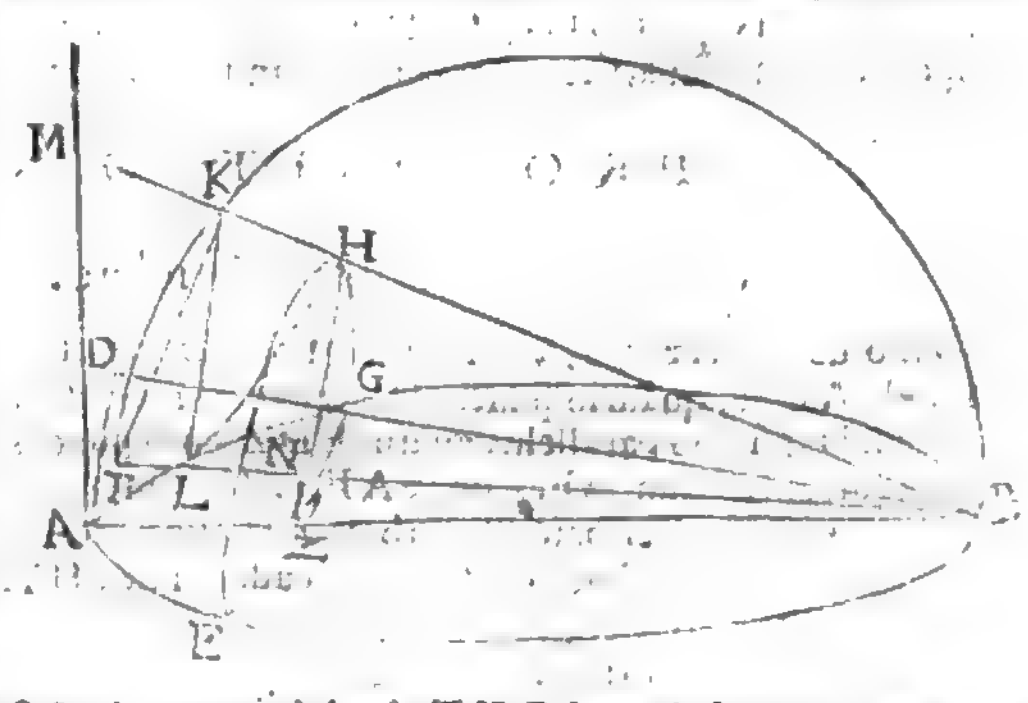


AB, BD ponantur æquales, & mox per AD puncta parabole ADH describatur, & reliqua, vt prius, erit per iam demonstrata sicut BD, hoc est AB ad TH, sic AT ad AG, sed *per 20. primi Conic.* ratio AB ad AT dupla est rationis ipsius BD, hoc est, AB ad TH: Igitur hac via fient AB, TH, AT, AG continuè proportionales: Nec opus est ipsius AL interpositione, quemadmodum Menæchmus docet.

PROPOSITIO XXXII.

Adhuc idipsum aliter demonstrare.

SVnto datæ rectæ AB, BG, quarum maior AB, describatur super AB diametrum circulus BGA intra quem *per secundam quarti Euclid.* coaptetur BG, quæ producta occurrat ipsi AD tangenti circulum in puncto D; Item EG secet ad rectos angulos diametrum AB in puncto Z, & super EG diametrum fiat semicirculus EHG rectus ad circulum BGA, hinc super semicirculum BGA erigatur hemicylindrus rectus; & in rectangulo, quod per axem cylindri describatur hemicirculus super AB, diametrum, qui semicirculus moueatur super planum circuli BGA semper rectus ad idem planum, moto scilicet diametro AB versùs G, manente termino B immoto, sitque semicirculus iam motus TKB super diametro BT secante peripheriam BGA in puncto L, quo quidem motu peripheria TKB describet in superficie cylindrica lineam quandam curuã: inde moueatur triãgulum BDA super axem AB, quo motu punctũ G circumferetur in peripheria EHG, & linea BD sic circulata describet conicam superficiem, & secabit lineã curuam in superficie cylindrica descriptam in puncto quodam, quod sit K, in quo peripheria TKB latus ipsum BD motum secabit; Sit ergo BDA triangulum ad talem sitũ translatum ipsum BMA triangulariter; latere scilicet BM ipsam TKB peripheriam secante in puncto K, in ipsa cylindrica superficie. Et coniugatur KL recta; quæ erit communis sectio plani TKB, & cylindricæ superficiei, quoniam scilicet cylindrus rectus est, atq; ideò planum ipsum TKB basi cylindricæ rectum, æquidistat axi cylindrico. Quare KL eidem axi parallelus erit circulo BGA, & ideò rectæ TB perpendicularis; præterea communis sectio circuli TKB, & circuli EHG sit recta HN, quæ *per 19. vndecimi Euclid.* circulo BAG, & ideò rectæ TB perpendicularis erit; & coniungantur TK, LH. Aio itaque, quod BL, BK ipsis BG, AB interiacent mediæ proportionales. Quod sic demonstratur.



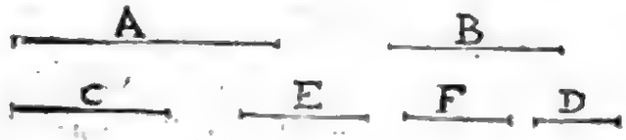
Nam per octauam *sexti Elementi. Euclid.* quadratum HN æquale est rectangulo EN, NG; & ideò adducta 34. *tertij*, rectangulo BN, NL: quo fit, vt angulus BHL sit rectus. Cum anguli BLK, BKT recti sint; erunt ob id triangula BHL, BLK, BKT similia; quandoquidem æquiangula. Vnde sequitur, vt ipsæ BH, BL, BK, BT sint continuo processu proportionales; Verum BH æqualis ipsi BG, quia

quia ſunt latera coni recti, cuius axis BZ, vertex autem B: Item BT æqualis ipſi BA, per hypotheſim. Igitur & BG, BL, BK, BA continuæ proportionales erunt. Quod fuit demonſtrandum. Eſt autem inuentio Archytæ Tarentini, vt refert Eudemus, & Eutotius: ingenioſa quidem, & tali viro digna ſpeculatio, cuius praxis, & ſi difficilis ſit, facillimè tamen demonſtratur.

PROPOSITIO XXXIII.

Eſſe aliquem Cubum, qui ad datum Cubum datam habeat rationem.

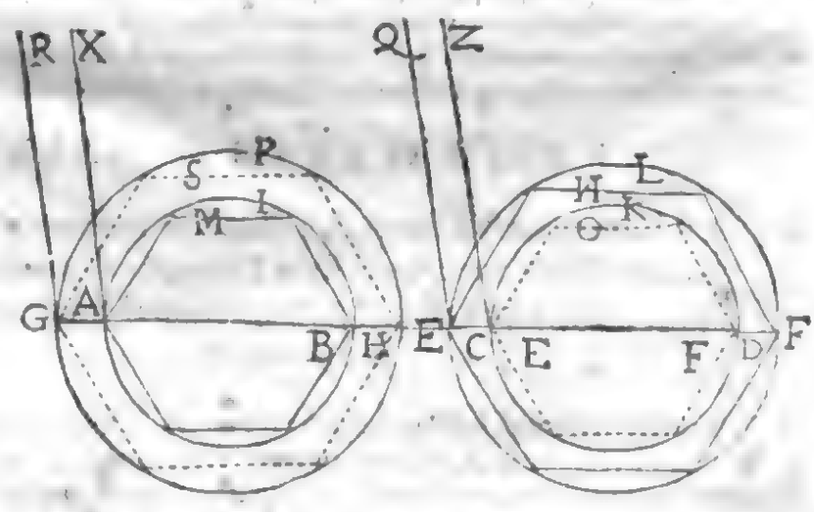
SIt data ratio, quæ magnitudinis A ad magnitudinem B. datus cubus lineæ C. Erit iam *per quintam huius*, ſicut A ad B, ſic linea C ad aliquam lineam, quæ ſit D. Itaq; ipſis C, D, *per quamuis ſex præcedentium*, interiacebunt duæ mediæ proportionales, quæ ſint E, F: eritq; *per 36. vndecimi Euclid.* ſicut C ad D, hoc eſt, ſicut A ad B, ſic cubus C ad cubum E. Igitur cubus datus C ad cubum E, datam habet rationem, quæ A ad B. Quod eſt Propoſitum.



PROPOSITIO XXXIV.

Similes Cylindri ſunt Cubis, qui ex Baſium Diametris proportionales.

SVnto ſimiles cylindri XAIB, & ZCKD, quorum baſium diametri AB, CD, ſitque ſicut cylindricus XAIB ad cylindrum ZCKD, ſic cubus AB ad cubum lineæ EF per præcedentem: Et demonſtrandum erit, quòd linea EF æqualis erit lineæ CD; nam ſecus erit aut maior, aut minor, ſi linea EF maior eſt quàm linea CD intelligatur circulus ELF concentricꝰ circulo CKD, & inſcribatur circulo ELF, figura multiãgula ENF minimè tangens circulum CKD, *per 13. duodecimi Euclid.* Et ei ſimilis figura AMB inſcribatur circulo AIB, & ſuper tales figuras erigãtur laterateę columnæ QENF, & XAMB ipſis iam cylindricis QELF, XAIB ſimilibus inſcriptæ; eritq; *per vltimam 12. Euclid.* ſicut cubus AB ad cubum EF, ſic columna XAMB ad columnam QENF, quandoquidem ſimiles ſunt columnæ, ſicut & cylindri; quare ſicut columna XAMB ad columnam QENF, ſic cylindrus XAIB ad cylindrum ZGKD; & permutatim, ſicut columna XAMB ad cylindrum XAIB, ſic columna QENF ad



cylindrum Z C K D; ſed maior eſt cylindrus X A I B, quàm columna X A M B, inſcripta, *per quintum poſtulatum*; ergo & cylindrus Z C K D eſt maior, quàm columna Q E N F; quod eſt impoſſibile *per dictum poſtulatum*. Non eſt ergo maior linea E F, quam linea C D. Si autem minor, tunc conuerſim erit, ſicut cylindricus Z C K D ad cylindrum X A I B, ſicut cubus E F ad cubum A B; ſit ergo ſicut cubus E F ad cubum A B, ſic cubus C D ad cubum G H, *per præcedentem*: eritque ſicut cubus C D ad cubum G H, ſic cylindrus Z C K D ad cylindrum X A I B; & quoniam C D maior eſt, quàm E F, ideò *per 8. 12. & 14. quinti*, erit G H maior, quàm A B. Vnde ſequitur idem impoſſibile, vt ſcilicet cylindri primi ad cylindrum ſecundum ratio ſit, ſicut columna diametri primę baſis ad columnam lineæ maioris diametro ſecundæ baſis. Non eſt ergo minor linea E F, quàm linea C D: Sed nec maior fuit: æqualis ergo. Et hoc fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXV.

Similes Coni ſunt Cubis, qui ex Baſium Diametris proportionales.

OMninò eadem demonſtratio, ſi pro columnis pyramides lateratas conis includas, & ijſdem argumentationibus vtaris.

PROPOSITIO XXXVI.

Similes Coni-coluri ſunt Cubis, qui ex Correlatiuarum Baſium Diametris fiunt proportionales.

NAm ſimiles coni-coluri ſunt ſimilium conorum ſimiliter factæ portiones, ſed *per præcedentem*, integri coni, ſunt cubis, qui ex baſium diametris, proportionales, & abſciſſi coni, ſunt cubis, qui ex baſium ſectricium diametris fiunt, proportionales; ſed hi cubi ſunt illis proportionales, quoniam baſium harum diametri, baſium illarum diametris ſunt proportionales, propter ſimilitudinem portionum. Igitur abſciſſi coni ſunt integris conis proportionales. Quare *per 19. quinti*, & relictæ portiones, qui ſunt ipſi coni-coluri, ſunt tàm abſciſſis, quàm integris conis, & ideò correlatiuarum baſium cubis proportionales. Quod fuit oſtendendum.

PROPOSITIO XXXVII.

Similia ſolida tornatilia, hoc eſt, à dimidijs ſimilium planarum multiangularum Figurarum ſuper fixas Diametros ſemel circumductis deſcripta, ſunt Cubis ipſarum Diametrorum proportionalia.

NAmque huiuſmodi ſolida compacta ſunt ex ſimilibus, numeroq; æqualibus conis, inter quos bini, & bini, qui ſunt ad extrema diametrorum, ſunt perfecti; cæteri verò coluri-coni: inter quos tamen ſunt quandoq; bini cylindri; verũ *per 34. 35. & 36. præcedentes*, tales coni, correlatiuos correlatiuis comparando, ſunt cubis, qui ex diametris correlatiuarũ baſium fiunt, diametris proportionales; hi autem cubi ſunt cubis diametrorum ſuper quas dimidia figurarũ circumducũtur, proportionales, quandoquidem diametri diametris proportionales ſunt, propter ſimilitudinem figurarum. Igitur *per 13. quinti elementi*, & aggregata omnium conorum, hoc eſt, ipſa ſolida

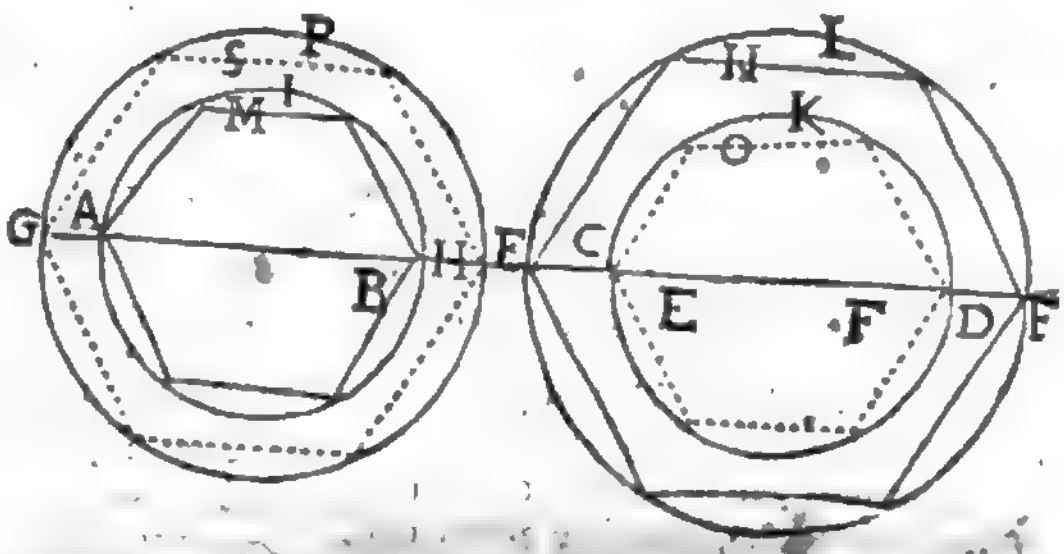
Digitized by Google

ſolida tornatilia integra erunt cubis earundem diametrorum proportionalia. Quod fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXVIII.

Sphæræ ſunt Cubis Diametrorum proportionales.

SInt duæ ſphæræ A I B, & C K D, quarum diametri A B, C D; ſitq; *per 33. huius*, ſicut ſphæra A I B ad ſphæram C K D; ſic cubus A B ad cubum alicuius lineæ E F, & demonſtrandum erit, quòd linea E F æqualis erit lineæ C D: nam ſecus, erit aut maior, aut minor. Si linea E F maior ſit quàm linea C D intelligatur ſphæra E L F concentrica ſphæræ C K D, & *per 13. 12. Euclid:* & per figuram planam multiangulam, inſcribatur ſphæræ E L F ſolidum tornatile E N F cuius ſuperficies minimè tangat ſphæram C K D, & ei ſimile ſolidum A M B inſcribatur ſphæræ A I B; eritq; per præcedentẽ ſicut cubus A B ad cubum E F, ſic ſolidũ tornatile A M B ad ſolidum tornatile E N F, quare ſicut ſolidum A M B ad ſolidum E N F, ſic ſphæra A I B ad ſphæram C K D, & permutatim, ſicut ſolidum A M B ad ſphæram A I B, ſic ſolidum E N F ad ſphæram C K D: ſed maior ſphæra A I B ſolido A M B *per quintum poſtulatum*; ergo, & ſphæra C K D maior ſolido E N F, quod eſt impoſſibile, *per dictum poſtulatum*. Non ergo eſt maior linea E F diametro C D. Si autem minor; tunc conuerſim erit, ſicut ſphæra C K D ad ſphæram A I B, ſic cubus E F ad cubũ A B. Sit ergo *per 33. huius*, ſicut cubus E F ad cubum A B, ſic cubus C D ad cubum G H, eritq; ſicut cubus C D ad cubum G H, ſic ſphæra C K D ad ſphæram A I B. & quoniam C D eſt maior, quàm E F, ideò *per præmiſſam, & 14. quinti*, G H maior erit, quàm A B: vnde ſequitur idem impoſſibile, vt ſcilicet ſphæræ primæ ad ſphæram ſecuudam ratio ſit, ſicut ſolidum inſcriptum primæ ad ſolidum lineæ maioris ſecunda diametro. Non eſt ergo minor linea E F diametro C D, ſed nec maior fuit: æqualis ergo. Quod fuit demonſtrandum.



PROPOSITIO XXXXIX.

Similes Sphærales Cunei ſunt Cubis Diametrorum proportionales.

SPhæralem cuneum intelligo Corpus ſub conica ſuperficie verticẽ in centro Sphæræ habente, & ſub aſſumpta ſphærica ſuperficie comprehenſum, quod quidem componitur ex cono, & ſphærica portione communem baſim habentibus circulum, qui ſphæram per inæqualia ſecat. Demonſtratur autem hæc non aliter, quàm præmiſſa; hoc excepto, quod pro totalibus ſphæris, cunei ſphærales ſimiles capiantur: Et pro tornatilibus ſolidis tornatiles cunei capiantur. Componitur autem tornatilis cuneus ex cono ſupradicto cunei ſphæralis, & portione tornatilis ſolidi cadente intra ſphæricam portionem. Nam huiuſmodi tornatiles cunei ſimiles ſunt, quandoquidem

intra

Digitized by Google

intra ſimiles ſphærales cuneos cadunt: & ideò per antepræmiſſam, ſunt cubis diametrorum ſphæralium proportionales. Atq; etiam cubis dictarum baſium diametrorum, quippe quæ ſphæralibus diametris ſint proportionales, propter portionum ſimilitudinem.

PROPOSITIO XL.

Similes Sphæricæ portiones ſunt Cubis Diametrorum proportionales.

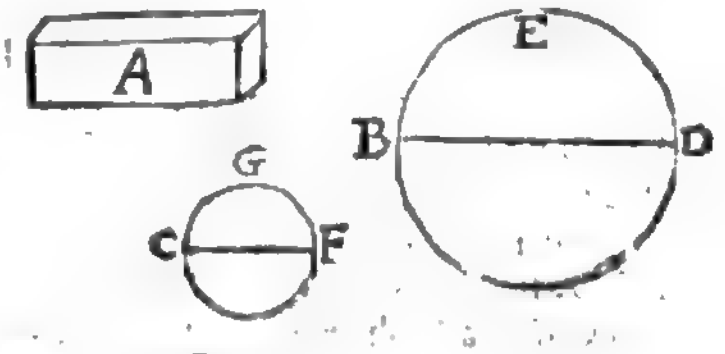
NAm cùm ſphærica portio (per definitionem in præmiſſa aſſignatam) ſit relictum ſolidum poſt coni à ſphærali cuneo abſciſſionem, atque per præcedentem, tales cunei, *per* 35. aut tales coni (quia ſimiles) ſint diametrorum baſium, & etiam ſphærarum cubis proportionales, hoc eſt, cum tota ſint abſciſſis proportionalia; erunt, & relicta totis proportionalia, hoc eſt, ſphæricæ portiones dictarum diametrorum cubis proportionales. Quod proponitur demonſtrandum.

Cùm igitur ſimiles ſphericæ portiones hemiſphærijs minores ſint diametrorum cubis proportionales, erunt & relictę ſphericæ portiones hemiſphærijs maiores iiſdem cubis proportionales.

PROPOSITIO XLI.

Cuilibet dato ſolido aliquam Sphæram eſſe æqualem.

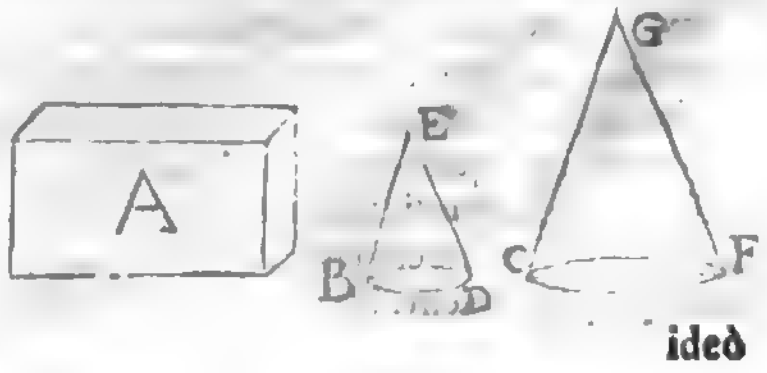
ESto quoduis datum ſolidum A, exponatur quælibet linea B D, ſuper quam diametrum ſphæra B E D intelligatur. Aut igitur ſphæra B E D æqualis erit ſolido A, aut minimè, ſi æqualis, conſtat propoſitum: Sin verò, tunc ſicut eſt ſphæra B E D ad ſolidum A, ſic ſit cubus lineæ B D ad cubum lineæ C F *per* 33. *huius*; eritque *per* 35. *huius*, ſicut cubus B D ad cubum C F, ſic ſphæra B E D ad ſphæram C G F; itaque eandem rationem cum habeat ſphæra B E D ad ſolidum A, quam & ad ſphæram C G F, æqualis erit, iam ſphæra C G F ſolido A. Rurſum ergò conſtat Propoſitum.



PROPOSITIO XLII.

Datis duobus quibuſcunq; Solidis, eſſe aliquod Solidum vni eorum ſimile, & alteri æquale.

ESto, exempli gratia, ſolidum quodlibet A, & conus B E D ſuper baſim, cuius diameter B D. demonſtrabo iam, conum aliquem eſſe cono B E D ſimilem, & ſolido dato A æqualem; ſit enim *per* 33. *huius*, ſicut conus B E D ad ſolidum A, ſic cubus lineæ B D ad cubum lineæ cuiuſpiam C F, & ſuper circulum C F conus C G F erigatur ſimilis cono B E D; eritq; *per* 35. *huius*, conus B E D ad conum C G F, ſicut cubus B D ad cubum C F, &



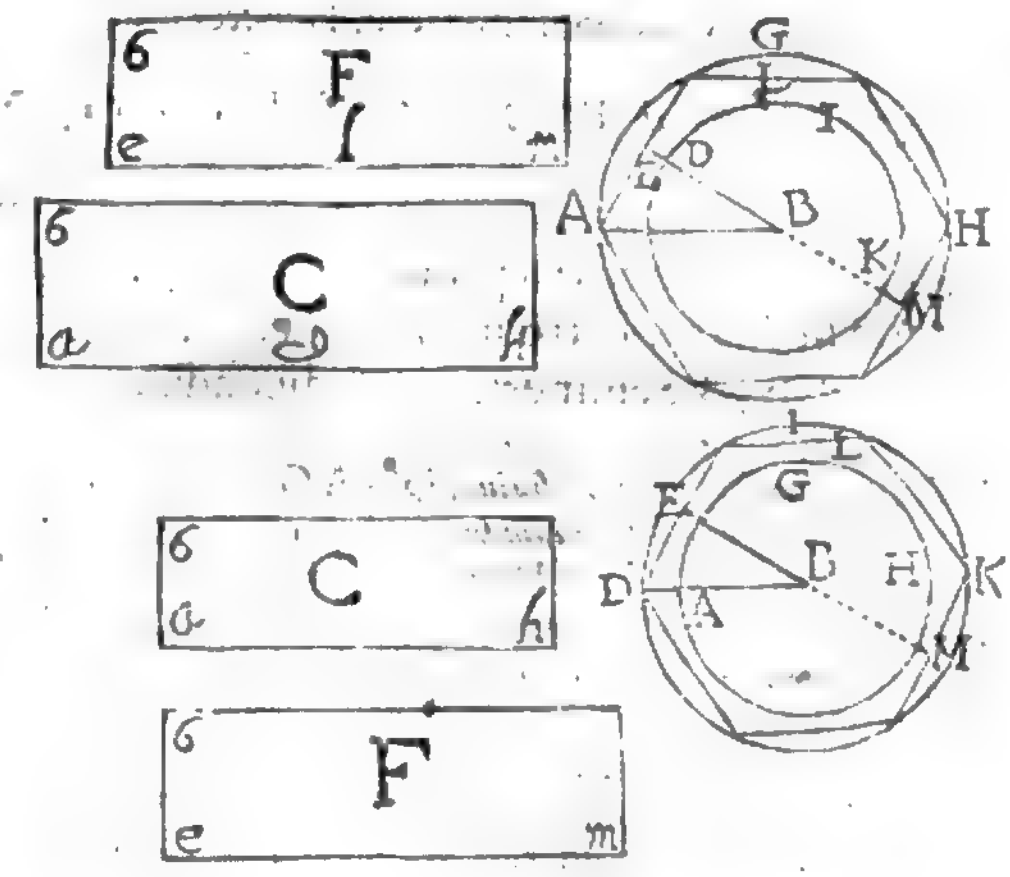
ideò

ideò ſicut conus B E D ad ſolidum A; eandem ergo rationẽ cùm habeat conus B E D ad ſolidum A, quam & ad conum C G F, æqualis erit iam conus C G F ſolido A. Conſtat igitur propoſitum. Quod ſi ſuper baſim, cuius diameter B D cylindrus ſupponatur: ſimiliter, & *per* 30. *&* 33. *huius*, cylindrum G C F ſimilem cylindro E B D, & æqualem ſolido A, eſſe demonſtrabimus, Idem quoq; *per* 33. *&* 36. pro conis coluris: *per* 37. pro tornatilibus ſolidis: *per* 39. pro ſphæralibus cuneis: *per* 40. pro ſphæricis portionibus efficiemus. Non aliter de cubis, aut priſmatibus, aut pyramidibus, aut parallelepipedis, aut polyhedris regularibus, ſiue irregularibus ſolidis propoſitum conſtabit: quandoquidem, vt in *Element.* 12. oſtenſum eſt, ſimilia ſolida ſemper ſunt cubis correlatiuorum laterum proportionalia.

PROPOSITIO XLIII.

Circulus æqualis eſt ei, qnod producitur ex ſemidiametro in Semiperipheriam.

SIt circulus A G H, cuius ſemidiameter A B, ſuperficies autem C ſit id, quod fit ex ſemidiametro A B in ſemiperipheriã circuli A H G. demonſtrandũ eſt, quod circulus A H G æqualis eſt ſuperficiei C. Nam *per* 14. *huius*, erit circulus quiſpiã æqualis ſuperficiei C; ſit ergo circulus D I K cuius ſemidiameter B D æqualis ſuperficiei C; & oſtendendum erit, quod B D linea æqualis erit ipſi B A; nam ſecus, erit vtrauis maior, & circulus D I K deſcribatur, concentricus circulo A G H, & *per* 12. 12. *Euclid.* intra maiorem horum circulorum deſcribatur figura multiangula, circulum minorem minimè tangens, fietq; *per* 1. *ſexti Euclid.* vt ſuperficies talis figuræ inſcriptæ ſit æqualis ei, quod fit ex aliqua linea inter ipſas A B, B D, quæ ſit B E, in E L M ſemiperimetrũ ipſius figuræ; quod productum ſit F; itaq; ſi A B ſit maior, quàm B D erit tunc B E minor, quàm A B linea; & proinde ſuperficies C maior ſuperficie F; igitur tũc circul⁹ D I K (qui æqualis figuræ C poſitus fuit) maior erit figura F, ſeu E L M, q̃ eſt impoſſibile *per tertium poſtulatum*. Si autem A B ſit minor, quã B D, tunc B E maior erit, quàm A B linea; quare ſuperficies F maior tunc eſt ſuperficie C, & idcircò figura F ſeu E L M erit maior ſpatio C ſeu circulo D I K intra quem inſcribitur: quod eſt impoſſibile *per dictum poſtulatum*. Cùm ergo linea B D neq; minor, neq; maior poſſit eſſe, quàm linea A B, erit æqualis. Quod erat demonſtrandum.



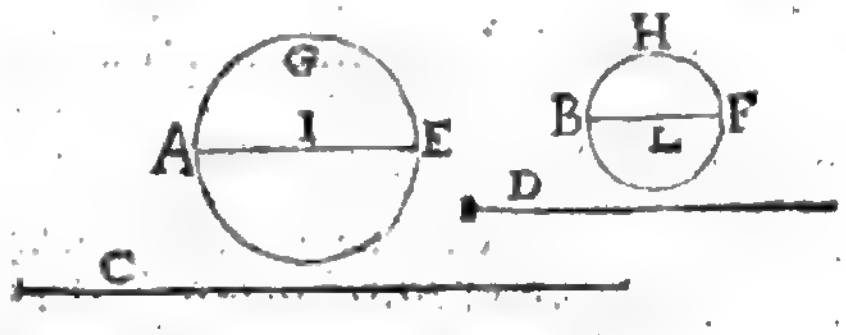
Similiter autem oſtendemus, quod ſuperficies cylindrica æqualis eſt ei, quod fit ex

ex latere cylindrico in peripheriam baſis. Idq; per columnam inſcriptam maiori cylindro, ita vt minorem non tangat. Item quòd ſuperficies conica æqualis eſt ei, quod fit ex latere conico in ſemiperipheriam baſis. Idq; per pyramidem inſcriptam maiori cono, ita, vt minorem ſimilem, vel ſub eodem axe poſitum non tangat.

PROPOSITIO XLIV.

In duobus Circulis inæqualibus, id quod fit ex Diametro maioris in peripheriam minoris, æquale eſt ei, quod fit ex Diametro minoris in peripheriam maioris. Idemque de Semidiametris, & Semiperipherijs eſt dicendum.

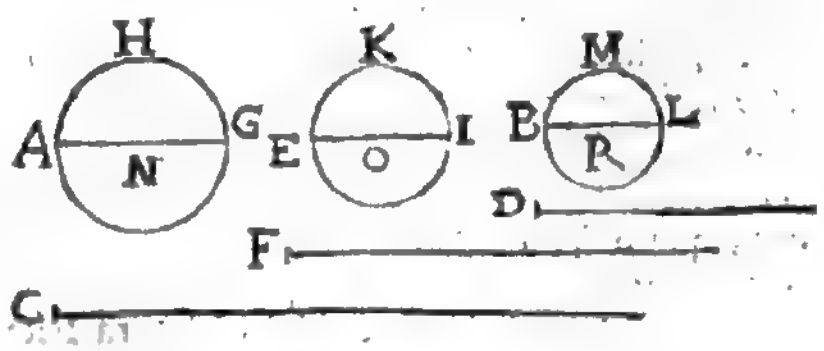
SVnto duo circuli inæquales A G E, & B H F, quorum diametri A E, & B F, & peripheriæ earũ æquales ſint lineis C, D, hoc eſt, vt *per 15. huius*, linea C ſit æqualis peripheriæ circuli A G E, & linea D æqualis peripheriæ circuli B H F. demonſtrandum ergo eſt, quod rectangulum A E D æquale eſt rectangulo B F C; nam cùm *per 8. huius*, ſicut eſt A E ad B F, ſic ſit C ad D; iam *per 8. ſexti Element. Euclid.* conſtat prima propoſiti pars, quod ſi A I & B L ſupponantur ſemidiametri, iã *per eandem* 8. lineæ C & D tunc erunt ſemiperipheriæ. Vnde conſtabit, quod ſupererat demonſtrandum.



PROPOSITIO XLV.

In tribus Circulis, quorum Diametri ſunt in proportione continua, id quod fit ex Diametro primi in peripheriam poſtremi, æquale eſt ei, quod fit ex Diametro medij in peripheriam ſuam. Idemque de Semidiametris, & Semiperipherijs dicendum.

INterſit enim *per ſextam huius*, ipſis A G, & B L diametris media proportionalis linea E I, eritq; *per octauam huius*, F peripheria circuli, cuius diameter E I, media proportionalis inter C, & D peripherias: quandoquidem peripheriæ ſunt diametris proportionales. & demonſtrandum erit, quod rectangulum A G D, ſiue rectangulum B L C (æqualia enim ſunt *per præcedentem*) æquale eſt rectangulo E I F; nam cùm A G ad E I ſit ſicut F ad D, iam *per 15. ſexti Euclid.* conſtat prima propoſiti pars: & reliqua ſimiliter; nam ſi A N, E O, & B R lineæ ſupponantur ſemidiametri: erunt *per 8. huius* ipſæ C, F, D, ſemiperipheriæ. Conſtat ergo Propoſitum.



PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO XLVI.

In tribus Circulis, quorum Semidiametri continuæ proportionales, quod fit ex Semidiametro primi in Semiperipheriã poſtremi, æquale eſt circulo medio. Idemque dicendum, ſi in primo, & poſtremo integræ Diametri, & integræ Peripheriæ lineæ ipſæ appellentur.

NAmque cùm *per præcedentem*, in eadem deſcriptione, tàm rectangulum A N D, quàm rectangulum B R C æquale ſit rectangulo E O F, quod ſcilicet ſit ex E O ſemidiametro in ſuam ſemiperipheriam F, quodquè *per* 43. *præcedentem*, æquale eſt ipſi circulo, cuius ſemidiameter E O, iam & ipſe circulus cuius ſemidiameter E O æqualis erit tam rectangulo A N D, quàm rectangulo B R C; quorum videlicet vtrumuis ſit ex ſemidiametro alterius extremorum in ſemiperipheriam reliqui: ſiuè mauis ex diametro tota in peripheriam totam, iuxta ſuppoſitionem. Conſtat ergo id, quod proponitur demonſtrandum.

Expletum Thermis hora noctis prima diei Iouis in extremo carniſpriuio, qui fuit menſis Februarij tredecimus VIII. Ind. M D L.

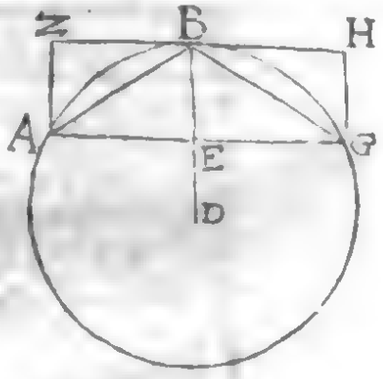
Digitized by Google

ARCHIMEDIS
DE CIRCVLI DIMENSIONE
LIBER
EX TRADITIONE
FRANCISCI MAVROLYCI.

PROPOSITIO I.

Triangulum rectilineum descriptum super chordam portionis circularis semicirculo non maioris, eandem cum portione celsitudinem habens, maius est, quam dimidium portionis.

SIt circuli A B G, cuius centrum D, portio A B G non maior semicirculo; sectaq; *per* 29. 3. perpheria A B G bifariam in puncto B; ductaque chorda A G, connexisque A B, B G. aio quod triangulum A B G maius est, quam dimidium portionis A B G. ducatur semidiameter D B secans A G apud E, & per signum B agatur ipsi D B perpendicularis Z B H, quæ *per* 15. 3. cadet extra circulum, eritq; ipsi A G parallelus *per* 28. 1. quando recti sunt anguli apud E, quoniam scilicet D B bifariam secat arcum A B G, & ideo chordam A G: vnde *per* 3. 3. eandem ad angulos secabit rectos. Itaque compleatur rectangulum A Z H G, eruntq; rectæ A Z, G H extra circulum, quoniam portio A B G non est maior semicirculo. Maius ergo erit rectangulum A H portione A B G, sed *per* 41. 1. triangulum A B G dimidium est rectanguli A H, ergo triangulum A B G maius quam dimidium portionis A B G, quod est propositum.



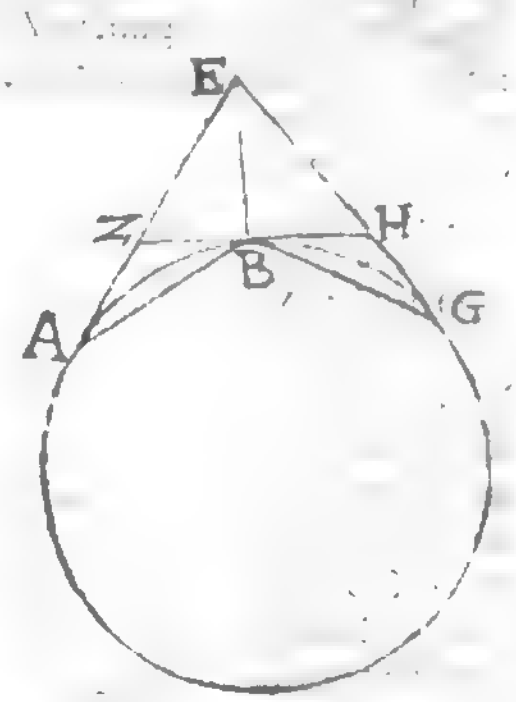
PROPOSITIO II.

Si à puncto extra circulum duæ lineæ ducantur, circulum contingentes de figura sub contingentibus, & assumpto arcu comprehensa plus quam dimidium abscindet recta, quæ circulum contingit apud punctum medium arcus assumpti.

A Puncto E, extra circulum A B G, ducantur duæ rectæ E A, E G. contingentes circulum in punctis A, G, & secta bifariam peripheria A B G in puncto B, agatur per signum B recta Z B H circulum contingens, & apud Z, H occurrens ipsis A E, E G: aio quod triangulum Z E H maius est, quã dimidium figuræ E A B G, contentæ scilicet sub lineis E A, E G, & peripheria A B G. connectantur enim rectę A B, B E, B G, & quo-

Digitized by Google

& quoniam *ex penult.* 3. A E, E G sunt æquales. & *per* 27. eiusdem rectæ A B, B G, æquales, ideo *per* 8. 1. triangula A E B, B E G sunt inuicem æquiangula, igitur anguli Z A B, H G B æquales; sed angulus Z B A æqualis angulo Z A B, & angulus H B G æqualis angulo H G B; quoniam vtrumq; triangulorum A Z B, B H G isosceles ex penult. 3. igitur triangula A Z B, B H G sunt inuicem æquilatera *per* 26. 1. quare rectæ A Z, G H æquales; & ipsæ Z B, B H æquales: itemque superstant Z E, E H æquales, vnde triangula B E Z, B E H inuicem æquilatera erunt *per* 8. 1. & æquiangula: & ideo angulus Z B E æqualis angulo E B H: recti sunt ergo anguli Z B E, E B H: itaque *per* 19. 1. E Z maior quam Z B, & ideo maior quam A Z, quare *per* 1. 6. maius triangulum E B Z triangulo Z B A; similiter ostendam, quod triangulum E B H maius triangulo H B G; igitur totum triangulum Z E H maius quam duo triangula Z B A, H B G simul; quare triangulum Z E H maius quam dimidium triangulorũ E B A, E B G; sed figura E A B G minor quam duo triangula E B A, E B G; ergo à fortiori triangulum Z E H maius quam dimidium figuræ E A B G, comprehensæ videlicet sub lineis A E, E G, & arcu A B G, quod est propositum.



COROLLARIVM.

Manifestum est ergo, quod quatuor lineæ A Z, Z B, B H, H G sunt inuicem æquales.

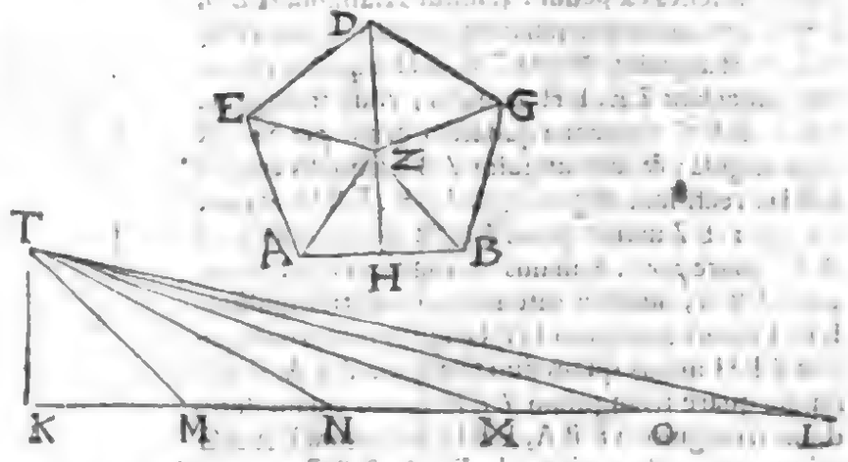
PROPOSITIO III.

Polygonium rectilineum, in quo à quopiam interiori puncto ad latera singula perpendiculares sunt inuicem æquales (quale est circulo circumscriptum, vel æquilaterum circulo inscriptum) æquale est triangulo rectangulo, cuius vnum laterum, quæ circa rectum angulum, æquale est vni perpendicularium prædictarum, reliquum vero æquale perimetro rectilinei.

ESto rectilinea figura A B G D E, in qua à quodam interno puncto, vt pote Z, ad latera singula perpendiculares sint æquales, ducatur autem ad vnum laterũ, vt pote A B, perpendicularis

Digitized by Google

cularis Z H, ſitq; triangulum T K L rectum, qui apud K angulum habens, cuius latus T K æquum ſit perpendiculari Z H, latus verò K L æquum ſit perimetro figuræ A B G. aio, quod æquale eſt polygonium A B G triangulo T K L, connectantur enim anguli figuræ A, B, G cum puncto Z, & diuidatur K L in portiones tot, quot ſunt latera figuræ A B G ſingulas ſingulis lateribus æquales, quando tota K L vniuerſis ſimul lateribus eſt æqualis, ſitq; ipſi A B ipſa K M, ipſi B G ipſa M N, ipſi G D ipſa N X, ipſi D E ipſa X O, ipſique E A ipſa O L æqualis, & cõnectãtur pũcta M, N, X, O cum puncto T: itaq; quoniam triangulorũ A Z B, K T M baſes ſunt æquales, & celſitudines æquales; Ideo *per* 1. 6. æqualia ſunt inuicem triangula A Z B, T K M, ſimiliter, & ipſa triangula B Z G, M T N inuicem, & ipſa G Z D, N T X inuicem, & ipſa D Z E, X T O inuicem, & ipſa E Z A, O T L inuicem æqualia erunt. Quare totum rectilineum A B G toti triangulo K T L æquum eſt, quod eſt propoſitum.



Et attendendum, quod in figura circulo circumſcripta perpendiculares à centro circuli ad latera figuræ ſunt æquales, namque rectæ à centro ad puncta contactuum egredientes ſunt *per* 17. 3. ipſis lateribus perpendiculares, quæ per diff. circuli ſunt æquales. Item in figura æquilaterâ circulo inſcripta perpendiculares à centro ad latera ſunt æquales, quod patet *per* 13. 3. bene ergo huiuſmodi figuras in exemplum erat propoſitro.

PROPOSITIO IV.

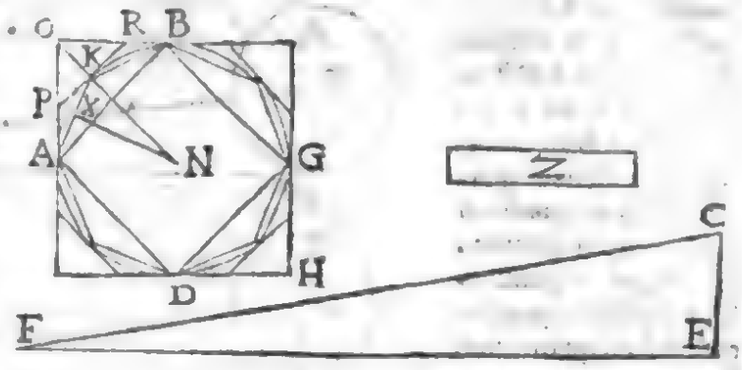
Circulus æqualis eſt triangulo rectangulo, cuius quæ quidem ex centro æqualis eſt vni latorum, quæ circum rectum angulum, perimeter autem baſi.

SIt circulus A B G D, & trigonum rectangulum C E F, ſitq; ſemidiameter circuli A B G æqualis vni laterum trianguli C E F, quæ circũ rectum angulum, perimeter autem A B G æqualis reliquo lateri trianguli C E F, quod circũ rectum angulum. Aio quod æqualis eſt circulus A B G triangulo C E F: ſit enim, ſi poſſibile eſt, maior circulus trigono in ſpatio quopiam, vtpote Z, & inſcribatur circulo *per* 6. 4. quadratum A B G, ſectiſq; peripherijs bifariam inſcribatur octogonum A K B: eritque *per primam huius*, triangulum A K B maius quã dimidium portionis circularis A K B, & ſimiliter reliqua triangula reliquis portionibus, hoc autem toties faciam, donec *per* 1. 10. relictæ portiones ſint minus quam ſpatium Z, itaque inſcriptum polygonium A K B maius erit trigono C E F.

Capiatur vna perpendicularium à centro circuli N ad latera polygonij A K, vt pote N X perpendicularis ad latus A K, eritque *per præcedentem* polygonium A K B æquale

trigono

trigono rectangulo, cuius laterum; quæ circa rectum, alterum, ipſi NX, reſiquum perimetro polygonij AKB eſt æquale, ſed tale trigonũ minus trigono CEF, quandoquidem trigoni CEF latera, quæ circa rectum, maiora ſunt, vt pote quorum alterum, ſemidiametro NK circuli ABG, quæ maior eſt perpendiculari NX; reliquum perimetro circuli, qui maior perimetro polygonij, æquale eſt: ergo polygonium AKB minus erit trigono CEF, fuit autẽ maius, quod eſt impoſſibile.



Non eſt ergo circulus ABG maior trigono CEF. ſit nunc, ſi poſſibile eſt, minor circulus ABG triangulo CEF in ſpatio quouis, vt puta Z, & circumſcribatur circulo *per* 7. 4. quadratum OH, cuius latera contingant circulum apud puncta A, B, G, D, ſectaq; peripheria AB bifariam in ſigno *K*, ſimiliter & reliquæ: agatur per *K* circulum contingens PRR lateribus quadrati circumſcripti occurrens apud P, R, & ſimiliter in reliquis peripherijs BG, GD, DA, eritq; *per 2. huius* triangulum POR maius quam dimidium figuræ AOB*K*, quæ videlicet ſub rectis AO, OB, & arcu A*K*B comprehenditur, & ſimiliter reliqua triangula apud angulos quadrati OH maiora, quam dimidia reliquarum figurarum, non ergo ceſſabo ab huiuſmodi peripheriarum bifaria ſectione, donec *per* 1. 10. figuræ, quæ à circuli peripherijs, & lateribus circũſcripti polygonij comprehenduntur, redigantur ad minus ſpatium ſpatio Z, itaque circumſcriptum polygonium APRB erit minus trigono CEF. connectatur ergo centrum N cum vno punctorum, in quibus latera polygonij APK contingunt circulum, vt pute cum puncto K, eritq; *per præcedentem* polygonium APK æquum trigono rectangulo, cuius laterum, quæ circa rectum, alterum ipſi NK, reſiquum perimetro polygonij APK eſt æquale, huiuſmodi ergo trigonum maius eſt trigono CEF, quandoquidem trigoni CEF laterum, quæ circum rectum, vnum ipſi NK eſt æquale, reliquum vero perimetro circuli, qui minor eſt perimetro poligonij APK: quare poligonium APK maius eſt trigono CEF, fuit autem minus quod eſt abſurdum.

Non eſt igitur circulus ABG minor trigono CEF, fuit oſtenſum quod nec maior, æqualis ergo erit circulus ABG trigono CEF, quod eſt propoſitum.

Hinc manifeſtum eſt, quod circulus æqualis eſt rectangulo, quod ſub ſemidiametro circuli, & linea æquali, dimidio peripheriæ comprehenditur.

COROLLARIVM.

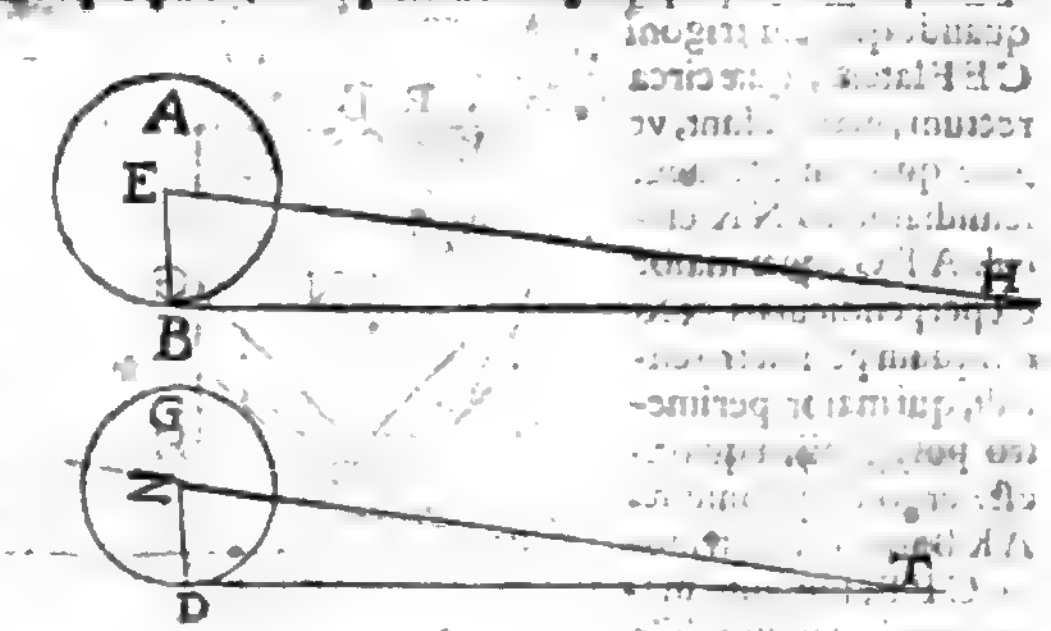
MAnifeſtum eſt ergo, quod ex ductu ſemidiametri in dimidium peripheriæ producitur area circuli.

PROPOSITIO V.

Circulorum diametri ſunt peripherijs proportionales

SVnto duo circuli AB, GD, quorum centra E, Z, & ſemidiametri EB, ZD, aio, quod ſicut ſemidiameter EB ad ſemidiametrum ZD, ſic peripheria AB ad peripheriam

pheriam G D; ſint enim ipſæ E B, Z D ad rectos angulos ipſæ B H, D T, quarum B H peripheriæ A B, & D T peripheriæ G D ponantur æquales, & connectantur E H, Z T, & erit *per præmiſſam* circulus A B trigono E B H, & circulus G D trigono Z D T æqualis, ſed *per* 2. 12. circulus A B ad circulum G D eſt ſicut quadratũ E B ad quadratũ Z D, ergo trigonum E B H ad trigonum Z D T eſt ſicut quadratum E B ad quadratum Z D; verum ratio quadrati E B ad quadratũ Z D dupla eſt eius, quæ E B ad Z D *per* 17. 6. igitur ratio trigoni E B H ad trigonum Z T D componitur ex duabus rationibus, quarum quælibet eſt ſicut E B ad Z D, ſed eiuſdem trigoni E B H ad idem trigonum Z D T ratio *per* 24. 6. componitur ex ratione E B ad Z D, & ex ratione B H ad D T, propter angulos B, D æquales; neceſſe eſt ergo, vt ratio E B ad Z D ſit ſicut B H ad T D, & ideo ſicut peripheria A B ad peripheriam G D, quod eſt propoſitum.

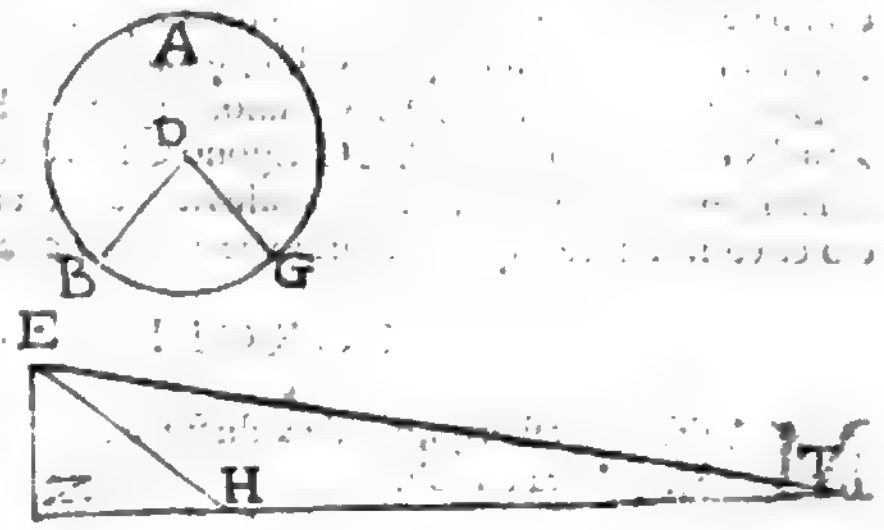


PROPOSITIO VI.

Sector circuli æqualis eſt triangulo rectangulo, cuius vnum eorum laterum, quæ circa rectum angulum æquale eſt ei, quæ ex centro, reliquum vero peripheriæ ſectoris.

EX circulo A B G, cuius centrum D, abſcindatur ſector D B G, & ponatur trian-gulum E Z H angulum Z rectum habens, ſitq; latus E Z ſemidiametro D B, latus vero Z H peripheriæ B G æquale. aio, quod æqualis eſt ſector D B G trigono E Z H.

Producatur enim Z H, ponaturq; toti peripheriæ A B G æqualis Z T, & connectatur E T, eritq; *per* 4. *huius* circulus A B G æqualis trigono E Z T, ſed *ex vltima 6. & coniuncta proportione* eſt circulus A B G ad ſectorẽ D B G ſicut tota peripheria A B G ad peripheriam B G, & ideo ſicut Z T ad Z H, & ideo *per* 1. 6. ſicut triangulum E Z T ad triangulum E Z H, eſtq; circulus A B G triangulo E Z T æqualis; igitur *per* 14. 5. & ſector D B G erit trigono E Z H æqualis, quod eſt propoſitum.



Hinc manifeſtum eſt, quod ſector circuli æqualis eſt rectangulo, quod ſub ſemidiametro circuli, & linea æquali dimidio peripheriæ aſſumptæ continetur.

SCHO-

Digitized by Google

SCHOLIVM.

ATtende quod *ex 4. præmiſſa* circuli ſuperficies producitur ex ductu ſemidiametri in dimidium peripheriæ, ex præſenti vero Sectoris ſuperficies producitur ex ſemidiametro circuli in dimidium peripherię Sectoris quemadmodum trigoni rectanguli ſuperficies conſurgit ex ductu alterius laterum, quæ circa rectum angulum in dimidium reliqui *per 42. 1. elementorum.*

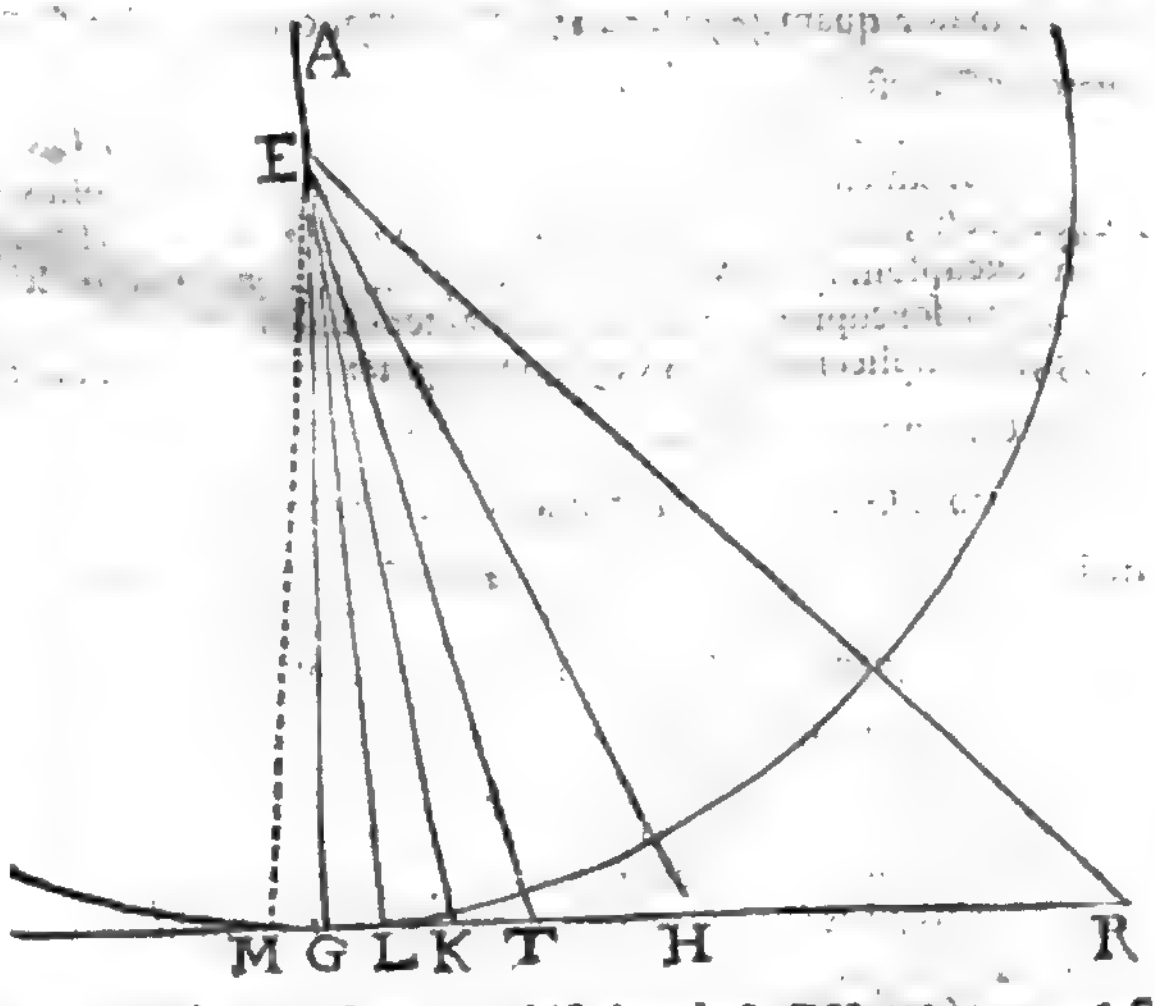
SCHOLIVM.

EX hac quoque propoſitione ſequitur, vt Sectorum ratio componatur ex rationibus ſemidiametrorum, & arcuum. vtq; ſimilium Sectorum ratio ſit ſicut ſemidiametrorum duplata, vtque ſectores, quorum ſemidiametri ſunt arcubus reciproci, ſint inuicem æquales. Similiter vt portionum circularium ſimilium ratio ſit quæ chordarum dupla.

PROPOSITIO VII.

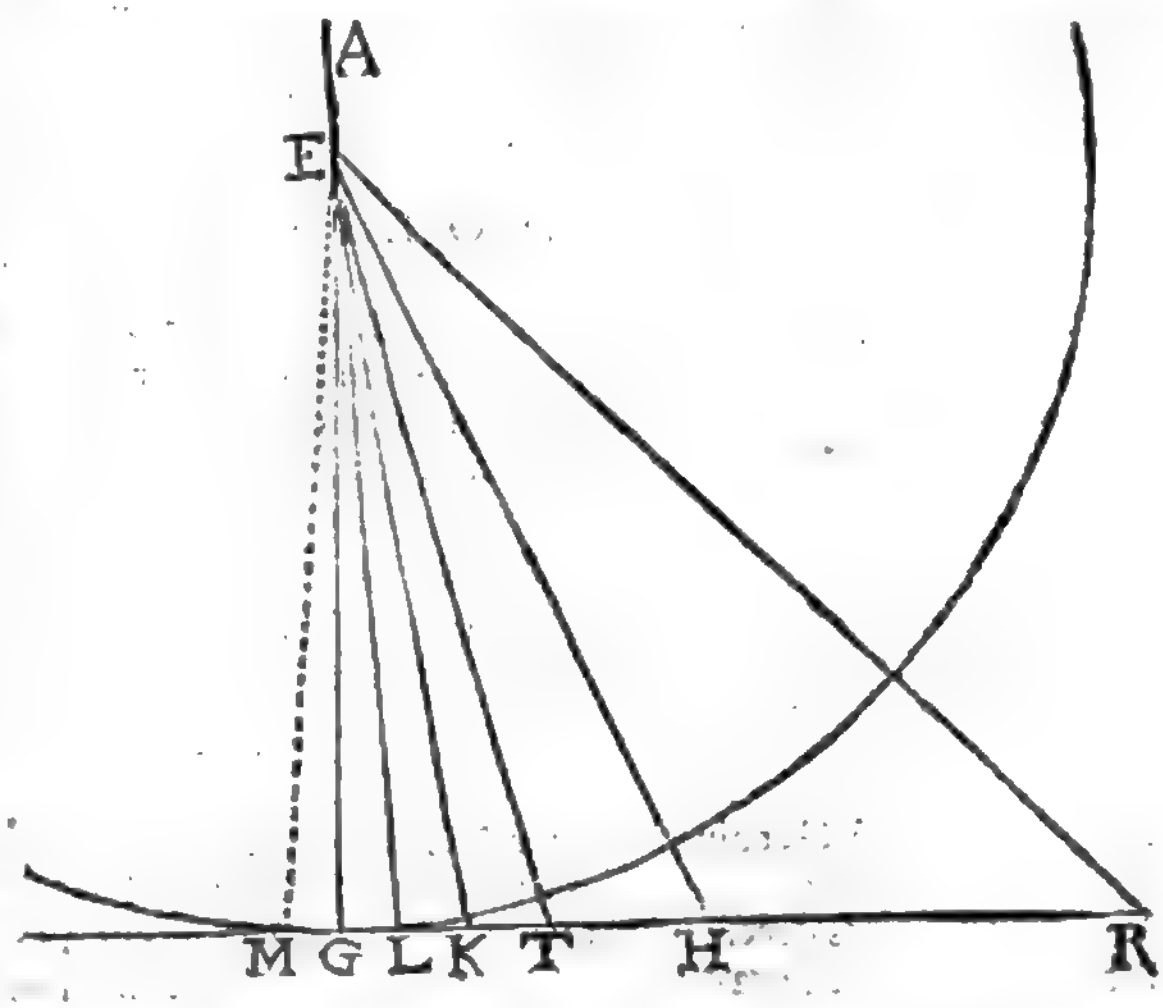
Circuli peripheria tripla eſt diametri, & adhuc excedit minori quam ſeptima parte diametri, maiori autem, quam decem ſeptuageſimis primis.

ESto circulus A G, cuius diameter A G, & centrum E; aio quod peripheria A G minor quidem eſt, quam tripla ſeſquiſeptima diametri A G, maior vero quam tripla ſuperpartiens decem ſeptuageſimas primas. Agatur ipſi A G ad rectos angulos M G R, quæ cadet extra circulum *per* 15. 3. ponaturque angulus G E R dimidium anguli trigoni æquilateri, hoc eſt tertia pars recti, eritque E G perpendicularis ab angulo trianguli æquilateri ad latus oppoſitũ, dupla ergo erit E R ipſius R G, & ideo quadratum E R quadruplum quadrati R G, quare *per penult.* 1. quadratũ E G triplũ quadrati G R; itaq; ſi ponatur E R partium 306. fiet G R 153. & E G plus quam 265. ſecetur angulus G E R *per* 9. 1. bifariam ducta E H, erit q; *per* 3. 6. ſicut E R ad R H, ſic E G ad G H; quare *per* 13. 5. aggregatum ex G E, E R ad totum G R



Digitized by Google

G R erit ſicut E G ad G H, itaq; ratio E G ad G H maior erit, quã 571. ad 153. quare *ex penult.* 1. ratio E H ad G H maior quam $591\frac{7}{50}$ ad 153. Rurſum ſecto bifariam angulo G E H ducta E T ijſdẽ rationibus adductis fiet ratio E G ad G T maior quã $1162\frac{7}{50}$ ad 153. quare ratio E T ad G T maior $1172\frac{4}{25}$ ad 153. Item ſecto bifariam angulo G E T ducta E K ſimiliter erit ratio E G ad G K maior quã $2334\frac{3}{10}$ ad 153. quare E K ad G K maior quã $2339\frac{3}{10}$ ad 153. ad huc ſecto bifariam angulo G E K ducta E L non aliter erit ratio E G

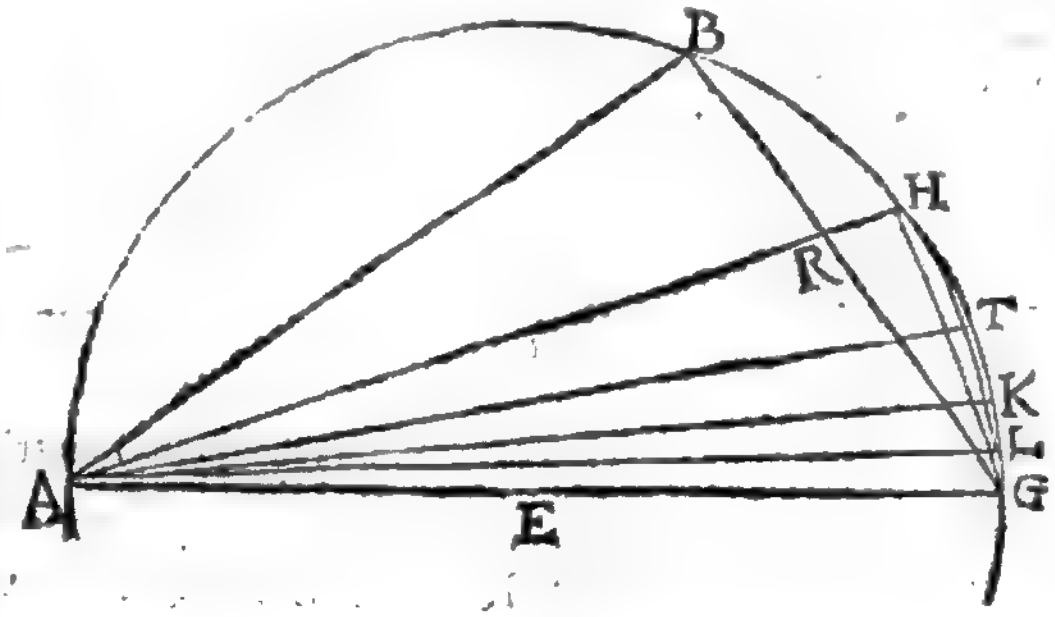


ad G L maior quam $4673\frac{3}{5}$ ad 153. Quoniam ergo angulus G E R tertia pars recti quater ſectus eſt bifariam, ideo angulus G E L erit pars 48. recti, ponatur ergo ipſi G E L æqualis G E M eritq; totus L E M 24. pars recti, itaq; L M eſt latus polygonij 96. angulorum circulo A G circumſcripti. Cum ergo M L ipſius G L, & A G ipſius E G dupla ſit, erit ſicut A G ad M L, ſic E G ad G L, & ideo ſicut A G ad nonagincuplum ſexcuplum ipſius M L, hoc eſt ad perimetrũ polygonij dicti, ſic E G ad nonagincuplum ſexcuplum ipſius G L: fuit autem maior ratio E G ad G L, quam $4673\frac{3}{5}$ ad 153. multiplicentur ergo 153. nonagies ſexies fientq; 14688. quare maior erit ratio E G ad nonagincuplum ſexcuplum ipſius G L quam $4673\frac{3}{5}$ ad 14688. itaque maior ratio A G diametri ad perimetrum polygonij 96. laterum circulo circumſcripti, quã $4673\frac{3}{5}$ ad 14688. ſed numerus 14688. continet numerum $4673\frac{3}{5}$ ter, & ſuperſũt $667\frac{1}{5}$ qui minus eſt quam ſeptima pars ipſius $4673\frac{3}{5}$ quare dicti polygonij perimeter triplus eſt diametri, & excedit minori quã ſeptima parte: ſed polygonij perimeter maior eſt circuli perimetro, à fortiori ergo circuli perimeter triplus erit diametro, & excedit minori quam ſeptima parte, & hæc eſt prima pars propoſitionis.

Ducãtur nunc intra circulum A B, B G, ſitq; B A G angulus tertia pars recti; itaq; ſicut ſuperius, ſi A G ponatur partium 1560. fiet B G partium 780. quare ratio A B ad B G minor quam 1351. ad 780. ſecetur bifariam angulus B A G ducta A H ſecante ipſam B G apud R, & connectatur H G eritq; angulus B A H æqualis angulo B G H *per* 20. 3. ſed angulus H A G æqualis angulo B A H, ergo angulus B G H æqualis

angulo

angulo H A G, igitur triangula H A G, H G R (angulos B G H, H A G æquales habentia, & angulum A H G communem) ſunt ad inuicem æquiangula. Itaque *per* 4. 6. ſicut A H ad H G, ſic G H ad H R, & A G ad G R, ſed A G ad G R *per* 3. 6. & 13. 5. ſicut aggregatum ex G A, A B ad B G, ergo ſicut aggregatum ex G A, A B ad B G, ſic A H ad H G, quare A H ad H G ratio minor quam 2911. ad 780. & ideo ratio A G ad G H minor quã $3013\frac{3}{4}$ ad 780. Rurſus ſecetur bifariam angulus H A G ducta T A, & connexa T G, fiet ijſdem adductis, ratio A T ad T G minor quã $5924\frac{3}{4}$ ad 780. & ideo ratio A G ad G T minor quã 5976. ad 780. Item ſecetur T A G angulus bifariã ducta A K, & cõnexa K G eritq; ſimiliter ratio A K ad K G minor quam $11900\frac{3}{4}$ ad 780. & ideo minor quã 1007 ad 66. & ratio A G ad G K minor quã $1009\frac{1}{6}$ ad 66. Adhuc ſecto bifariã angulo K A G per lineam A L ductaque L G non aliter fiet ratio A L ad L G minor quam $2016\frac{1}{6}$ ad 66. & ideo ratio A G ad G L minor $2017\frac{1}{4}$ ad 66. ſed angulus L A G eſt quadrageſima octaua pars recti, & ideo eſt *per* 19. 3. angulus quem ſubſtendit peripheria L G ad centrum circuli eſt vigeſima quarta pars recti. Quare recta L G eſt latus polygonij æquilateri 96. angulorum circulo inſcripti, multiplicentur igitur 66. nonagies ſexies fientque 6336. itaque ratio A G ad perimetrum dicti polygonij minor erit quam $2017\frac{1}{4}$ ad 6336. quare conuerſim *per* 26. 5. perimeter dicti polygonij ad A G diametrum ratio maior erit quam 6336. ad $2017\frac{1}{4}$ ſed ratio 6336. ad $2017\frac{1}{4}$ maior quam tripla ſuperpartiens decem ſeptuageſimas primas. ergo ratio perimetri poligonij ad diametrũ maior eſt quam tripla ſuperpartiens $\frac{10}{71}$: ſed circuli peripheria maior eſt polygonij perimetro: igitur à fortiori ratio circuli peripheriæ ad diametrum maior eſt quam tripla ſuperpartiens $\frac{10}{71}$, quod eſt propoſiti reſiduum.



COROLLAEIVM.

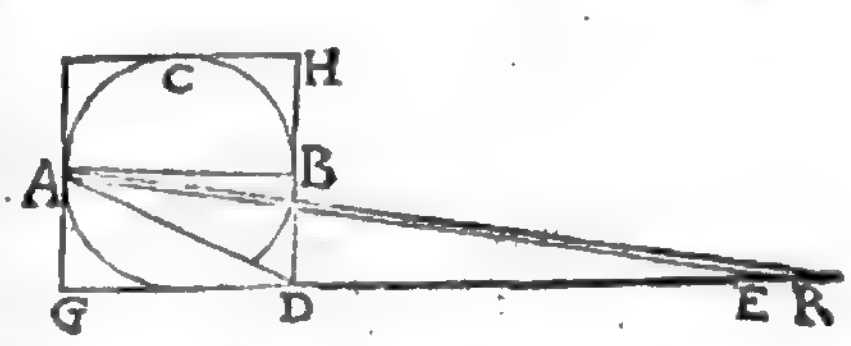
EX quo quidem calculo manifeſtum eſt, quod ſi circuli diameter ponatur partes 497. peripheria erit maior quidem, quam partes 1561. minor vero quam partes 1562.

Digitized by Google

PROPOSITIO VIII.

Circulus ad id, quod à diametro quadratum rationem habet, quam vndecim ad quatuordecim fere.

SIt circulus, cuius diameter A B, cui circumſcribatur *per* 7. 4. quadratũ G D H, & lineę G D dupla, ſit quæ D E, ipſius autẽ G D pars ſeptima, quę E R, & connectantur A D, A E, A R, eritq; *per præcedentẽ* recta G R æqualis ferè peripheriæ circuli A B, ſed A G *per* 7. 4. æqualis ſemidiametro circuli eiuſdem, ergo *per* 4. *huius* circulus A B æqualis ferè trigono A G R, trigonũ autẽ A G R ad trigonũ A D G *per* 1. 6. *& coniunctam proportionem* ſicut baſis G R ad baſim G D, ergo ſicut 22. ad 7. ſed trigonum A D G ad quadratum G H, ſicut 7. ad 28. quoniam quarta pars eius: igitur trigonum A G R ad quadratum G H, ſicut 22. ad 28. hoc eſt ſicut 11. ad 14. quare, & circulus A B, æqualis iam trigono A G R, ad quadratum G H ſicut 11. ad 14. quod eſt propoſitum.



COROLLARIVM.

MAniſeſtum eſt ergo, quod 14. circuli ſimul æquales ſunt 11. quadratis ſimul, quibus inſcribuntur. Patet, nam *per præmiſſam* circulus ad quadratum ſuæ diametri eſt ſicut 11. ad 14. ergo (*per* 13. 5.) 11. circuli ad 11. quadrata ſunt ſicut 11. ad 14. ergo cõuerſim 11. quadrata ad 11. circulos ſunt ſicut 14. ad 11. ergo 14. circuli eam habent rationem ad 11. circulos, quam 11. quadrata ad eoſdem 11. circulos, quare (*per* 9. 5.) 14. circuli æquales ſunt 11. quadratis ſuorum diametrorum.

COROLLARIVM.

PRæterea patet, quod ſi quadratum diametri alicuius circuli multiplicetur vndecies producti pars 14. area eſt circuli.

Contra ſi circuli area quatuordecies coaceruetur, producti pars vndecima erit quadratum, quod ex circuli diametro.

Hæc autem ſecundum rationem triplam ſeſqui ſeptimam, non ſecundum rationem triplam ſuperpartientem $\frac{10}{71}$. Erit circulus ad quadratum ſuæ diametri, ſicut 223. ad 284. vnde 284. circuli erunt æquales 223. quadratis. Quare ſi quadratum diametri multiplicetur bis centies vicies ter producti pars ducenteſima octuageſima quarta erit area circuli.

Contra ſi circuli area ducenties octogeſies quater multiplicetur producti pars ducenteſima viceſima tertia eſt quadratum diametri.

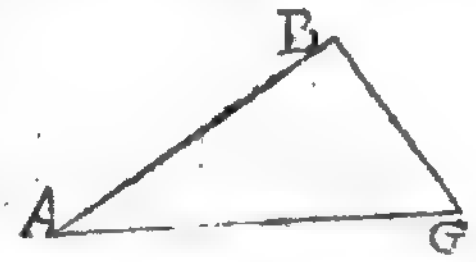
PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO IX.

Circulus ſuper latus trigoni rectanguli angulo recto ſubtenſum deſcriptus æqualis eſt aggregato duorum circulorum ſuper reliqua latera ſimiliter deſcriptorum.

SIt rectangulum trigonum A B G rectum qui ad B angulum habens : aio quod circulus, cuius diameter A G æqualis eſt aggregato duorum circulorum, quorum diametri A B, B G; nam *per* 2. 12. ſicut quadratum A B ad quadratum A G, ſic circulus ex diametro A B ad circulum ex diametro A G,



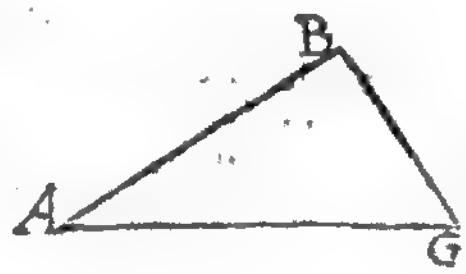
itemque ſicut quadratum B G ad quadratum A G, ſic circulus ex diametro B G ad circulum ex diametro A G, quare *per* 24. 5. erit ſicut aggregatum quadratorum A B, B G ad quadratum A G, ſic aggregatum circulorum ex diametris A B, B G ad circulum ex diametro A G, ſed *per penult.* 1. aggregatum quadratorum A B, B G æquum eſt quadrato A G, ergo, & aggregatum circulorum ex diametris A B, B G æquum eſt circulo, cuius diameter A G, quod eſt propoſitum.

Similiter oſtendam, quod circuli, quorum ſemidiametri A B, B G ſimul æquales ſunt circulo, cuius ſemidiameter A G, quod etiam in propoſito videtur includi.

PROPOSITIO X.

Propoſitis duobus circulis, eorum aggregato æqualem comperire circulum.

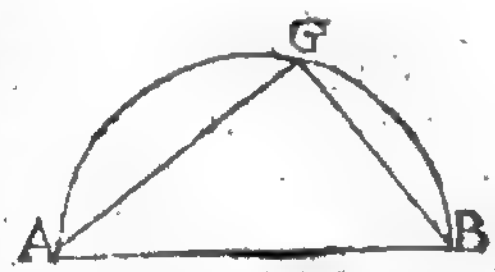
SVnto duo circuli, quorum diametri A B, B G oportet comperire circulum eorum aggegato æqualem. Componantur A B, B G ad angulum rectum apud B, & connectatur A G, ſuper quam diametron circulus deſcribatur, qui *per precedentem* æqualis eſt circulis, quorum diametri A B, B G: quod faciendum proponitur. hinc potes quotcumque circulorum datorum aggregato æqualem inuenire circulum.



PROPOSITIO XI.

Propoſitis duobus circulis inæqualibus, eorum differentiæ æqualem comperire circulum.

SVnto duo circuli, quorum diametri A B, B G, quorum maior A B; oportet comperire circulũ æqualem exceſſui, quo circulus, cuius diameter A B excedit circulum, cuius diameter B G, ſuper A B deſcribatur ſemicirculus A G B, intra quem *per* 1. 4. coaptetur à ſigno B ipſa B G, & connectatur A G, erique *per* 30. 3. angulus A G B rectus, & ideo *per ante pre-*



ceſſum

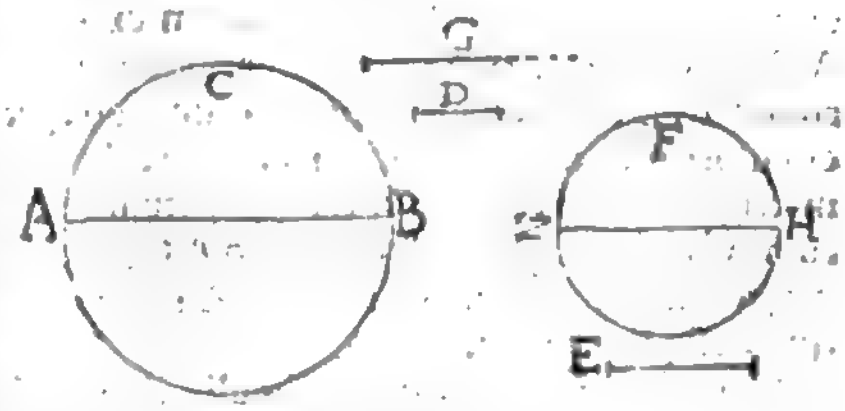
Digitized by Google

missam circuli, quorum diametri A G, G B simul æquales circulo, cuius diameter A B: quare circulus cuius diameter A G est excessus, quo circulus cuius diameter A B, excedit circulum, cuius diameter B G. circulus ergo, cuius diameter A G, est qui quærebatur.

PROPOSITIO XII.

Comperire circulum, qui ad datum circulum datam habeat rationem.

DAtus circulus sit A C B, data ratio, quæ D ad G; oportet describere circulum, qui ad circulum A C B sit sicut D ad G. sicut est G ad D, sic fit *per* 10. 6. diameter A B ad lineam E, & ipsis A B, E inter sit *per* 9. 6. media proportionalis Z H, super qua diametro describatur circulus Z F H, aio quod sicut est D ad G, sic est circulus Z F H ad circulum A C B, quod sic ostendam.



Lineæ A B, Z H, E sunt continuæ proportionales, ergo *per* 17. 6, sicut A B ad E, sic quadratum, quod ex A B ad quadratum, quod ex Z H, sicut autem quadratum A B ad quadratum Z H *per* 2. 12. sic circulus A C B ad circulũ Z F H, igitur sicut A B ad E, sic circulus A C B ad circulũ Z F H, sed A B ad E sicut G ad D, itaq; sicut G ad D, sic circulus A C B ad circulum Z F H, & conuersim. ergo sicut D ad G sic circulus Z F H ad circulũ A C B. descripsimus ergo circulum Z F H, qui ad circulum datum A C B rationem habet, quam D ad G datam, quod faciendum proponitur.

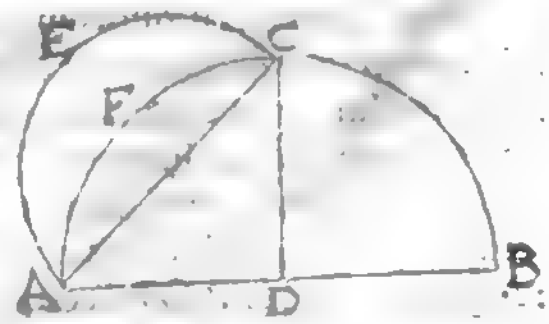
SCHOLIVM.

HInc ergo dato sectori, qui datam habeat ad suum circulum rationem, æqualem comperire circulum. Nam si, exempli gratia, sector quispiam sit quinta pars sui circuli, videlicet assumens quintam totius peripheriæ partem, tunc circulus, qui sit quinta pars illius circuli per præsentem inuentus, est huiusmodi sectori æqualis.

Libelli de dimensione circuli
FINIS.
19. Augusti 1554.

HIPPOCRATIS
TETRAGONISMVS.

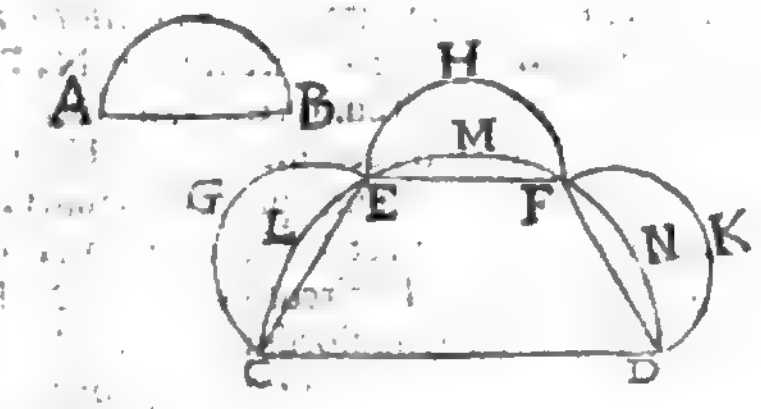
SVper diametrum A B describatur semicirculus A C B super centrum D, sitq; C D semidiameter ipsi A B perpendicularis, & connexa A C describatur super A C semicirculus A E C. aio quod menisc⁹ contentus semicirculo A E C, & quadrante A F C æqualis est trigono rectilineo A C D. cõnectatur enim B C, & erit *per* 30. 3. angulus A C B rectus; quare *per* 9. *propos. libelli de circuli di-*



men-

per 5. huius semicirculus A C B æqualis erit duobus semicirculis, quorum diametri A C, C B, duplex ergo est semicirculus A C B semicirculi A E C; igitur quadrans circuli A F C D æqualis est semicirculo A E C, itaq; dempta portione A F C communi superest menisc us A E C F æqualis trigono rectilineo A C D, quod est demonstrandum.

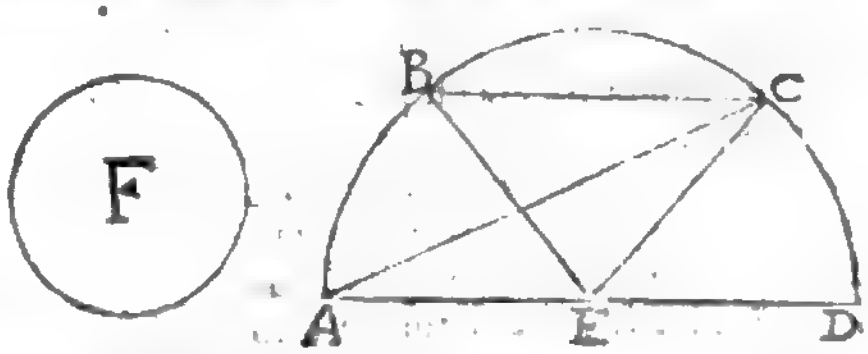
Ponrò exponatur super diametrum A B semicirculus A B, & super diametrum C D ipsius A B duplam, semicirculus C E F D, eritq; *per* 2. 12. semicirculus C E F D quadruplus semicirculi A B, & in ipso C E D semicirculo coaptentur tria latera hexagoni æquilateri C E, E F, F D, super quibus singulis describantur semicirculi C G E, E H F, F K D, qui singuli erunt ipsi A B semicirculo æquales, quoniam scilicet C E, E F, F D sunt singulæ dimidio ipsius C D, & ideo ipsi A B æquales, itaq; semicirculus C E F D equales est tribus semicirculis C G E, E H F, F K D, & semicirculo A B, demãtur ergo cõmunes ipsæ C L E, E M F, F N D portiones, & supererit trapezium C E F D æquum tribus menisc is, G L, H M, K N, & semicirculo A B: auferantur ergo de rectilineo C E F D tria triangula tribus menisc is æqualia, modo nuper tradito inuenta, & supererit rectilineum ipsi A B semicirculo æquale, quod duplatum faciet rectilineum toti circulo æquale; inde quadratum ipsi rectilineo æquale comperietur *per vlt.* 2. & perinde quadratum erit circulo æquale.



Videtur autem hic Hippocrates voluisse decipere Geometras, non enim tradidit doctrinam comperiendi rectilineum æquale cuicunq; menisco, sed solum ei, qui sub semicirculo, & quadrante concluditur: ad quadraturam vero circuli opus erat inuenire rectilineum ei menisco æquale, qui sub semicirculo, & sextante continetur. Corruit itaq; Hippocratis demonstratio, subducto fundamento.

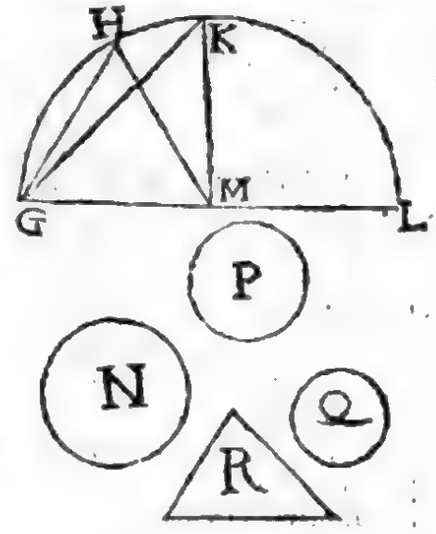
MAVROLYCI TETRAGONISMVS.

AD comperiendum rectilineum circulo æquale sic procedam, esto semicirculus A B C D super diametro A D centrum E; in quo sumatur portio A B C, ita vt arcus A B C datam habeat rationem ad totam circuli A B C peripheriam, & B C sit ipsi diametro A D parallelus, & connexa A B assignabo circulum æqualem differentiæ ipsarum portionum A B C, A B, connectantur A C, B E, E C, & quoniã datur ratio arcus A B C ad totam peripheriam, ideo datur, & ratio arcus B C ad totam peripheriam, quare *per vlt.* 6. dabitur ratio sectoris E B C ad totum circulum, talem etgo rationem *per vlt. libelli de dimensione circuli* habeat circulus F ad circulum A B C, eritq; *per* 9. 5. circulus F æqualis sectori E B C, sed triangulum E B C *per* 37. 1. æquum triangulo A B C, positaq; communi portione B C, fiet sector E B C æqualis figuræ A B C sub rectis lineis B A A C,

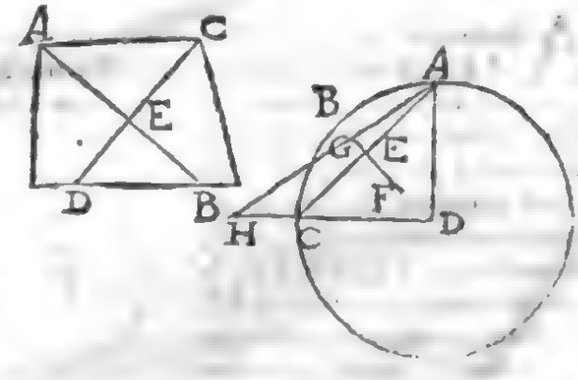


Digitized by Google

AC, & arcu BC contentæ, ergo circulus F æqualis eſt figuræ ABC, quæ eſt differentia portionum AB, ABC, quod volebam. Sit deinde ſemicirculus GKL ſuper diametrum GL centrumq; M, ſitq; KM ipſi GL perpendicularis, Item GH ſit latus hexagoni, & connectantur GK, MH, eritq; ſector MHK duodecima pars circuli; ſit ergo circulus N æqualis ſectori MHK *per vlt. libelli de dimenſione circuli* compertus. Item ſit circulus P æqualis differentiæ ipſarum portionum GHK, GH, ſicut dudum docuimus, inuentus: erit autem circulus N maior circulo P, quoniam ſector MHK maior eſt, quam differentia portionum GHK, GH, quæ differentia eſt figura GHK ſub rectis GH, GK, & arcu HK contenta: itaque *per* 11. *libelli de dimenſione circuli* ſit ipſorum circulorum N, P differentiæ æqualis Q circulus, qui æqualis erit differẽtiæ triãgulorũ rectilineorũ MGH, MKG, namq; ſubducta differentia proportionum GHK, GH, circulo videlicet P, de differentia ſectorum MGK, MGH circulo videlicet N, ſupererit differentia triangulorum MGH, MKG, circulus videlicet Q: ſit ergo triangulorũ MGH, MKG differentia trigonum R, quod erit æquale circulo Q, itaq; circulo æquale deſcripſimus rectilineum. Verum in hoc deficit problema, quod non docet prima regula inuenire circulum æqualem differentiæ quorumcumq; circularium portionum, ſed ſolum earum, quarum peripherię ſemicirculum conficiunt. Opus autem erat extendi regulam ad portiones GHK, GH, quarum peripheriæ circulum non complent. Itaq; quoniam hoc modo non ſuccedit, alia aggrediemur via; aſſumemus autem doctrinam æqualium momentorum, docentes quo pacto queat centrum grauitatis propoſitæ figuræ planæ comperiri.



Sit rectilineum, vel alia qualiſcumq; plana figura AB, cuius oportet centrum grauitatis inuenire: ſuſpendatur rectilineum à ſigno quouis, vt pote A, & ducatur perpendicularis ad horizontem AB, quæ ſicut *in libello momentorum æqualium* oſtenditur, ibit per centrum grauitatis figuræ AB, item ſuſpendatur figura ab alio ſigno, vt pote C, & ducatur ad horizontem perpendicularis CD ſecans ipſam AB in ſigno E, ibit enim ſimiliter CD per centrum grauitatis figuræ AB; erit E, quod inueniſſe oportuit. Nunc parata eſt propoſito via noſtro.



Proponatur circulus quiſpiam, cui oporteat æquum rectilineum deſcribere, ſitq; circulus ABC, cuius centrum D, aſſumatur de ipſo portio aliquota, vt pote quadrans ABCD ſemidiametris AD, DC ductis, & connectatur AC, capiatur autem, ſicut dudum docuimus ipſius quadrantis ABCD grauitatis centrum, quod ſit E, capiatur & trianguli rectilinei ACD centrum, quod ſit F, nec non portionis ABC centrum, quod ſit G; & quoniam E centrum eſt aggregati ex triangulo, & portione, hoc eſt quadrantis, ideo ſicut *in momentis æqualibus*

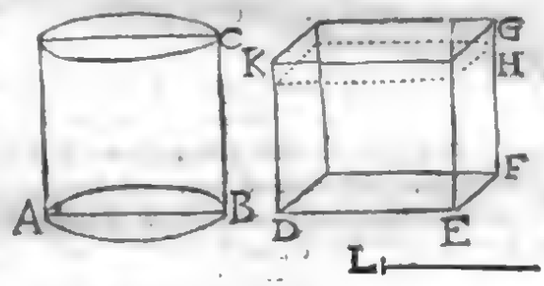
oſten-

oſtenſum eſt, erit E centrum in recta G F: item quoniam ſpatia reciproca ſunt ponderibus, erit ſicut triangulum A C D ad portionem A B C, ſic ſpatium G E ad ſpatium E F; ſic ergo ſit D C, ad C H ſibi in rectum coniunctam, & connectatur A H, eritque *per* 1. 6. ſicut D C ad C H, & ideo ſicut triangulũ A C D ad portionem A B C, ſic triãgulum A C D ad triangulum A C H, itaq; *per* 9. 5. triangulum A C H æquum erit portioni A B C, poſitoque communi triangulo A C D erit triangulum A H D æquum quadranti A B C D, quadrupletur ergo triangulum A H D, fietq; triangulum, vel rectilineum æquum toti circulo A B C, quod erat faciendum. Neque hoc contenti ſciſcitabimur arithmetico calculo rationem peripheriæ ad diametrum annitentes propiùs Archimedeæ veritati accedere, quamquam id olim Apollonius factitaſſe narratur in magnum diffuſus numerorum aceruum.

29. Auguſti 1534.

MODVS ALIVS QVADRANDI CIRCVLVM.

SIt datus circulus A B ſuper diametrum A B, quem quadrari oportet; intelligatur Cylindrus A C ſuper baſim circularem A B, cuius altitudo B C, æqualis ponatur diametro A B, deinde quadratum fabricetur D E F, cuius latus æquale diametro A B, & ſuper tale quadratum cubus D G, ſtent autem tam cylindrus A C, quam cubus D G ſuper collibrato plano: & impleatur cylindrus A G aqua, ſiue liquore quouis, ita vt plana ſit ſuprema liquoris ſuperficies: mox effundatur liquor in cubum. Et quoniam maior cubus cylindro, vt pote, quem circumſcribit, aut circumſcribere poteſt, ideo non explebit totum liquor cubum. Impleat ſanè vſq; ad ſignum H, vt videlicet liquoris celſitudo ſit F H plano liquoris H K æquè diſtante ſuperficiei planæ D F, quibus peractis habebimus duo ſolida æqualia, cylindrum ſcilicet A C, & parallelepipedum D H, quandoquidem idẽ liquor implet vtrumque. Neceſſe eſt ergo huiuſmodi ſolidorum celſitudines eſſe baſibus reciprocas, vt alibi oſtenſum eſt; hoc eſt vt circulus A B ad quadratum D F, ſiue E G, ſic celſitudo F H ad celſitudinem B C, quæ eſt F G, ſed *per* 1. 6. *elementorum* ſicut F H ad F G, ſic rectangulum E H ad quadratum E G, igitur ſicut rectangulum E H ad quadratum E G, ſic circulus A B ad quadratum E G; quare rectangulum E H æquale erit circulo A B. ponatur ipſis E F, F H media proportionalis linea L, eritq; quadratum ex L. æquale rectangulo E H, & ideo æquale circulo A B, quod eſt propoſitum.



ARCHI-

ARCHIMEDIS LIBER DE SPHÆRA, ET CYLINDRO,

EX TRADITIONE EVTOCII

PER FRANCISCVM MAVROLYCVM

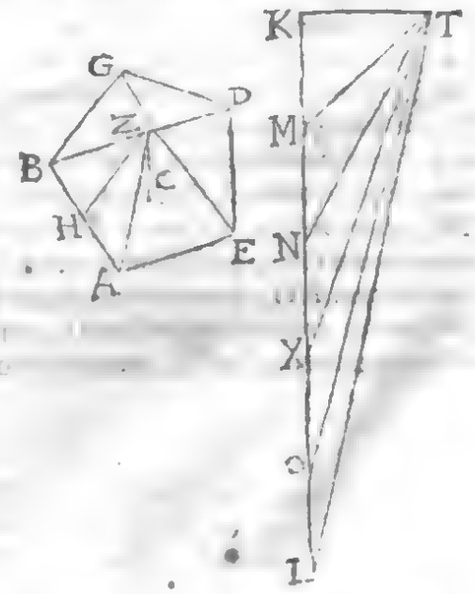
MAMERTINVM

Mathematicæ diſciplinæ ſtudioſiſſimum emendati, & ad optimum ordinem reſtituti, & adaucti.

PROPOSITIO I.

Pyramidis ſuper baſim æquilateram, & æquiangulam erectæ ſuperficies (quæ congeries eſt trigonorum ad verticem pyramidis coëuntium) æqualis eſt trigono rectangulo, cuius vnum eorum, quæ circa rectum angulum, æquale eſt perpendiculari, quæ à vertice ad latus baſis, reliquum verò perimetro baſis.

SIt exempli gratia, ſuper baſim pentagonam A B G D æquilateram, & æquiangulam pyramis, cuius vertex Z, ita vt recta, quæ à puncto Z ad centrum circuli circumſcribentis pentagonum A B G ſit ipſi pentagono perpendicularis: vnde fit, vt triangula, quæ ad verticem Z concurrunt, ſint inuicem æquilatera, & æquiangula, cadat autem à puncto Z ad vnum laterum pentagoni vtpotè A B perpendicularis Z H, ponaturque trigonum T K L rectũ, qui apud K angulum habẽs, cuius latus T K ipſi Z H, latus autem K L vniuerſo perimetro pentagoni A B G ſit æquale.



Dico itaq; totam ſuperficiem pyramidis, quæ cõgeries eſt trigonorum ad verticem Z coniunctorum, æqualem eſſe trigono T K L: ſecetur K L in tot ſegmenta, quot ſunt latera baſis A B G, hoc eſt in hoc exemplo in quinq; partes K M, M N, N X, X O, O L, quæ ſingulæ ſint æquales ſingulis lateribus baſis A B G, & cõnectãtur T M, T N, T X, T O; Itaque quoniam trigonorum A Z B T K M baſes A B, K M ſunt æquales, & perpendiculares Z H, T K æquales, ideo ipſa trigona *per* 38. *primi* æqualia; ſed *per* 1. *ſex* trigonũ T K L ad trigonũ T K M, ſicut baſis K L ad baſim K M, & ideo quincuplũ: ipſa quoq; ſuper-

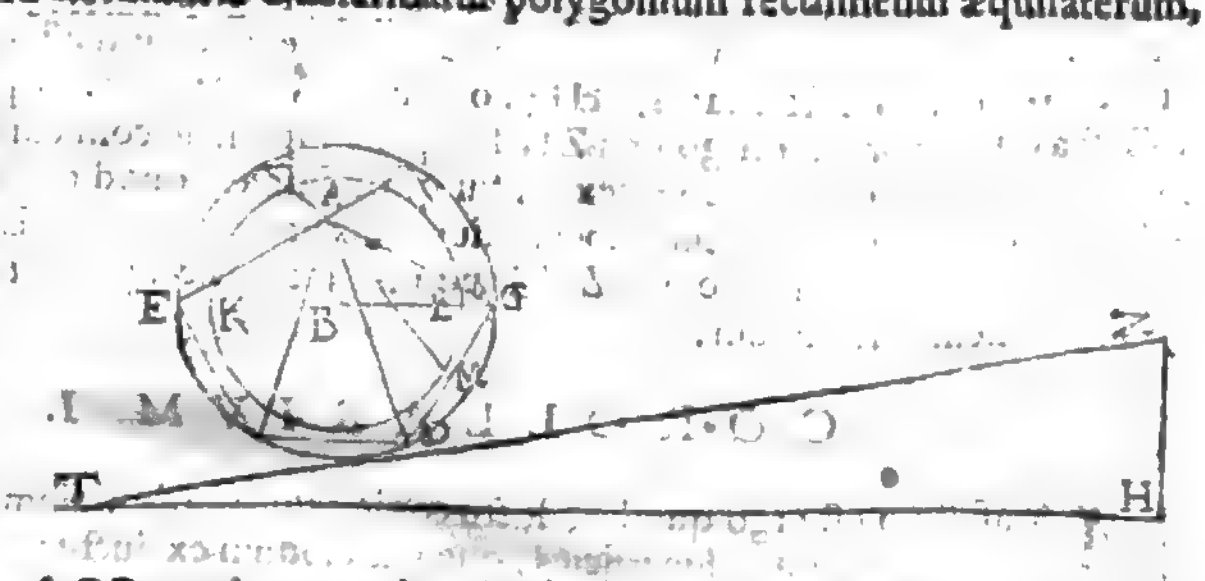
ſuperficies pyramidis A B G, quæ congeries eſt quinque trigonorum ad punctum Z compactorum, quincupla eſt ad trigonum A Z B. Ergo, & dicta ſuperficies pyramidis A B G æqualis eſt trigono T K L, quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO II.

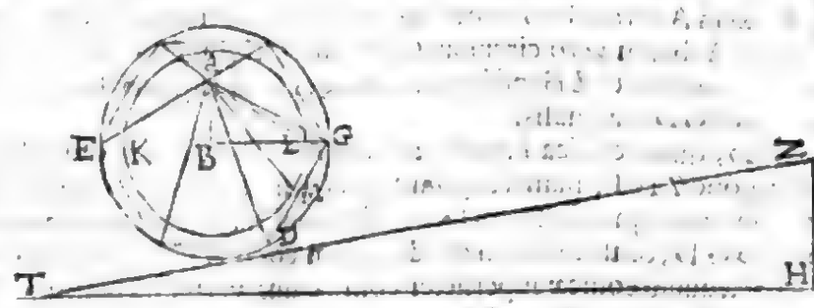
Coni curua ſuperficies æqualis eſt trigono rectangulo, cuius vnum laterum rectum angulum continentium æquale eſt conico lateri, reliquum verò peripheriæ baſis.

Sit trigonum rectangulum A B G rectum, qui ad B angulum habens, quo ſuper axem A B reuoluto donec redeat ad locum ſuum, deſcribatur conus verticem habens A, baſim verò circulum G D E, ſitq; trigonum Z H T rectum apud H angulum habens, cuius latus Z H ipſi hypothemiſæ A G ſit æquale; latus autem H T peripheriæ circulari G D E æqualis.

Dico, quod conica ſuperficies coni A G D E, quam deſcribit linea A G æqualis eſt trigono Z H T. nam ſi trigonum Z H T non ſit æquũ conicæ ſuperficiei A G D E, erit omnino æquum conicæ ſuperficiei coni habentis baſim minorem, maioremue circulo G D, & altitudinem eandem cum cono A G D. Sit ergo primum trigonum Z H T æquum conicæ ſuperficiei coni, cuius vertex A baſiſque circulus K L minor ipſo circulo E G, & latus A L, qui videlicet conus ab ipſo trigono A L B deſcribitur, & *per* 13. 12. intra circulum E G deſcribatur polygonium rectilineum æquilaterum, & æquiãgulum, cuius latera minimè contingãt circulũ K L, & à vertice A deſcendant hypothemiſæ ad angulos polygonij, quæ cum lateribus polygonij continebunt pyramidem habentem cum cono A G D verticem eundem, & incluſam eidem cono: Itaq; ducatur à vertice A perpendicularis ad vnum laterum polygonij E G vt pote ad latus G D, quæ perpendicularis ſit A M, eritq; *per præcedentem* ſuperficies pyramidis A G D, quæ congeries eſt trigonorum ad verticem A cõcurrium, æqualis trigono rectangulo, cuius vnum latus eorum, quæ circa rectum, æquale eſt perpendiculari A M, reliquum perimetro polygonij G D E: huiuſmodi ergo trigonum minus eſt trigono Z H T, cuius latera Z H, H T, quæ circa rectum maiora ſunt, quippe quæ æqualia ſunt lateri A G, & peripheriæ circuli G D E, quæ maiora ſunt perpendiculari A M, & perimetro polygonij G D E, ſed trigonum Z H T æquum fuit ſuperficiei coni A L K: igitur ſuperficies dicta pyramidis A G D minor eſt ſuperficie coni A L K: quod eſt impoſſibile; cum ſuperficies pyramidis maior ſit ſuperficiei coni A L K incluſa. Vel ſic quoniam trigonum Z H T maius eſt trigono, cui æqualis eſt ſuperficies pyramidis; ſuperficies autem pyramidis maior eſt ſuperficie coni A L K incluſa: ergo trigonum Z H T maius eſt ſuperficie coni A L K; itaq; non eſt ei æquale, ſicut ſupponebatur. Eſto nunc trigonum Z H T æquum, ſi poſſibile eſt, conicæ ſuperficiei coni habentis baſim maio-



rem circulo G D, & eandem altitudinem cum cono A G D: ſitque, breuitatis cauſa, conus ſuppoſitus A L K, & trigoni Z H T latus Z H æquum hypothemiſæ A L, at latus H T æquum peripheriæ circuli K L. Aio iam, quod non eſt poſſibile trigonum Z H T eſſe æquum ſuperficiei curuæ alicuius coni habentis baſim maiorem circulo K L, & verticem A. Nam ſi poſſibile eſt, ſit trigonum Z H T æquum ſuperficiei coni, cuius baſis circulus E G maior circulo K L, & deſcribatur vt prius intra circulum E G polygonium æqualium laterum non tangentium circulum K L, & ſuper poligonium pyramis G D vertice A, à quo ad vnum laterum polygonij D G cadat perpendicularis A M, eritque *per præcedentem* ſuperficies pyramidis A G D, quæ congeries eſt trigonorum ad verticem, æqualis trigono rectangulo, cuius laterum, quæ circa rectum vnum æquale eſt, perpẽdiculari A M, reliquum perimetro polygonij G D E; hoc itaq; trigonum maius eſt trigono Z H T cum habeat latera, quæ circa rectũ maiora; ſed trigonum Z H T æquum fuit ſuperficiei coni A G D E: Ergo dicta pyramidis ſuperficies maior eſt ſuperficie coni A G D E incluſa claudente, quod eſt impoſſibile. Similiter ergo ſi trigoni Z H T latus Z H hypothemiſæ A G, & latus H T peripheriæ circuli E G ſit æquale, non eſſet trigonum Z H T æquale ſuperficie coni cuiuſpiam, cuius baſis ſit maior circulo E G, & vertex A, fuitq; oſtenſum, quod nec idem trigonum æquum eſt ſuperficiei coni cuiuslibet, cuius baſis ſit minor circulo E G, & vertice A. Supereſt ergo vt idem trigonum Z H T æquum ſit conicæ ſuperficiei coni A G D E, quod erat demonſtrandum.



COROLLARIVM I.

MAnifeſtum eſt ergo quod ex ductu conici lateris in dimidium peripheriæ baſis producitur conica ſuperficies; quemadmodum ex ductu vnius laterum, quæ circa rectum, in trigono rectãgulo, in reliqui dimidium *per* 41. 1. cõſurgit area trigoni.

COROLLARIVM II.

RVrſum ex ductu ſemidiametri conicę baſis in ſemiperipheriam circuli, cuius ſemidiameter eſt latus conicum producitur conica ſuperficies, quod ſequitur ex *tertio corollario prima.*

COROLLARIVM III.

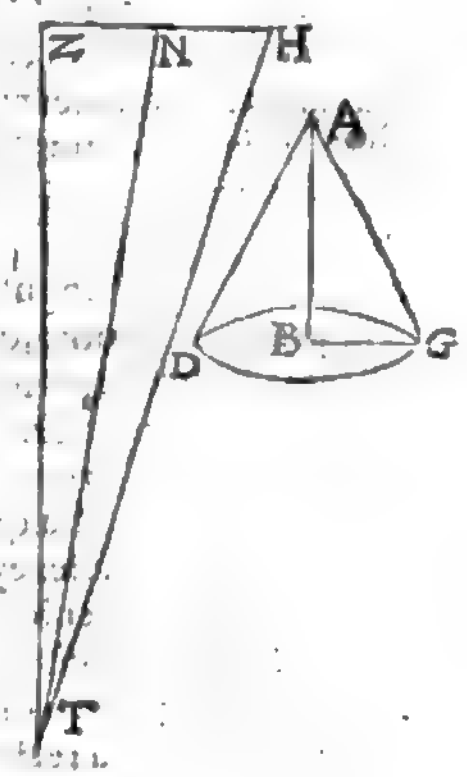
DEmum circulus, cuius ſemidiameter eſt media proportionalis inter latus conicũ, ac ſemidiametrum conicæ baſis æqualis eſt conicæ ſuperficiei; quod ſequitur *ex poſtremo corollario prima.*

PRO-

PROPOSITIO III.

Conica ſuperficies ad baſim eſt ſicut conicum latus ad ſemidiametrum baſis.

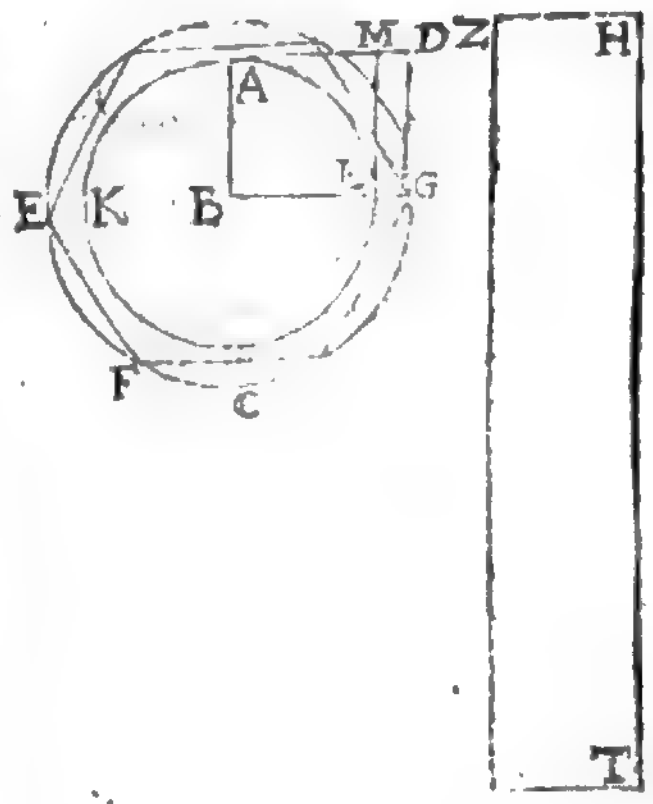
SIt conus A D G deſcriptus à trigono A B G angulum B rectum habente, & reuoluto circa axem A B, cuius vertex A baſis D G, eiuſque ſemidiameter B G. Aio quod curua ſuperficies coni A B G ad circulum D G eſt ſicut hypothemiſa A G ad ſemidiametrum B G, ſit enim trigonum Z H T rectum vangulum Z habens, cuius latus Z H ſit æquum hypothemiſæ A G, ipſum verò Z T æquum peripheriæ circuli D G. Item de Z H (quæ maior eſt ipſa B G, quoniam A G maior eadem) abſcindatur ipſi B G æqualis Z N, & connectatur N T, *per 4. libelli de dimenſione circuli* trigonum Z N T æquum circulo D G: trigonum verò Z H T *per præmiſſam*, æquum curuæ ſuperficiei coni D A G; ſed *per 1.6. & coniunctam proportionem*, ſicuti Z H ad Z N, ſic trigonum Z T H ad trigonũ Z T N: Ergo ſuperficies curua coni A D G ad circulum D G, ſicut Z H ad Z N, & ideo ſicut A G ad B G, quod erat demonſtrandum. Vel ſic *per corollarium quarta de dimenſione circuli*, area circuli D G æqualis eſt ei, quod fit ex ſemidiametro B G in ſemiperipheriam D G. *per corollarium præmiſſa*, Conica ſuperficies A D G æqualis eſt ei, quod fit ex A G latere in ſemiperipheriã D G: Ergo adhuc *per 1.6.* ſicut A G ad B G, ſic conica ſuperficies A D G ad circulum D G: quod eſt propoſitum.



PROPOSITIO IV.

Cylindri curuæ ſuperficies æqualis eſt rectangulo ſub lateribus contento, quorum vnum axi cylindrico, reliquum verò peripheriæ baſis eſt æquale.

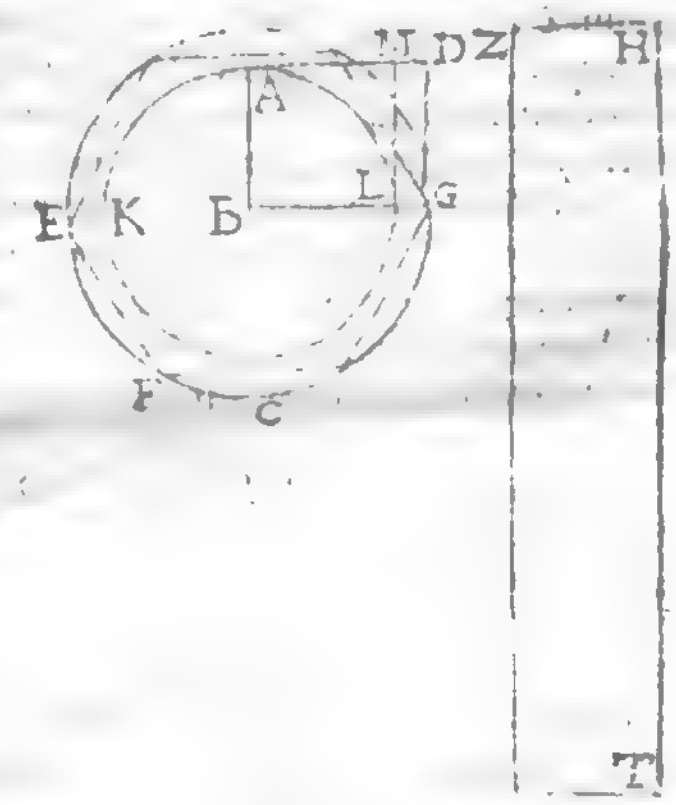
SIt parallelogrammum rectangulum A B G D quo ſemel reuoluto circa latus A B fixum, deſcribatur cylindrus axem habens A B, baſim verò circulum G E: Sitque rectangulum Z H T, cuius latus quidẽ Z H axi A B, latus verò H T peripheriæ circuli E G ſit æquale. Aio quod cylindricæ ſuperficies, quã deſcribit latus G D æqualis eſt rectangulo Z T. Nam ſi rectangulum Z H T non ſit æquum cylindricæ ſuperficiei, quam deſcribit linea D G, erit æquum cylindricæ ſuperficiei alicuius cylindri ha-



Digitized by Google

bentis baſim maiorem, minoremue circulo E G circa eundem axem A B: ſit ergo primum rectangulum Z H T æquum curuæ ſuperficiei cylindri, cuius baſis ſit circulus K L minor circulo E G, & axis idem A B, qui ſcilicet cylindrus à rectãgulo A B L M circa axem A B circumducto deſcribitur, & cuius curua ſuperficies deſcribitur à linea L M: & *per* 13. 12. inſcribitur circulo E G polygonium E G laterum æqualium minimè contingentium circulum K L, ſuper quod polygonium erigatur priſma eandem cum cylindro habens celſitudinem, ductis lateribus cylindri ſuper angulos polygonij perpendicularibus, eruntq; parallelogrãmata priſmatis, quorũ baſes ſunt latera polygonij ſimul æqualia *per* 36. 1. vel *per* 1. 6. rectangulo quod fit ex axe A B in perimetrũ polygonij E G: ſed hoc rectangulum minus eſt rectangulo Z T, quod fit ex axe A B in peripheriam circuli E G, quæ maior eſt perimetro polygonij: rectangulum autem Z T æquum fuit ſuperficiei cylindricæ, quam deſcribit linea L M: Igitur parallelogrammum priſmatis, cuius baſis polygonium E G minus eſt quàm ſuperficies cylindrica, quam deſcribit linea L M; ſuperficies inquam claudens minor eſt incluſa, quod eſt impoſſibile.

Vel ſic quoniam rectangulum Z T maius eſt rectangulis priſmatis prædictis, rectãgula verò priſmatis maiora, quàm ſuperficies cylindrica, quam deſcribit linea L M, quandoquidem includens incluſa maior; ideo rectangulum Z T maius ſuperficie cylindrica, quam deſcribit linea L M: quare non ei æquale ſicut proponebatur. Eſto nunc rectangulum Z H T æquum, ſi poſſibile eſt, cylindricæ ſuperficiei cylindri habentis baſim maiorem circulo E G, & axem A B. Sitq; breuitatis cauſa, cylindrus ſuppoſitus, cuius axis A B, & baſis circulus K L, qui ſcilicet deſcribitur à rectãgulo A B L M, circumducto ſemel circa axem A B, & rectanguli Z T latus Z H æquum axi A B, & latus H T æquum peripheriæ circuli K L. Aio iam quod nõ eſt poſſibile, rectangulum Z T eſſe æquum ſuperficiei curuæ alicuius cylindri circum axem A B deſcripti, & habentis baſim maiorem circulo K L. Nam ſi poſſibile eſt, ſit rectangulũ Z T æquũ ſuperficiei curuę cylindri, cuius baſis circulus E G maior circulo K L, qui ſcilicet à rectangulo A B G D circum axem A B reuoluto, & cuius ſuperficies curua à linea G D deſcribitur: & inſcribatur vt prius circulo E G polygonium æqualium laterum non tangentium circulum K L, & ſuper polygonium priſma incluſum cylindricæ ſuperficiei, quã deſcribit linea G D: eruntq; priſmatis rectangula, quorum baſes ſunt latera polygonij ſimul æqualia *per* 36. 1. vel 1. 6. rectangulo, quod fit ex axe A B in perimetrum polygonij E G: hoc itaque rectangulum maius eſt rectangulo Z T, quoniam illius vnum latus æquale vni lateri huius, & reliquum reliquo maius (maius enim perimeter polygonij E G, quam peripheria K L) ſed rectangulum Z T æquum fuit ſuperficiei cylindricæ, quam deſcribit linea G D. Ergo dicta priſmatis rectangula ſimul maiora ſunt ſuperficie cylindrica, quam deſcribit linea G D: ſuperficies itaque incluſa priſmatis maior ſuperficie cylindrica claudente, quod eſt impoſſibile: Non eſt igitur rectangulum Z T æquum alicui curuæ ſuperficiei cylindri circum axem A B, cuius baſis ſit maior circulo K L.



Simi-

Digitized by Google

Similiter ergo ſi rectanguli Z T latus Z H axi A B, & latus H T peripheriæ circuli E G ſit æquale: non erit rectangulum Z T æquum ſuperficiei curuæ cylindri cuiuſpiã circum axem A B, cuius baſis ſit maior circulo E G: fuitque oſtenſum quod, nec idem rectangulum æquum eſt ſuperficiei curuæ cylindri cuiuſpiam circum axem A B, cuius baſis ſit minor circulo E G: ſupereſt ergo vt idem rectangulum Z T æquale ſit ſuperficiei curuæ cylindri, cuius axis A B, baſiſque circulus E G, quam ſcilicet ſuperficiem deſcribit linea G D, quod eſt propoſitum.

COROLLARIVM I.

MAnifeſtum eſt ergo quod cylindrica ſuperficies producitur ex axe cylindrico in peripheriam baſis.

COROLLARIVM II.

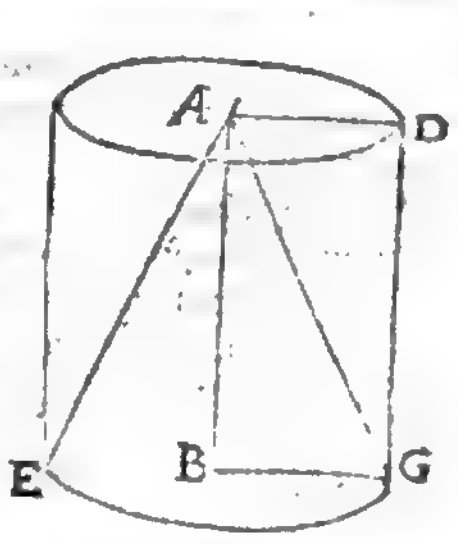
RVrſum ex ductu diametri cylindricæ baſis in peripheriam circuli, cuius diameter eſt cylindricus axis, producitur cylindrica ſuperficies, quod ſequitur *ex tertio corollario prima*.

Demum circulus, cuius ſemidiameter eſt media proportionalis inter latus ſeu axẽ cylindricum, ac diametrum cylindricæ baſis, ſuperficiei cylindricæ æqualis eſt: quod ſequitur *ex poſtremo Corollario prima*.

PROPOSITIO V.

Cylindrica ſuperficies ad conicam eundem exem eandemq; baſim habentem eſt ſicut axis ad dimidium conici lateris: Cylindrica quoq; ſuperficies ad baſim eſt ſicut axis ad dimidium ſemidiametri.

CIrcumducto rectangulo A B G D circum axem A B, ſemel deſcribatur cylindrus, & circum eundem axem reuoluto triangulo A B G fiat conus, eritque tàm cylindri, quàm coni baſis circulus, quem deſcribit linea B G, qui ſit E G. Aio quod cylindrica ſuperficies, quam deſcribit linea D G ad conicam ſuperficiem, quam deſcribit linea A G, eſt ſic axis A B ad dimidium lineæ A G: ad circulum verò E G, ſicut axis A B ad dimidium lineæ B G. Nam *per præcedentem*, cylindrica ſuperficies, quam deſcribit linea G D, æqualis eſt ei, quod fit ex A B in peripheriam circuli E G: *Per 2. autem huius* conica ſuperficies, quam deſcribit linea A G æqualis eſt ei, quod fit ex A G in dimidium peripheriæ E G: ergo & ei, quod fit ex dimidio ipſius A G in totam peripheriam E G: *per corollarium verò quarti de circuli dimenſione*, circulus E G æqualis eſt ei, quod fit ex B G in dimidium peripheriæ E G: ergo, & ei, quod ex dimidio ipſius B G in totã peripheriam E G: Igitur cum horum trium rectangulorum vna ſit altitudo, quæ eſt æqualis peripheriæ circuli E G; iam *per 1. 6.* erũt ad inuicem ſicut baſes. Itaque cylindrica ſuperficies, quam deſcribit linea D G ad conicam, quam deſcribit linea A G erit ſicut D G ad dimidium A G; ad circulum verò E G ſicut linea A B ad dimidium ipſius B G quod eſt propoſitum.



PRO-

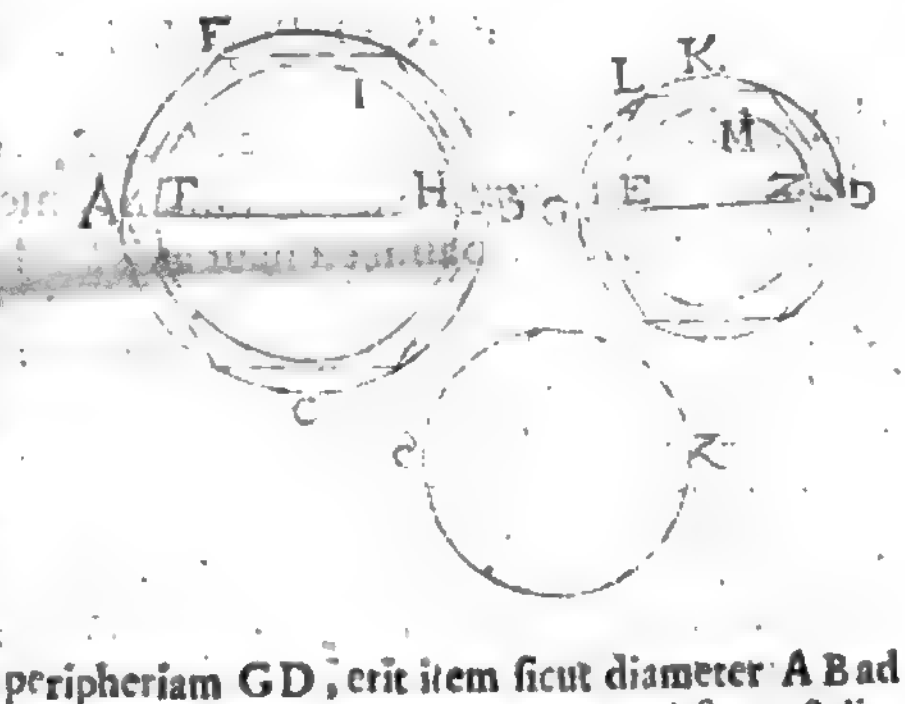
Digitized by Google

PROPOSITIO VI.

Circulorum peripheriæ ſunt diametris proportionales.

Demonſtratio huius propoſitionis habetur in 8. præambuli Maurolyci.

SVnto enim duo circuli A B, G D, quorum diametri A B, G D: Aio quod diameter A B ad diametrum G D, ſicut peripheria A B ad peripheriam G D. Sit enim ſicut diameter A B ad diametrum G D, ſic iam peripheria A B ad peripheriam E Z; Et erit peripheria E Z æqualis peripheriæ G D. Secus enim erit minor, aut maior, ſi minor ſit ipſi G D concentrica, & *per* 13. 12. inſcribatur peripheriæ G D polygonium æquilaterum, quod peripheriam E Z non tangat; & aliud ipſi ſimile intra peripheriam A B: Eritque propter figurarum ſimilitudinem, ſicut diameter A B ad diametrum G D, ſic perimeter figuræ A B ad perimetrum figuræ G D. Quare ſicut perimeter figuræ A B ad perimetrum figuræ G D: ſic erit peripheria A B ad peripheriam E Z: Maior autem perimeter figuræ G D quàm peripheria E Z, nimirum continens contentò: Ergo *per* 14. 5. maior erit perimeter figuræ A B quàm peripheria A B: comprehenſum comprehendente; quod eſt impoſsibile. Si autem peripheria E Z ſit maior quam peripheria G D; tunc conuerſim erit, peripheria E Z ad peripheriam A B, ſicut diameter G D ad diametrum A B, & ſic ſit iam peripheria G D ad peripheriam T H, eritq; *per* 14. 5. minor peripheria T H quàm peripheria A B: Itaque erit ſicut diameter G D ad diametrum A B; ſic nunc peripheria G D ad peripheriam T H minorem peripheria ipſius diametri A B: quod ducit ad primum impoſsibile. Quamobrem non erit peripheria E Z maior quã peripheria G D: fuitque oſtenſum quod nec minor: omninò igitur erit ei æqualis; fuit autem peripheria A B ad peripheriam E Z, ſicut diameter A B ad diametrum G D: Ergo & peripheria A B ad peripheriam G D, erit item ſicut diameter A B ad diametrum G D, quod erat demonſtrandum. Manifeſtum eſt ergo quod ſicut eſt diameter propoſiti circuli ad aggregatũ ex diametris quorumcumq; circulorum; ſic eſt peripheria propoſiti circuli ad aggregatum ex peripherijs omnium illorum circulorum, hoc enim ſequitur *ex premiſſa, & 13. 5.*



Quare ſi diameter propoſiti circuli ſit æqualis aggregato ex diametris quotcumq; circulorum; & peripheria propoſiti circuli æqualis erit aggregato ex peripherijs omnium illorum circulorum.

Item quod fit ex diametro primi circuli in peripheriam ſecundi æquale eſt ei, quod fit ex diametro ſecundi in peripheriam primi; idemque de ſemidiametris, ac peripherijs dicendum. Id enim ſequitur *ex premiſſa, & 15. 6.*

Denique ſi trium circulorum diametri ſint continuè proportionales: tunc quoniam & eorum peripheriæ ſunt in eadem ratione proportionales, eſtque ob id, ſicut ſemidiameter primi ad ſemidiametrum ſecundi, ſic ſemiperipheria ſecundi ad ſemiperipheriam

Digitized by Google

pheriam tertij: propterea *per* 15. 6. erit, quod fit ex diametro primi in semiperipheriam tertij, æquale ei, quod fit ex semidiametro secundi in semiperipheriam ipsius secundi; & perinde æquale ipsi circulo secundo. quin ex semidiametro in semiperipheriam producitur area circuli.

ALIA DEMONSTRATIO EIVSDEM SEXTÆ.

SVnto duo circuli A B, G D, quorum diametri A B, G D. Aio quod peripheria A B ad peripheriam G D est sicut diameter A B ad diametrum G D: Nam si sic non fuerit, erit sicut diameter A B ad diametrum G D, sic peripheria A B ad aliquam peripheriam minorem, maioremue peripheria G D. Sit ergo primum sicut diameter A B ad diametrum G D, sic peripheria A B ad peripheriam E Z minorem peripheria G D, & ei concentricam, & *per* 13. 12. inscribatur circulo G D poligonium æquilium laterum non tangentium circulum E Z quod sit polygonium G D, & simile ipsi circulo A B inscribatur, eritque propter polygoniorum similitudinem, perimeter polygonij A B ad perimetrum polygonij G D, sicut diameter A B ad diametrum G D, & ideo sicut peripheria circuli G B ad peripheriam circuli E Z: & permutatim, erit sicut peripheria circuli A B ad perimetrum polygonij A B, sic peripheria circuli E Z ad perimetrũ polygonij G D: sed peripheria circuli A B maior est perimetro polygonij A B: ergo peripheria circuli E Z maior est perimetro polygonij G D: inclusa includente, quod est impossibile.

Sit deinde sicut diameter A B ad diametrum G D, sic peripheria A B ad peripheriam H T maiorem peripheria G D, eritque conuersim, sicut diameter G D ad diametrum A B, sicut peripheria H T ad peripheriam A B, & sic sit peripheria G D ad quampiam peripheriam E Z, eritque permutatim, sicut peripheria H T ad peripheriam G D, sic peripheria A B ad peripheriam E Z, maior autem peripheria H T quã peripheria G D: ergo, & maior peripheria A B, quam peripheria E Z. Quare fiet sicut diameter G D ad diametrum A B, sic peripheria G D ad peripheriam E Z minorẽ peripheria A B. Vnde sequitur idem impossibile, quod prius. Itaque ratio diametri A B ad diametrum G D non est sicut peripheria A B ad peripheriam aliquam maiorem, minoremue peripheria G D: Erit ergo sicut ipsa peripheria A B ad peripheriã G D, quod erat demonstrandum; quamquam idem in quinta libelli de dimensione circuli abstractiuè demonstratur.

COROLLARIVM.

MAnifestum est ergo quod sicut est diameter dati circuli ad aggregatum diametrorum quotcunque circulorum, sic peripheria dati circuli ad aggregatum ex peripherijs omnium illorum circulorum: Hoc enim patet *ex præmissa, & 13. 5.* Quapropter si dimeter fit æqualis aggregato diametrorum, peripheria erit æqualis aggregato peripheriarum.

COROLLARIVM.

ITem quod fit ex diametro circuli in peripheriam alterius circuli, æquum ei, quod ex diametro huius in peripherium illius: Hoc patet *ex præsenti, & 15. 6.*

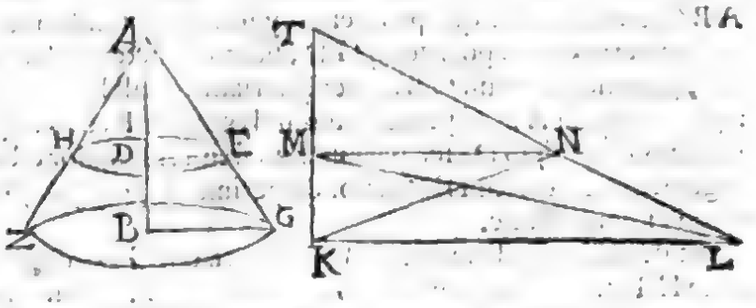
PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO VII.

Coni-coluri curua ſuperficies æqualis eſt ei, quod fit ex latere ipſius coni in dimidias baſium peripherias.

SIt trigonum A B G rectum, qui apud B angulum habens, & D E ipſi B G parallelus; & circumducto triangulo A B G ſemel circum axem A B, fit à trigono A B G deſcriptus conus A G Z baſim habens, circulum G Z, qui verò à trigono A D E conus deſcribitur, fit A H E baſim habens circulum H E, horum autem conorum differentia quæ ſcil. deſcribitur à trapezio D B G E, vocatur colurus-conus; habetque duas baſes inæquales circulos ſcilicet G Z, E H. Aio itaque quod curua ſuperficies coni-coluri, quę ſcilicet deſcribitur à linea E G, æqualis eſt ei, quod fit ex ipſa linea E G in dimidias peripherias circulorum G Z, E H. Exponatur enim trigonum T K L rectum, qui apud K angulum habens, cuius latus T K ſit ipſi A G hypotemiſæ, latus verò K L ipſi G Z peripheriæ æquale, eritque *per* 2. *huius*, coni A G Z curua ſuperficies æqualis trigono T K L. Ponatur ipſi G E æqualis K M, & ducatur ipſi K L parallelus M N, eritque, propter triangulorum ſimilitudinẽ, ſicut T K ad T M, & ideò ſicut G A ad A E, & ideo ſicut ſemidiameter B G ad ſemidiametrum D E, ſic K L ad M N: ſed *per præmiſſam*, ſicut B G ſemidiater ad D E ſemidiametrum, ſic G Z peripheria ad E H peripheriam. Igitur ſicut G Z peripheria ad E H peripheriã, ſic K L ad M N; & permutatim ſicut peripheria G Z ad K L ſic peripheria E H ad M N; æqualis autem eſt peripheria G Z lineæ K L: Ergo & peripheria H E æqualis lineæ M N. Et quoniam T M æqualis ipſi A E, ideo *per* 2. *huius*, ſuperficies coni A H E æqualis eſt trigono T M N; fuit autem curua ſuperficies coni A Z G æqualis trigono T K L: Ergo curua ſuperficies coni-coluri E Z æqualis erit trapezio K M N L.



Connectantur itaque K N, M L, eruntque *per* 7. 1. triangula K M L, K N L æqualia inuicem: ſed quod fit ex K M in K L eſt duplum trianguli K M L: Ergo, & duplum trianguli K N L; quod autem fit ex K M in M N duplum eſt trianguli K M N: igitur quod fit ex K M in ipſas K L, M N duplum eſt totius trapezij K M N L: itaq; quod fit ex K M in dimidiũ ipſarum K L, M N, æquum eſt trapezio K M N L: Verum K M fuit æqualis ipſi E G, ipſa autem K L æqualis peripheriæ Z G, ipſa vero M N æqualis peripheriæ E H: ergo quod fit ex E G in dimidias peripherias circulorum G Z, E H æquũ eſt trapezio K M N L: & ideo curuæ ſuperficiei coni-coluri E Z, cui fuit trapezium æquale; & hoc erat demonſtrandum.

COROLLARIA.

ITaque quod fit ex aggregato ſemidiametrorum baſium coni-coluri in peripheriam cuius diameter eſt latus conicum æquale eſt ſuperficiei conicæ, quod ſequitur *ex* 2. & 3. *corollario ſecunda*.

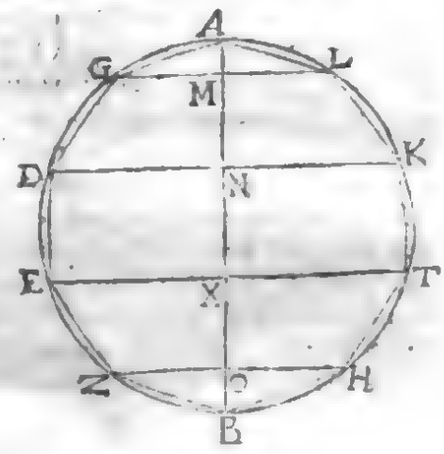
Adhuc

Adhuc: & circulus, cuius ſemidiameter eſt media proportionalis inter latus coni-coluri, & aggregatum ex ſemidiametris baſium, æqualis eſt conicæ ſuperficici; quod ſequitur *ex poſtremo corollario prima.*

PROPOSITIO VIII.

Si in circulo deſcripti polygonij æquilateri dimidium, ad terminos diametri terminatum, diametro ſtante moueatur perfecta reuolutione; deſcripti ſolidi conicæ ſuperficies coniunctæ æquales erunt ei, quod fit ex ductu lateris poligonij in omnes peripherias circulorum ab angulis polygonij deſcriptorum.

INtra circulum A B, cuius diameter A B, deſcribatur polygonium æqualium laterum, vt puta decagonum A G D E Z B H T K L, & ducantur G L, D K, E T, Z H, quæ etiã ad rectos angulos ſecabunt diametrum A B in punctis M, N, X, O; circumuoluatur autem dimidium polygonij vtrumlibet, vt puta dimidium A D B ſtante diametro A B completa reuolutione, qua circumductione ipſum polygonij dimidium deſcribet quodam ſolidũ tornatile A D B compoſitũ ex diuerſis ſolidis, ſcilicet ex conis, quos deſcribunt triangula A G M, B Z O, ex conis-coluris, quos deſcribunt trapezia M G D N, O Z E X, & ex cylindro, quem deſcribit rectangulum N D E X; deſcribunt inquam in ipſa ſemipolygonij reuolutione. Si numerus laterum ipſius ſemipolygonij ſit par, tunc ad compoſitionem deſcripti ſolidi non interueniet cylindrus, non enim erit latus medium, quod parallelum ſit diametro, ſicut hic E D parallelus eſt ipſi A B, & in reuolutione deſcribat cylindrum. Aio itaque quod ſolidi tornatilis A B conicæ ſuperficies, hoc eſt tota ſolidi ſuperficies æqualis eſt ei, quod fit ex ductu lateris A G in peripherias circulorum, quos deſcribunt lineæ M G, N D, X E, O Z, nam *per 2. huius* conica ſuperficies, quam deſcribit linea A G æqualis eſt ei, quod fit ex A G in dimidium peripheriæ deſcriptæ ab angulo G, *& per eandem*, conica ſuperficies, quam deſcribit linea B Z, æqualis eſt ei, quod fit ex B Z, vel A G in dimidium peripheriæ deſcriptæ ab angulo Z. Item *per præcedentem* curua ſuperficies coni-coluri, quam deſcribit linea G D æqualis eſt ei, quod fit ex ductu lateris G D, vel A G in dimidias peripherias deſcriptas ab angulis G, D: & *per eandem* ſuperficies coni-coluri, quam deſcribit linea E Z, æqualis eſt ei, quod fit ex ductu lateris E Z, vel A G in dimidias peripherias deſcriptas ab angulis Z, E. Adhuc cylindrica ſuperficies quam deſcribit linea D E *per 1. huius*, æqualis eſt ei, quod fit ex ductu lateris D E in peripheriam deſcriptam ab angulo D, vel angulo E, cũ vterque deſcribat peripheriam cylindricæ baſis, & ideo dicta cylindrica ſuperficies æqualis eſt ei, quod fit ex ductu lateris D E vel A G in dimidias peripherias deſcriptas ab angulis E, D. Itaque in hos ductus concurrunt omnes, & integræ peripheriæ deſcriptæ ab angulis G, D, E, Z. Quare *per 1. 2. elementorũ* omnes conicæ ſuperficies deſcriptæ à ſemipolygonio A D B, quæ tota eſt à ſemipoligonio deſcripti ſolidi ſuperficies æqualis eſt ei, quod fit ex ductu lateris A G in peripherias omnes, & integras deſcriptas ab angulis G, D, E, Z,

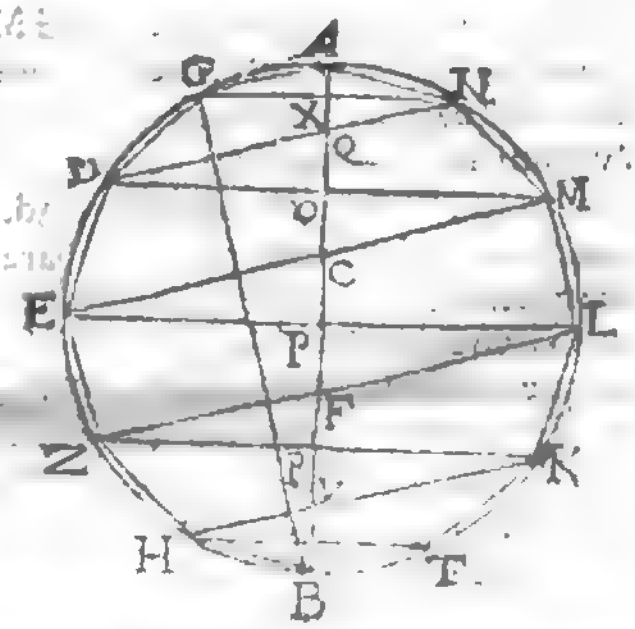


Hocidem oſtendam de ſolido deſcripto à ſemipolygonio cuius laterum numerus erit par, ſed quoniam ibi non contingit aliquis cylindrus, non opus erit citare 4. *huius* ſed ſolum 2. propter conos, qui ſemper fiunt apud extrema diametri ſtantis, *& per precedentem*, propter conos-coluros intermedios; Verum ergo, quod proponitur.

PROPOSITIO IX.

Si in circulo deſcripti polygonij æquilateri dimidium ad terminos diametri terminatum diametro ſtante, donec ad locum ſuum redeat, circumducatur: deſcripti ſolidi tota ſuperficies æqualis erit ei, quod fit ex ductu peripheriæ continentis polygonium in lineã, quæ cum diametro eiuſdem circuli, & latere polygonij in ipſo circulo conſtituit trigonum rectangulum.

INtra circulum A B, cuius diameter A B ſit deſcriptum æquilaterum polygonium, quoduis ut puta dodecagonũ, cuius anguli ſint apud pũcta A, G, D, E, Z, H, B, T K, L, M, N, & ducantur lineæ G N, D M, E L, Z K, H T ſecantes orthogonaliter diamẽtrum A B apud puncta X O P R S; item lineæ D N E M, Z L, H K, ſecantes dictum diametrum apud puncta Y F C Q. Item recta B G faciens cum G A latus rectum angulum *per* 29. 3. & circumducto ſemipolygonio A E B ſuper axẽ A B completo ambitu deſcribatur ſolidum tornatile conicarum ſuperficierum, quemadmodum in præcedenti. Aio, quod huiuſmodi ſolidi tota ſuperficies, quæ ſcilicet aggregatum eſt conicarum ſuperficierum à lateribus ſemipolygonij deſcriptarum, æqualis eſt ei, quod fit ex ductu lineæ B G in peripheriam circuli A B. Nam *per pñcedentem*, quod fit ex A G in omnes peripherias deſcriptas ab angulis G, D, E, Z, H æquum eſt toti ſuperficiei ſolidi à ſemipolygonio deſcripti, quam demonſtrationem, ſi placet, ſic repete.



A G æquale eſt ei, quod fit ex latere A G in dimidiũ peripheriæ cuius diameter G N

Superficies conica quã deſcribit latus.

G D	A G	G N	D M
D E	A G	D M	E L
E Z	A G	E L	Z K
Z H	A G	Z K	H T
H B	A G	H T	

Et hoc *per* 7. *præmiſſam &* 2. Quare *per* 1. 2. Elementorum tota ſuperficies ſolidi à ſemipolygonio deſcripti, æqualis eſt ei, quod fit ex latere A G in omnes peripherias, quarum diametri G N, D M, E L, Z K, H T. Sed triangula G A X, N Q X, D Q O, M C O,

E C P

ECP, LFP, ZFR, KRY, HXS, TBS ſunt ſimilia triangulo BGA quoniam ſcilicet ſunt orthogonia, & anguli aſſumentes æquales arcus, ſunt æquales *per* 26. 3. quare, & reliqui æquales.

Itaque per 4. ſexti

Sicut BG ad GA, ſic

GN — ad — XN

XN —— XQ

DO —— QQ

OM —— OC

EP —— CP

PL —— PF

ZR —— FR

RE —— RY

HS —— YS

ST —— SB

Quare *per* 13. 5. ſic ut BG ad GA, ſic aggregatum GN, DM, EL, ZK, HT ad totam AB, & ideo *per corollarium 6. huius*, ſicut BG ad GA, ſic peripheria, cuius diameter eſt aggregatum ex GN, DM, EL, ZK, HT, ad peripheriam, cuius diameter AB. Sed peripheria, cuius diameter eſt aggregatum ex GN, DM, EL, ZK, HT, *per corollarium 6. huius*, æqualis eſt aggregato peripheriarum, quarum diametri GN, DM, EL, ZK, HT. Igitur ſicut BG ad GA, ſic aggregatum peripheriarum quarum diametri GN, DM, EL, ZK, HT, ad peripheriam, cuius diameter AB. Quare *per* 15. *ſex. Elementorum*, quod fit ex BG in peripheriam, cuius diameter AB, æquum eſt ei, quod fit ex GA in aggregatum peripheriarum, quarum diametri GN, DM, EL, ZK, HT. Sed *per præcedentem*, quod fit ex GA in aggregatum peripheriarum, quarum diametri GN, DM, EL, ZK, HT, æquale eſt ſuperficiei ſolidi à ſemipolygonio AEB deſcripti: Ergo quod fit ex BG in peripheriam, cuis diameter AB æquale, eſt ſuperficiei ſolidi à ſemipolygonio AEB deſcripti; & hoc erat demonſtrandum.

COROLLARIVM I.

VNde & quod fit ex diametro AB in peripheriam circuli, cuius diameter eſt BG, æquale erit eiuſdem ſolidi tornatilis ſuperficiei, quod quidem ſequitur *ex præſenti, & ex tertio corollario primæ*. Item circulus, cuius ſemidiameter eſt media proportionalis inter ipſas lineas AB, BG æqualis eſt ſuperficiei memorati ſolidi tornatilis: quod ſequitur *ex vltimo corollario primæ*.

COROLLARIVM II.

HInc manifeſtum eſt quod ſuperficies ſolidi à ſemipolygonio AEB deſcripti æqualis eſt cylindricæ ſuperficiei, cuius axis eſt linea BG, & baſis Circulus AB; namque *per* 4. *huius*, cylindrica ſuperficies æqualis eſt ei, quod ex axe in peripheriam baſis.

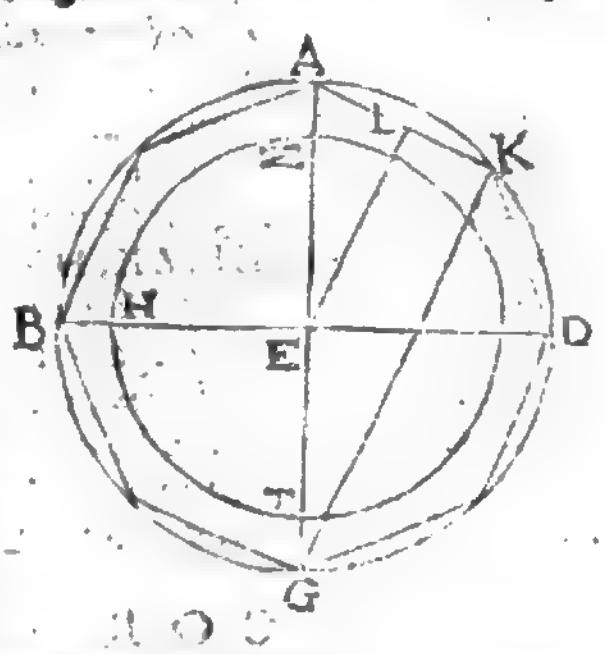
COROLLARIVM III.

ITem quod fit ex perpendiculari à centro circuli ad latus polygonij in peripheriam circuli continentis polygonium, dimidium eſt totius ſuperficiei ſolidi à ſemipolygonio ſuper diametrum ſemel reuoluto deſcripti. Nam perpendicularis, quæ à centro P ad latus A G dimidium eſt ipſius B G. ſicut A P dimidium ipſius A B. Itaque quod ex dicta perpẽdiculari in peripheriam A B dimidium eſt eius, quod ex B G in peripheriam A B: Et ideo dimidium ſuperficiei prædicti ſolidi à ſemipolygonio deſcripti.

PROPOSITIO X.

Sphæræ ſuperficies æqualis eſt rectangulo, quod fit ex diametro ſpheræ in peripheriam maximi ſui circuli.

SIt circulus A B G D, cuius centrum E diameter A G, & circumducto ſemel altero ſemicirculorum, vt puta ſemicirculo A B G ſtante diametro A G, deſcribatur ſphæra A B G. Aio quod ſuperficies ſphæræ A B G æqualis eſt ei, quod fit ex diametro A G in peripheriã circuli A B G; nã ſi quod fit ex A G in peripheriã circuli A B G nõ eſt æquale ſuperficiei ſphæræ A B G, erit æquale ſuperficiei ſphæræ alicuius maioris, vel minoris ſphæra A B G. Sit ergo primũ æquale ſuperficiei ſphæræ Z H T minoris ipſa ſphæra A B G, & cum ea concentricę, cuius diameter Z T, & quã circa diametrum Z T reuolutus deſcribit ſemicirculus Z H T, & *per* 13. 12. inſcribatur circulo A B G polygonium æqualium laterum minimè tangentium circulum Z H T, quod ſit polygonium A B G D, cuius laterum vnum ſit A K, & connectatur G K, ac polygonij dimidio circa diametrum A G circumducto, deſcribatur ſolidum tornatile conicarum ſuperficierum iam minimè tangentium ſphæram Z H T, eritq; *per præcedentem*, quod fit ex G K in peripheriam A B G circuli æquum ſuperficiei totiuerſæ ſolidi A B G à ſemipolygonio deſcripti: ſed quod fit ex diametro A G in peripheriam circuli A B G maius eſt eo, quod ex G K in peripheriam eandem: Ergò quod fit ex diametro A G in peripheriam circuli A B G, & ideo ipſa ſphæræ Z H T ſuperficies, maior erit ſolidi à ſemipolygonio A B G deſcripti ſuperficie: inclusa includente, quod eſt impoſſibile. Vel ſic quoniam quod fit ex A G diametro in peripheriam A B G circuli maius eſt ſolidi à ſemipoligonio A B G deſcripti ſuperficie, & hæc maior ſuperficie ſphæræ Z H T inclusæ: Ideo quod fit ex A G diametro in peripheriam A B G circuli, maius eſt ipſa ſphæræ Z H T ſuperficie: non eſt ergo ei æqualis ſicut ſupponebatur. Sit deinde quod fit ex A G in peripheriam circuli A B G æquale ſuperficiei ſphæræ maioris ipſa ſphæra A B G, ſed breuitatis cauſa, ſit propoſita ſphæra Z H T. Aio quod id quod fit ex diametro Z T in peripheriam circuli Z H T non erit æquale ſuperficiei alicuius ſphæræ maioris ſphæra Z H T. Nam ſi poſſibile eſt, ſit æquale ſuperficiei ſphæræ A B G ipſi Z H T concentricæ, & quam circa diametrum A G deſcribit ſemicirculus A B G, & inſcribatur, vt prius, circulo A B G polygonium æqualium laterum non tangentium circulum Z H T, cuius vnum laterum ſit A K, & ducetur G K, & E L perpendicularis ad A K, & circumducto ſemipolygonio A B G ſuper diametrum A G deſcribatur ſolidum tornatile conicarum ſuperficierum,



iam

iam minimè tangentium ſphæram Z H T. Eſt autem G K dupla ipſius E L, ſicut A G dupla ipſius A E: ſed Z T dupla ipſius Z E minor ipſa E L: Ergo G K maior quã Z T. Quare quod fit ex G K in peripheriam circuli A B G maius eſt eo, quod ſit ex diametro Z T in peripheriam circuli Z H T. Verum quod fit ex G K in peripheriam circuli A B G, *per præcedentem* æquale eſt ſuperficiei ſolidi à ſemipolygonio A B G deſcripti: quod autem fit ex diametro Z T in peripheriam circuli Z H T æquum eſt (per hypotheſim) ſuperficiei ſphæræ A B G. Igitur ſuperficies ſolidi à ſemipoligonio A B G deſcripti maior eſt ſuperficie ſphæræ A B G; incluſa includente, quod eſt impoſſibile. Non eſt ergo quod fit ex Z T diametrum in peripheriam Z H T æquale ſuperficiei alicuius ſphęræ maioris ſphæra Z H T. Similiter oſtendam quod id quod fit ex A G diametrũ in peripheriã circuli A B G non eſt æquale ſuperficiei ſphærę alicuius maioris ſphæra A B G; ſed nec minoris, vt fuit oſtẽſum. Superest ergo vt id, quod fit ex diametro A G in peripheriam A B G æquale ſit ſuperficiei ſphæræ G B G. quod erat demonſtrandũ.

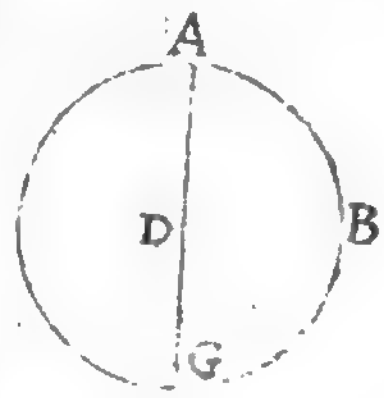
COROLLARIVM.

MAnifeſtum eſt ergo quod ſphæræ ſuperficies æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter æqualis eſt diametro ſphæræ; Nam area talis circuli *per 4. de dimenſione circuli* producitur ex ſuo ſemidiametro, quæ eſt diameter ſphæræ in dimidium ſuæ peripheriæ, quæ *per ſextam huius*, æqualis eſt peripheriæ circuli, maximi in ſphæra.

PROPOSITIO XI.

Sphæræ ſuperficies quadrupla eſt ad ſuum maximum circulum, eſtque æqualis curuæ ſuperficiei eius cylindri, cuius tam axis, quam baſis diameter æqualis eſt ſphæræ diametro.

ESto ſphæra A B G, quam deſcribat ſemicirculus A B G, ſtante diametro A G circumductus, cuius centrum D. Aio quod ſuperficies ſphæræ A B G quadrupla eſt ad circulum A B G. Nam *per præmiſſam*, Sphæræ A B G ſuperficies æqualis eſt ei, quod fit ex diametro A G in peripheriam circuli A B G: *per 4. verò libelli de dimenſione Circuli*, area circuli æqualis eſt ei, quod fit ex ſemidiametro D G in dimidium peripheriæ totius circuli A B G: Eſtque *per* 18. *ſex.* quod fit ex diametro A G in peripheriam circuli, A B G quadruplum ad id, quod ex ſemidiametro D G in peripheriam ſemicirculi A B G (quandoquidem latera ſingulorum laterũ dupla.) Igitur ſphæræ A B G ſuperficies quadrupla eſt ad circulũ A B G maximũ in ſphæra: quod eſt primum ex propoſitis. reliqum ſic oſtendo. Sit Cylindrus, cuius tàm axis, quàm baſis diameter ſit æqualis diametro A G: Aio quod ſpheræ A B G ſuperficies æqualis eſt curuæ ſuperficiei huiuſmodi cylindri: Nam talis cylindri baſis erit circulus A B G, quare *per 4. huius* curua ſuperficies ipſius cylindri æqualis erit ei, quod ex diametro A G in peripheriam circuli A B G: Sed hoc æquale eſt ſphæricæ ſuperficiei. Ergo ſpharica ſuperficies æqualis erit curuæ ſuperficiei talis cylindri; quod ſupererat demonſtrandum.



COROLLARIVM.

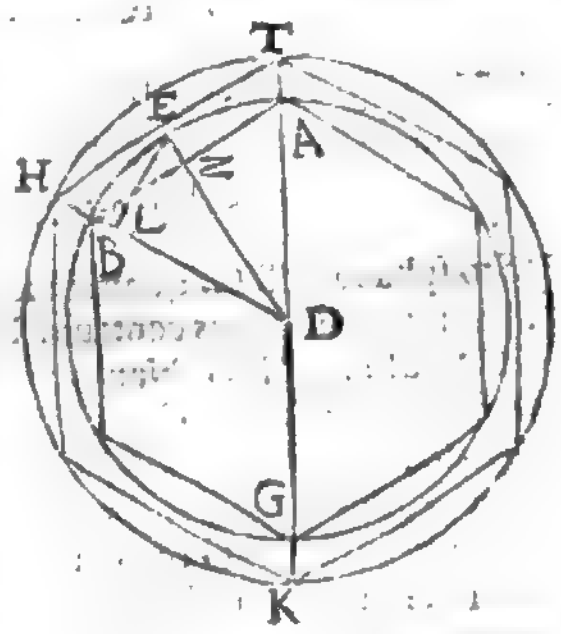
MAnifeſtum eſt ergo quod cylindri, cuius tàm axis, quàm baſis diameter æqualis eſt ſphæræ diametro, tota ſuperficies eſt ad ſphæræ ſuperficiem ſeſqui a latera:

tera: Namque duæ baſes, cylindri ſunt dimidium ſphæricæ ſuperficiei, & cum ſphærica ſuperficies ſit quadupla ad vnam illarum, & curua ſuperficies cylindri æqualis ſphæricæ ſuperficiei: Igitur tota cylindri ſuperficies, quæ conſtat ex curua ſuperficie, & baſibus continet ſphæricam ſuperficiem, ſemel, & inſuper eius dimidium.

PROPOSITIO XII.

Si circulo duæ æquilateræ, & æquiangulæ figuræ vna inſcribatur, altera circumſcribatur correſpondentibus angulis, & diametro ſtante, ràm ſemicirculus, quàm figurarum dimidia, donec ad locum ſuum redeant, circumuoluantur; deſcriptæ à ſemicirculo ſphæræ ſperficies media proportionalis inter ſolidorum à dimidijs figurarum deſcriptorum ſuperficies.

CIrculo A B G, cuius diameter A G, centrumque D inſcribatur figura æquilatera, cuius laterum vnum ſit A B, & ſecto arcu A B bifariam in ſigno E, & ducta ſemidiametro D E ſecante chordam A B in puncto Z bifariam, & orthogonaliter ducatur H E T ad rectos ipſi D E: Et ideo contingens circulum in puncto E *per* 15. 3. quæ ipſis D A, D B ſemidiametris productis occurrat ad ſigna H, T, eritque T H latus figuræ æquilateræ, & æquiangulæ circumſcribentis circulum A B G, & ſimilis ipſi figuræ A B G inſcriptæ. Compleatur itaq; figura circumſcripta, ſitque T H K, & circunducatur ſemel ràm ſemicirculus A B G, quàm ſemipolygonium A B G quamq; ſemipolygonium T H K ſuper axem T K ſtantem. Aio itaque quod ſuperficies ſphæræ, quam deſcribit ſemicirculus A B G media proportionalis, eſt inter ſuperficiem ſolidi, quod deſcribit ſemipolygonium A B G, & inter ſuperficiem ſolidi, quod deſcribit ſemipolygoniũ T H K, quod ſic oſtendo. Cadat à ſigno E ad D B perpendicularis E L, erũntque triangula D E L, D B Z inuicem æquilatera; quare ipſæ D Z, D L æquales *per corollarium antẽ 3. nonæ huius*, ex D Z, & ideò ex D L in peripheriam A B G fit dimidiũ ſuperficiei ſolidi deſcripti à ſemipolygonio A B G. *Per 10. autem huius*, ex D B ſemidiametro in peripheriam circuli A B G fit dimidiũ ſuperficiei ſphæræ deſcriptæ à ſemicirculo A B G. Adhuc *per corollarium 3. nonæ*. ex D E in peripheriam circuli T H K circumſcribentis polygonum, & ideo ex D H in peripheriam circuli A B G: (ſunt enim hæc duo æqualia *per ſecundum corollarium 6. huius*.) fit dimidium ſuperficiei deſcriptæ à ſemipolygonio T H K. Igitur hæc tria producta, quæ ſunt dimidia dictarum ſuperficierum, ſunt *per 1. ſex.* ad inuicem ſicut lineæ D L, D E, D H, quæ ſunt baſes productorum, nam altitudo eſt æquàlis peripheriæ circuli A B G: ſed D L, D E, D H ſunt continuæ proportionales, propter ſimilitudinem triangulorum D E L, D H E: Ergo tria producta, quæ ſunt dimidia dictarum ſuperficierum ſunt continuè proportionalia. Quare & earum dupla, totæ ſcilicet ſuperficies ſunt continuæ proportionales: Itaque ſuperficies ſolidi deſcripti à ſemipolygonio A B G, ſuperficies ſphęrę deſcriptę à ſemicirculo A B G, ſuperficies ſolidi deſcripti à ſemipolygonio T H K ſunt continuæ proportionales in proportione ſcilicet ipſarum D L, D E, D H, linearum: quod eſt propoſitum.



SCHO-

SCHOLIVM.

QVod ſi æquilateræ,& æquiangulæ figuræ rectilineæ duo circuli vnus circumſcribatur, aliter inſcribatur, & diametro manente tam ſemipoligonium, quam duo ſemicirculi circumducantur, deſcripti quoque à ſemipoligonio ſolidi ſuperficies media proportionalis eſt inter ſphærarum à ſemicirculis deſcriptarum ſuperficies. Deſcriptioni præcedentis addatur circulus T H K circumſcriptus figuræ rectilineæ T H K, & ſphæra per reuolutionem ſemicirculi T H K deſcripta. Aio iam quod ſolidi T H K ſuperficies media proportionalis eſt inter ſphærarum A B G, T H K ſuperficies. Nam *per* 10. ex recta H D, in peripheriam circuli T H K fit dimidium ſuperficiei ſphæræ T H K, atque, vt *in præmiſſa*, oſtenſum eſt, ex recta H D in peripheriam circuli A B G fit dimidium ſuperficiei ſolidi T H K. Quare *per primam ſex.* ſuperficies ſphæræ T H K ad ſuperficiem ſolidi T H K erit ſicut peripheria circuli T H K ad peripheriam circuli A B G & ideo *per ſex.* ſicut ſemidiameter D H ad ſemidiametrum D E; ſed fuit in præmiſſa, ſicut D H ad ipſam D E; ſic ſuperficies ſolidi T H K ad ſuperficiem ſphæræ A B G: Ergo & ſicut ſuperficies ſolidi T H K ad ſuperficiem ſphæræ A B G ſic ſuperficies ſphæræ T H K ad ſuperficiem ſolidi T H K. Itaque ſuperficies ſolidi T H K media proportionalis eſt inter ſphærarum T H K, A B G ſuperficies. quod erat demonſtrandum.

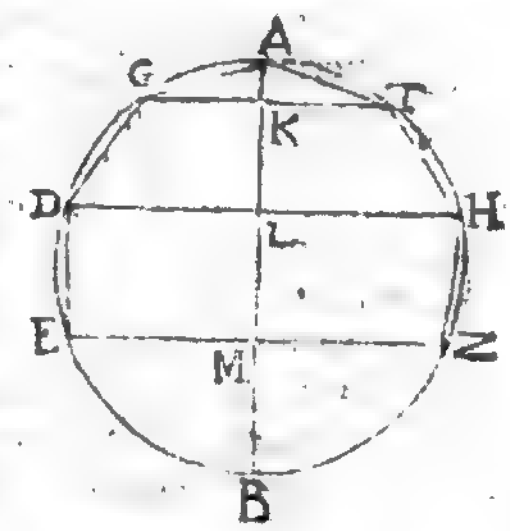
COROLLARIVM.

MAniſeſtum eſt ergo quod ſi circulo polygonium æquilaterum, & polygonio rurſum circulus; & circulo adhuc polygonium reſpondentibus angulis: & ita deinceps, quoties lubet, inſcribatur, & diametro manente tàm ſemicirculi, quàm ſemipolygonia circumducantur; deſcriptarum ſphærarum, & tornatilium ſolidorum ſuperficies ſunt continuæ proportionales ſecundum inſcriptionis ordinem. Hactenus de ſoliditornatilis, ac ſphæræ ſuperficie, nunc de Segmentorum à dictis ſolidis abſciſſorum ſuperficiebus verba faciemus.

PROPOSITIO XIII.

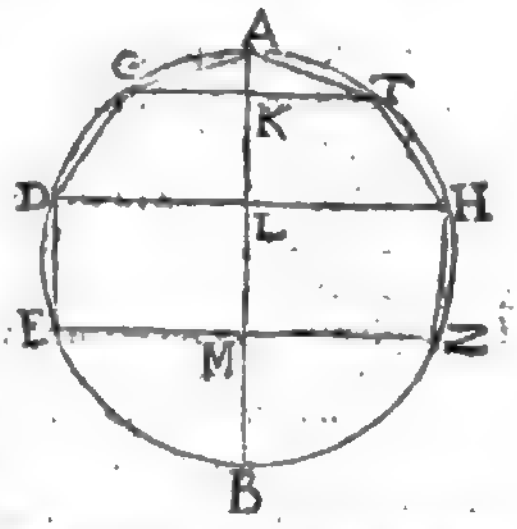
Conicæ ſuperficies ſegmenti, quod ſumitur à vertice ſolidi deſcripti à ſemipolygonio æquilatero ad vnum circulorum ab angulis deſcriptorum, coniunctæ ſunt æquales ei, quod fit ex ductu lateris circumductæ in peripherias deſcriptas ab angulis minus dimidio periphæriæ circuli ſegmentum ſolido abſcindentis.

INtra circulum A B cuius diameter A B deſcribatur polygonium æqualium laterum A G B, cuius dimidio ſemel circa diametrum A B ſtantem circumducto deſcribatur ſolidum tornatile, de quo ſumatur ſegmentum à vertice A ad vnum cirulorum ab angulis deſcriptorum, vt puta ad circulum deſcriptum ab angulo E, quod ſit ſegmentum A E Z. Aio quod conicæ ſuperficies ſegmenti A E Z, quæ ſcilicet à lateribus A G, G D. D E deſcribuntur, æquales ſunt ſimul ei, quod fit ex latere A G in aggregatum ex peripherijs ab angulis G, D, E minus dimidio



peri-

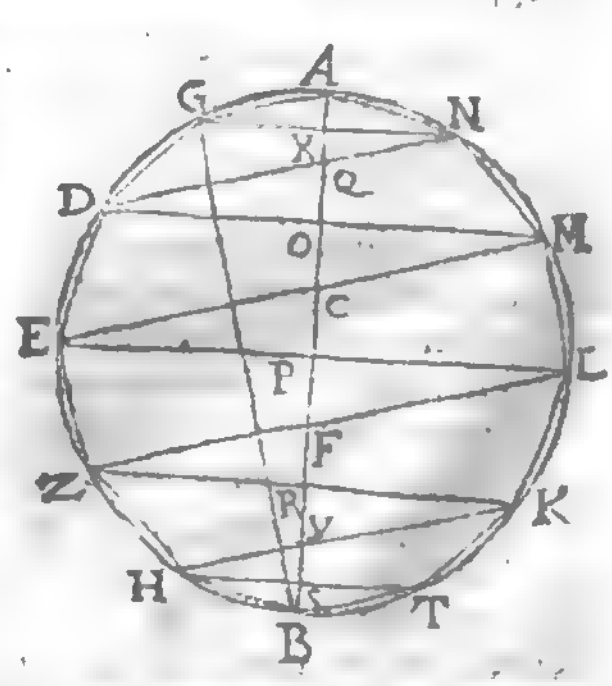
peripheriæ deſcriptæ ab angulo E. Ducantur enim G T, D H, E Z, ſecantes diametrũ A B apud K, L, N, ſecabunt autem ad angulos rectos: Itaque *per* 2. *huius* conica ſuperficies, quam deſcribit linea A G æqualis eſt ei, quod ex A G in dimidium peripheriæ quam deſcribit punctum G. Item *per* 7. Conica ſuperficies coni-coluri, quam deſcribit linea G D æqualis eſt ei, quod ex G D in dimidias peripherias deſcriptas à punctis G, D, item *per* 7. conica ſuperficies, quam deſcribit linea D E, ſiue *per* 4. ſi L D E M ſit parallelogrammum, ac ideo ſuperficies deſcripta cylindrica, æqualis eſt ei, quod ex D E, vel A G in dimidias peripherias deſcriptas à punctis D, E. Huc ergo concurrunt integræ peripheriæ deſcriptæ à punctis G, D, & dimidium eius, quæ deſcribitur à puncto vltimo E. Quare *per primam* 2. *Elementorum*, omnes conicæ ſuperficies deſcriptæ à lineijs A G, G D, D E, quæ eſt ſuperficies ſegmenti A E Z, æqualis eſt ei, quod fit ex ductu lateris A G in omnes peripherias deſcriptas ab angulis G, D, E minus dimidio peripheriæ deſcriptæ ab angulo E infimo, quæ peripheria eſt circuli abſcindentis ſegmentũ A E Z de toto ſolido per ſemipolygoniũ deſcripto, quod erat demonſtrandum. Hoc idem oſtenditur etiam ſi chorda A G non fuerit latus polygonij æquilateri circulo inſcripti, dum arcus A G, G D, D E ſint æquales.



PROPOSITIO XIV.

Conicæ ſuperficies ſegmenti, quod ſumitur à vertice ſolidi deſcripti à ſemipolygonio æquilateto ad vnum circulorum ab angulis deſcriptorum conjunctæ ſunt æquales ei, quod fit ex ductu peripheriæ circuli, cuius diameter ex axis ipſius ſegmenti in lineam, quæ cum diametro circuli continentis polygonium, & latere polygonij in ipſo circulo conſtituit triangulum orthogonium.

QVid verbis opus erit? Aſſumo totam nonæ deſcriptionem, ſed de ſolido, quod deſcribit ſemipolygonium A E B, aſſumo ſegmentum, cuius vertex eſt A, baſis verò aliquis circulorum ab angulis polygonij deſcriptorum, vtpotè circulus, cuius diameter D M, quod ſegmentũ vocetur D A M, Aio itaque quod conicæ ſuperficies ſegmenti D A M, quæ ſcilicet à lineis A G, G D deſcribũtur, æquales ſimul ſunt ei, quod fit ex linea B G in peripheriam circuli, cuius diameter A O, quem voco axem ſegmenti D A M: Quę demõſtratio ferè eadem eſt cum demonſtratione nonæ: nam, ſicut ibi, triangula G A X, N Q X, D Q O ſimilia ſunt triangulo B G A, hoc eſt æquiangula: Quare *per* 4. *ſex.* ſicut B G ad G A, ſic G X ad A X, ſic etiam X N ad X Q, ſic & D O ad Q O. Et ideo *per* 13. 5. ſicut B G ad G A, ſic aggregatum ex G N, D O ad totam A O. Itaque *per corollarium ſexta huius*, Sicut B G ad G A, ſic peripheria, cuius diameter eſt ag-



Digitized by Google

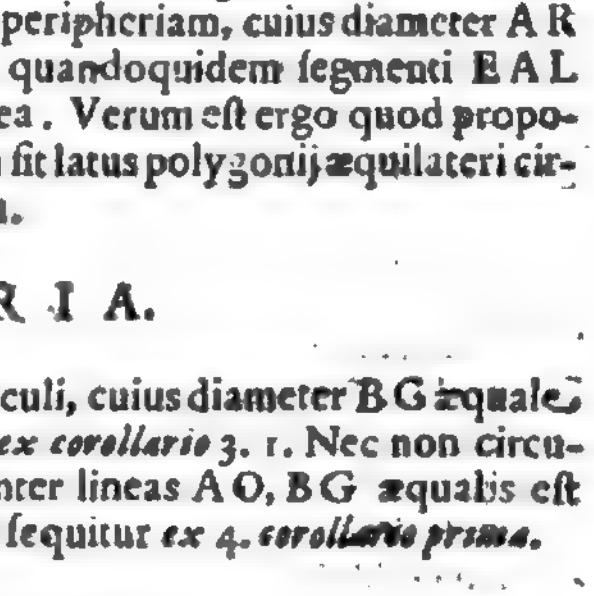
eſt aggregatum ex G N, D O ad peripheriam, cuius diameter A O; ſed peripheria cuius diameter eſt aggregatum ex G N, D O *per corollarium ſexta* æqualis eſt aggregato peripheriarum, quarum diametri G N, D O. Igitur ſicut B G ad G A, ſic aggregatum peripheriarum, quarum diametri G N, D O ad peripheriam, cuius diameter eſt A O. Peripheria autem, cuius diameter D O *per corollarium ſexta*, æqualis eſt dimidio peripheriæ, cuius diameter D M, cum diameter D O ſit dimidium diametri D M: Ergo ſicut B G ad G A, ſic aggregatum ex peripheria, cuius diameter G N, & ex dimidio peripheriæ, cuius diameter D M ad peripheriam, cuius diameter A O. Vnde *per 15. ſex. elementorum*, quod fit ex B G in peripheriam, cuius diameter A O æquale eſt ei, quod fit ex G A in aggregatum ex peripheria, cuius diameter G N, & ex dimidio peripheriæ, cuius diameter D M. Sed *per præmiſſam*, quod fit ex G A in aggregatum ex peripheria, cuius diameter G N, & ex dimidio peripheriæ, cuius diameter D M æquale eſt conicis ſuperficiebus ſegmenti ſolidi D A M. Igitur quod fit ex B G in peripheriã, cuius diameter A O æquum eſt conicis ſuperficiebus ſegmenti ſolidi D A M: quod erat demonſtrandum. Non aliter oſtendam quod id, quod fit ex B G linea in peripheriam, cuius diameter A P æquale eſt conicis ſuperficiebus ſegmenti ſolidi E A L. Nec ſecus concludam id quod fit ex linea B G in peripheriam, cuius diameter A R æquale eſſe conicis ſuperficiebus ſegmenti Z A K. quandoquidem ſegmenti E A L axis eſt ipſa A P, ſegmenti verò Z A K ipſa A R linea. Verum eſt ergo quod proponitur. Hoc idem oſtendetur etiam ſi chorda A G non ſit latus polygonij æquilateri circulo A B inſcripti, modo latera ſegmenti ſint æqualia.

COROLLARIA.

Igitur & quod fit ex linea A O in peripheriam circuli, cuius diameter B G æquale eſt conicis ſuperficiebus D A M. quod ſequitur *ex corollario* 3. 1. Nec non circulus, cuius ſemidiameter eſt media proportionalis inter lineas A O, B G æqualis eſt ijſdem conicis ſuperficiebus ſegmenti D A M. quod ſequitur *ex 4. corollario prima.*

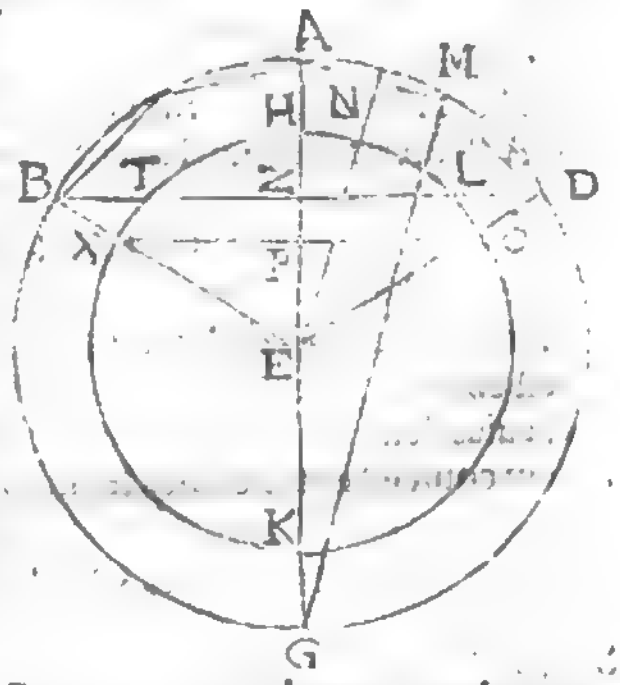
PROPOSITIO XV.

Si ſphæra plano ſecetur, ſegmenti vtriuslibet ſphærica ſuperficies æqualis eſt rectangulo, quod fit ex diametro ſphæræ in peripheriam eius circuli, cuius diameter eſt axis ſegmenti



SIt circulus A B G D, cuius diameter A G, centrum E, ſecetur autem diameter A G recta B D ad angulos rectos in ſigno Z quocumque, & circumducto altero ſemicirculo vt puta A B G ſemel ſuper axem A G ſtantem, deſcribatur ſphæra A B G D: Vnde in tali ambitu linea Z B deſcribit circulum, qui ſecabit ſphæram in duo ſegmenta B A D, B G D. Aio itaque quod ſphærica ſuperficies vtriuslibet ſegmẽti, vt puta ſegmẽti B A D æqualis eſt ei, quod fit ex diametro A G in peripheriam circuli, cuius diameter eſt A Z, quẽ voco axem ſegmenti B A D. quæ demonſtratio ſimilis eſt demonſtrationi decimæ. Nam ſi quod fit ex A G diametro in peripheriam circuli, cuius diameter A Z non eſt æquale ſuperficiei ſphæricæ ſegmenti A B D, ſit æqualis ſuper-

ſuperficiei ſphæricæ alicuius ſegmenti maiori, vel minori ſuperficie ſegmenti B A D: Et primum minori ſcilicet ſuperficiei ſphæricæ ſegmenti T H L abſciſſi per planum dicti circuli de ſphæra H T K L, quam ſphæræ A B G concentricam deſcribit ſemicirculus H T K ſuper diametrum H K, & ſecentur arcus A B, A D iterum, atque iterum donec *per* 13. 12. arcuum chordæ non contingant peripheriam T H L, Sitque vna chordarum A M, & connectatur G M; eritque maius quod ex diametro A G in peripheriam circuli, cuius diameter A Z, quam id, quod ex G M, quæ minor diametro in peripheriam circuli, cuius diameter A Z; ſed quod ex diametro A G in peripheriam circuli, cuius diameter A Z per hypotheſim æquale eſt ſuperficiei ſegmenti ſphærici T H L, quod autem ex G M in peripheriam circuli, cuius diameter A Z *per præcedentem*, æquale eſt ſuperficiebus conicis deſcriptis à chordis arcuũ, in quos ſecatur arcus A B maior; Ergo ſuperficies ſphærica ſegmenti T H L, maior eſt, quã ſuperficies conicæ deſcriptæ à chordis portionũ arcus A B: ſuperficies ergo inculuſa maior includẽte, quod eſt impoſſibile. Vel ſic quoniam quod fit ex A G diametro in peripheriã circuli, cuius diameter A Z maius eſt eo, quod ex G M in peripheriam eandem, & ideo maius ſuperficiebus conicis deſcriptis per chordas portionum arcus A B, hæque ſuperficies maiores ſunt ſuperficie ſphærica ſegmenti T H L incluſa; Ideo quod fit ex diametro A G in peripheriam circuli, cuius diameter A Z maius eſt ſuperficie ſphærica ſegmenti T H L: Ergo non eſt ei æqualis, ſicut ſupponebatur. Sit deinde quod ex A G diametro in peripheriam circuli, cuius diameter A Z æqualis ſphæricæ ſuperficiei maiori ſuperficie ſphærica ſegmenti B A D; ſed breuitatis cauſa ſit ſuppoſitum ſegmẽtum T H L. Aio quod id, quod ex H K diametro in peripheriam circuli, cuius diameter H Z non eſt æquale alicuius ſegmenti ſphæricæ ſuperficiei maiori ſuperficie ſegmenti T H L ſphærici. Sit enim, ſi poſſibile eſt, æquale ſuperficiei ſphæricæ ſegmenti B A D maiori ſuperficie T H L abſciſſi per planum circuli ſecantis ſphæram B D de ſphera A B G D, quam deſcribit ſemicirculus A B G, ſuper diametrum A G, & ſecentur arcus A B, A D *per* 13. 12. donec portionum chordæ non contingãt arcum T H L; Sitq; ex chordis vna A M, & connectatur G M, & ducatur ad A M perpẽdicularis E N, & quoniam A G dupla ipſius A E; ideo, & G M dupla ipſius E N, ſed H K dupla ipſius H E minoris ipſa E N: Minor ergo H K quàm G M. Quare quod fit ex G M in peripheriam circuli, cuius diameter H Z maius eſt eo, quod fit ex H K in peripheriam circuli, cuius diameter H Z, ſed quod fit ex G M in peripheriam circuli, cuius diameter A Z *per præcedentem*, æquale eſt ſuperficiebus conicis deſcriptis à chordis arcuum, in quos ſecatur arcus A B; Quod autem fit ex H K in peripheriam circuli, cuius diameter H Z per hypotheſim æquale eſt ſuperficiei ſphæricæ ſegmenti B A D: Ergo ſuperficies conicæ deſcriptæ à chordis portionum arcus A B maius ſunt ſuperficie ſphærica ſegmenti B A D. Superficies itaque incluſa maior includente, quod eſt impoſſibile: Non eſt ergo, quod ex H K in peripheriam circuli, cuius diameter H Z æquale ſuperficiei ſphæricæ ſegmenti alicuius maiori ſuperficie ſphærica ſegmenti T H L. Similiter oſtendam quod id, quod ex A G in peripheriam circuli, cuius diameter A Z non eſt æquale alicuius ſegmenti ſphæricæ ſuperficiei maiori ſuperficie ſphærica ſegmenti B A D: fuitque oſtenſum, quod nec minori: Omnino igitur id, quod fit ex A G in peripheriam circuli, cuius diameter A Z, æquale eſt ſegmenti B A D ſphæricæ ſuperficiei: quod erat demonſtrandum. Suppo-



ſuimus

ſuimus autem ſegmentum ſphæricum B A D minus emiſpherio. Et ſimiliter oſtendi poterit quod id, quod ſit ex A G in peripheriam circuli, cuius diameter G Z æquale eſt ſphæricæ ſuperficiei ſegmenti B G D: Vel ſi lubet pro linea B Z ducatur linea B E, & pro Z D linea E D ſecantes peripheriam circuli H T K apud puncta X O; & agatur demonſtratio per ſegmenta ſphærica deſcripta per arcus B G, X K ſimiles & per ſuperficies conicas deſcriptas à chordis portionum arcus B G non tangentibus peripheriã X K: In ſecunda autem parte demonſtrationis ducatur X O ſecans ipſam E Z apud P, eritque G Z axis ſegmenti B G D maior quam K P axis ſegmenti X K O, quod eſt neceſſarium in ſecunda parte demonſtrationis: Vnde cõcludens eodem modo quo prius id, quod ſit ex A G in peripheriam circuli, cuius diameter G Z eſſe maius omni ſuperficie ſphærica ſegmenti deſcripti per arcum minorem ipſo B G, & ei ſimilem, & minus omni ſphærica ſuperficie ſegmenti deſcripti per arcum maiorem ipſo B G, & ei ſimilem, & ideo æqualem eſſe ſphæricæ ſuperficiei ſegmenti ab arcu B G deſcripti. Verum poſtquam oſtenderis hoc de vno ſegmentorum ſphæricorum, poteſt ex hoc idem facilius oſtendi de reliquo, ſic. Quoniam oſtenſum eſt quod id, quod ſit ex A G in peripheriam circuli, cuius A Z eſt diameter æquum ſuperficiei ſphæricæ ſegmenti B A D: ex hoc ego oſtendam quod id, quod ſit ex A G in peripheriam circuli, cuius diameter G Z æquum erit ſuperficiei ſphæricæ ſegmenti B G D: Nam *per 10 huius*. Superficies tota ſphæræ A B G, quod eſt aggregatum ex ſuperficiebus ſphæricis duorum ſegmentorum B A D, B G D æqualis eſt ei, quod ſit ex A G in peripheriam circuli A B G: ſed peripheria circuli A B G *per primum corollarium ſex.* æqualis eſt peripherijs circulorum, quorum diametri A Z, Z G, coniunctis: Ergo aggregatum ex ſuperficiebus ſphæricis ſegmentorum B A D, B D G æquale eſt ei, quod ſit ex A G in peripherias circulorum, quorum diametri A Z, Z G. Auferatur inde ſegmenti B A D ſphærica ſuperficies: hinc verò quod ſit ex A G in peripheriam circuli, cuius diameter A Z, quæ, vt fuit oſtenſum, ſunt æqualia; & ſupererit Segmenti B D G ſuperficies ſphærica æqualis ei, quod ſit ex A G in peripheriam circuli, cuius diameter Z G: & hoc erat propoſitum.

COROLLARIVM I.

MAniſeſtum eſt ergo quod ſuperficies ſphærica ſegmenti ſphærici æqualis eſt ei, quod ſit ex axe ſegmenti in peripheriam circuli maximi in ſphæra; & ideo curuæ ſuperficiei cylindri, cuius baſis eſt circulus maximus, ſphæræ celſitudo verò, axis ſegmenti: Hoc patet *ex 2. corollario ſex.*

COROLLARIVM II.

ITem & circulus, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter axem ſphærici ſegmenti ac ſphæræ diametrum, æqualis eſt ſphæricæ ſuperficiei ipſius ſegmenti; quod liquet *ex quarto corollario prima*: Ex quo corollario facillimè demonſtrabitur ſequens propoſitio decima ſexta.

PROPOSITIO XVI.

Si Sphæra plano secetur vtriuslibet segmenti superficies æqualis est ei, quod fit ex linea cadente à vertice ipsius segmenti ad peripheriam circuli secantis, in peripheriam circuli, cuius dicta linea est diameter: Et ideo ipsa sphærica superficies segmenti æqualis est circulo, cuius dicta linea est semidiameter.

CIrculi A B G D diametrum A G secet ad rectos angulos linea B D apud Z punctum quodcumque; & circumducto semel circa A G diametrum semicirculo A B G, describatur sphæra A B G D; in qua reuolutione linea Z B describet circulum, qui terminus est communis duorum sphæricorum segmentorum B A D, B G D: Protrahantur itaque rectæ A B, B G, quæ sunt à verticibus sphæricorum segmentorum ad peripheriam circuli, cuius diameter B D, secantis. Aio iam quod sphærica superficies segmenti B A D æqualis est ei, quod fit ex A B in peripheriam circuli, cuius diameter A B: Nã *per* 8. *sex.* sicut A G ad B A, ita B A ad A Z: Ergo *per* 6. *huius*, sicut G A ad A B, sic peripheria, cuius diameter A B ad peripheriam, cuius diameter A Z: Quare *per* 15. *sex.* quod fit ex A B in peripheriã, cuius diameter A B æquũ est ei, quod ex A G in peripheriã, cuius diameter A Z: Sed *per præmissam*. quod ex A G in peripheriam, cuius diameter A Z æquale est segmenti B A D sphæricæ superficiei: Igitur segmenti B A D sphærica superficies æqualis est ei, quod ex A B in peripheriam, cuius diameter A B: & hoc est primum ex propositis. Cumque peripheria, cuius diameter A B sit *per sex.* dimidium peripheriæ, cuius A B semidiameter, ideo ex A B in dimidium peripheriæ, cuius A B semidiameter fit etiam sphærica superficies segmenti B A D; sed ex A B in dimidium peripheriç cuius A B est semidiameter, fit circulus ipse, cuius A B semidiameter *per* 4. *de dimensione circuli*. Itaque circulus, cuius A B semidiameter æqualis est sphęricæ superficiei segmenti B A D: quod erat alterum ex propositis. Ijsdem penitus medijs ostendã, quod sphærica superficies segmenti B G D æqualis est ei, quod fit ex B G in peripheriã circuli cuius diameter B G, vel circulo, cuius semidiameter B G: Verum hoc apud vnum segmentorum vt puta B A D demonstrato; potest idem ostendi apud reliquum sic. Quoniã angulus A B G rectus *per* 29. 3. ideo *per* 9. *de dimensione circuli*, duo circuli, quorum semidiametri A B, B G simul æquales sunt circulo, cuius semidiameter A G: Hic autem *per* 10. *huius*, æqualis superficiei sphæricæ, & ideo sphæricis superficiebus segmentorum B A D, B D G: Quare circuli quorum semidiametri A B, B G æquales sunt sphæricis superficiebus segmentorum B A D B D G. Æqualis autem fuit circulus, cuius semidiameter A B segmenti B A D sphæricæ superficiei. Superest ergo circulus, cuius semidiameter B G æqualis sphæricæ superficiei segmenti B D G:
Quod erat propositum.

CO-

Digitized by Google

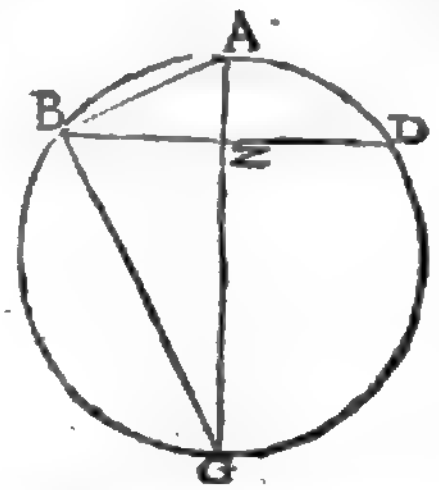
COROLLARIVM.

MAnifeſtum eſt igitur quod ſphærica ſuperficies ſegmenti ſphærici æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter eſt linea, qeæ à vertice ſegmenti ad peripheriam circuli ſecantis ſpæram. Nam *per ſex.* peripheria cuius A B diameter æqualis eſt dimidio peripheriæ cuius A B ſemidiameter. Æquale eſt igitur quod ex A B in peripheriã, cuius A B diameter ei, quod ex A B, in dimidium peripheriæ, cuius A B ſemidiameter: Sed quod ex A B in peripheriam, cuius A B diameter æquum eſt ſphęricę ſuperficiei ſegmenti B A D: quod autem ex A B in dimidium peripherię, cuius A B ſemidiameter *per 4. de dimenſione circuli*, ęquum eſt circulo, cuius A B ſemidiameter: Ergo ſphęrica ſuperficies ſegmenti B A D ęqualis eſt circulo cuius A B ſemidiameter: quod eſt propoſitum. Non aliter oſtendam, quod ſuperficies ſphęrica ſegmenti B G D ęqualis eſt circulo, cuius B G ſemidiameter.

PROPOSITIO XVII.

Si ſphæra plano ſecetur ſegmentorum ſphæricę ſuperficies ſunt ad inuicem ſicut axes ſegmentorum.

REpetẽs proximę deſcriptionem; Aio quod ſuperficies ſphęrica ſegmenti B A D ad ſuperficiem ſphęricam ſegmenti B G D, eſt ſicut axis A Z ad axem Z G. Nã *per 8. ſex.* ratio A Z ad Z G dupla eſt eius, quę A Z ad Z B: ſicut A Z ad Z B, ſic A B ad B G (propter ſimilitudinem triangulorum A Z B A B G.) Ergo ratio A Z ad Z G dupla eſt eius, quę A B ad B G, & eius, quę A B ad B G dupla eſt *per 18. ſex.* ratio quadrati A B ad quadratum B G: Quare, quadratum A B ad quadratum B G, ſicut A Z ad Z G: Sed *ex 2. 12.* circulus, cuius ſemidiameter A B ad circulum, cuius ſemidiameter B G, ſicut quadratum ex duplo A B ad quadratum ex duplo B G; & ideo ſicut quadratum A B ad quadratum B G: Igitur circulus, cuius ſemidiameter A B ad circulum, cuius ſemidiameter B G, ſicut A Z ad Z G. Verum circulus, cuius ſemidiameter A B ęqualis eſt *per præmiſſæ corollarium*, ſphęricę ſuperficiei ſegmenti B A D: Ergo ſphęrica ſuperficies ſegmenti B A D ad ſphęricam ſuperficiem ſegmenti B D G eſt ſicut axis A Z ad axem Z G: quod eſt propoſitum.



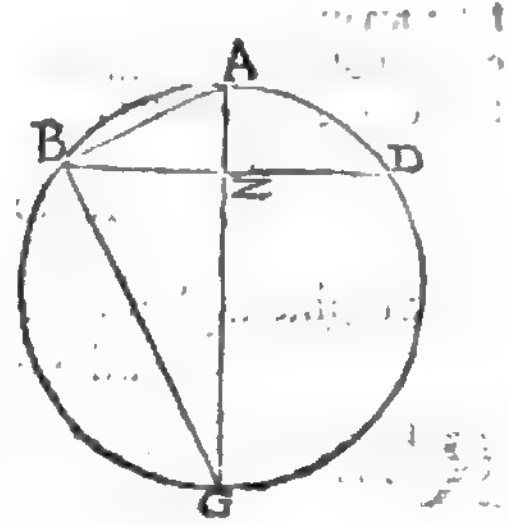
COROLLARIVM.

MAnifeſtum eſt ergo quod ſphęrę ſuperficies ad ſui ſegmenti ſphęricam ſuperficiem eſt ſicut diameter ſphęrę ad axem ſegmenti patet ex coniuncta proportione.

PROPOSITIO XVIII.

Si ſphæra plano ſecetur, vtriuslibet ſegmenti ſphærica ſuperficies ad circulum ſecantem, eſt ſicut diameter ſphæræ ad axem reliqui ſegmenti.

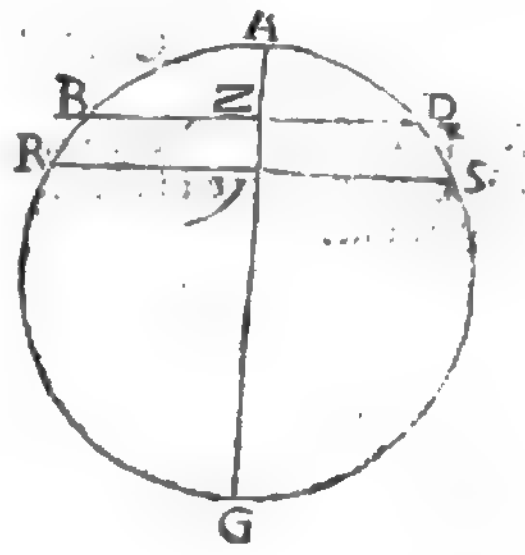
ADhuc manebo in eadem deſcriptione dicens, quod ſphęrica ſuperficies ſegmenti B A D ad circulum, cuius diameter B D ſecantem, eſt ſicut diameter A G ad axem G Z. Item quod ſphęrica ſuperficies ſegmenti B G D ad circulum, cuius diameter B D eſt ſicut diameter A G ad axem A Z: Nam per 8. *ſex.* ratio A G ad G Z eſt dupla eius, quę A G ad G B; ſed A G ad G B, ſicut A B ad B Z, propter ſimilitudinẽ triangulorum A G B, A B Z: Ergo ratio A G ad G Z dupla eſt eius, quę A B ad B Z: ſed & eius, quę A B ad B Z dupla eſt *per* 2. 12. quę circuli, cuius ſemidiameter A B ad circulum, cuius ſemidiameter B Z: Igitur circulus, cuius ſemidiameter A B ad circulum, cuius ſemidiameter B Z eſt ſicut A G ad Z G; fit autem *per* 16. circulus, cuius ſemidiameter A B ęqualis ſuperficiei ſphęricę ſegmẽti B A D, circulus vero, cuius ſemidiameter B Z ęqualis eſt circulo B D ſphæram ſecantę: Ergo ſphęrica ſuperficies ſegmenti B A D ad circulum, cuius ſemidiameter B Z, (qui ſegmenta diſterminat,) eſt ſicut A G diameter ad axem G Z reliqui ſegmenti. Non aliter oſtendam quod ſphęrica ſuperficies ſegmenti B G D ad circulum, cuius ſemidiameter B Z eſt ſicut diameter A G ad axem reliqui ſegmenti A Z: quod eſt propoſitum.



PROPOSITIO XIX.

Si ſphæra duobus parallelis planis ſecetur intercepti ſegmenti ſphærica ſuperficies, Zona ſcilicet ſphærica, ęqualis eſt ei, quod fit ex diametro ſphæræ in peripheriam circuli, cuius diameter eſt axis ſegmenti.

PRæteritæ deſcriptioni addo rectam R S ad rectos angulos ſecantem diametrum A G in puncto Y: Itaque R Y in circumductione ſemicirculi deſcribet circulum parallelum circulo, cuius diameter B D. Aio itaque quod ſegmenti ſphærici B S, quod inter duos circulos parallelos, quorum diametri B D, R S intercipitur, ſphærica ſuperficies, quæ quaſi Zona eſt ab arcu B R deſcripta; æqualis eſt ei, quod fit ex diametro A G in peripheriam circuli, cuius diameter eſt axis Z Y: Nã *per* 15. *præmiſſam*, quod fit ex A G in peripheriam circuli, cuius diameter A Y æquum eſt ſphæricæ ſuperficiei ſegmenti R A S: peripheria autem cir-



culi,

Digitized by Google

culi, cuius diameter A Y æqualis eſt *per primum corollarium ſexta*. peripherijs circulorum, quorum diametri A Z, Z Y: ergo quod fit ex A G in peripherias circulorum, quorum diametri A Z, Z Y æquum eſt ſphæricæ ſuperficiei ſegmenti R A S: Verùm *per* 15. quod fit ex A G in peripheriam circuli, cuius diameter A Z æquum eſt ſphæricæ ſuperficiei ſegmenti B A D: Itaque de eo, quod ex A G in peripherias circulorum, quorum diametri A Z, Z Y dematur id, quod ex A G in peripheriam circuculi, cuius diameter A Z; Item de ſuperficie ſphærica ſegmenti R A S dematur ſuperficies ſphærica ſegmenti B A D (duo ſcilicet æqualia de duobus æqualibus) & ſupererit, inde, id, quod ex A G in peripheriam circuli, cuius diameter Z Y; hinc autem id, quod ſuperficies ſphærica ſegmenti intercepti B S. & per conſequentiam æqualia: Quod eſt propoſitum. Idem oſtendes *per corollarium* 15. Nam per illud ex linea A Y in peripheriam circuli A B G, fit ſuperficies ſphærica ſegmenti R A S: ex linea autem A Z in peripheriam eandem fit ſuperficies ſphærica ſegmenti B A D: Vnde ſequitur *ex prima 2. elementorum*, vt ex Z Y in dictam peripheriam fiat ſuperficies ſphærica ſegmenti B S intercepti. Quod eſt propoſitum.

COROLLARIVM I.

MAnifeſtum eſt ergo quod ſphærici ſegmenti parallelis circulis intercluſi ſphærica Zona æqualis eſt ei, quod fit ex axe ſegmenti in peripheriam circuli maximi in ſphæra; & ideo curuæ ſuperficiei cylindri, cuius baſis eſt circulus maximus ſphæræ, celſitudo autem axis ſegmenti.

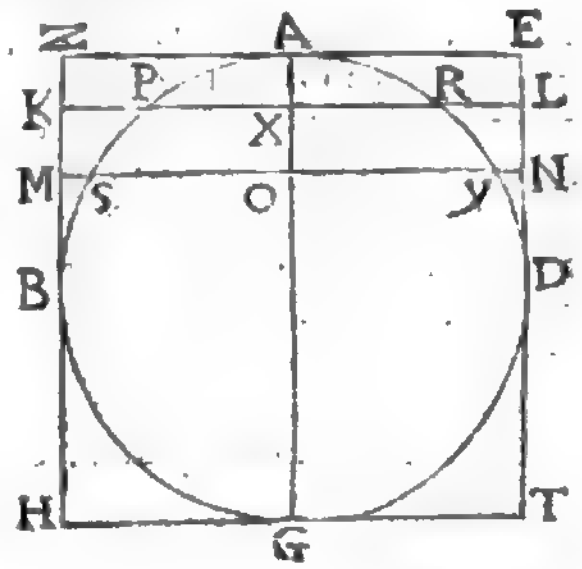
COROLLARIVM II.

ITem manifeſtum eſt, quod parallelis planis quotcumque ſphæram ſecantibus, ſphæricæ ſuperficies planis interceptæ ſunt ad inuicem ſicut ipſorum ſphæralium ſegmẽtorum axes: patet hoc *ex corollario præcedentis, & prima ſexti Elementorum*. Poterat & hoc corollarium demonſtrari *per corollarium* 17. *præterita* ex æqua, & diſiuncta proportione facillimè.

PROPOSITIO XX.

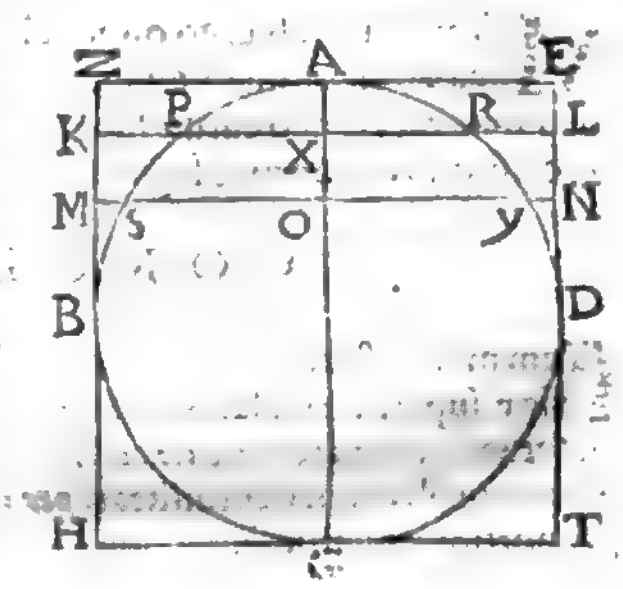
Si Sphæra, & Cylindrus diametrum communem, & axem communem habeant, ſecentur autem parallelis quotlibet planis, quibus axis perpendiculariter inſtet: erunt ſphæricæ ſuperficies cylindricis ſuperficiebus inter eadem ſecantia plana interpoſitis ſingulæ ſingulis æquales.

CIrculo A B G D circumſcribatur quadratum E Z H T, ſintque contactuum puncta A, B, G, D, & connectatur A G: Item ducantur inter latera Z H, E T ipſiſque E Z, H T parallelli K L, M N ad placitum ſecantes axem, quidem A G apud X, O, peripheriam autem A B G apud P, R, S, Y: Et circũ A G diametrum immotã circumducatur, donec ad locum ſuũ redat; parallelogrammũ cylindrum, ſemicirculus vero ſphærã deſcribet, eritq; A G axis tàm ſphæræ, quã cylindri. Item E Z, H T diametri baſiũ cylindri,



ſphæræ

ſphærę diametro æquales,& cylindrus ſphærā circumſcribet: Contingēt namq; cylindricæ baſes ſphæricam ſupecficiem in punctis A G; cylindrica quoq; ſuperficies ſphæricam continget, eritq; contactus circuli peripheria per punctum cōtactus B deſcripta. Ipſæ quoque lineæ K X, M O circumductæ deſcribent circulos parallelos ſecantes cylindrum, ipſa autem puncta P S deſcribent circulorum peripherias, quæ communes ſectiones erunt dictorum circulorum ſecantium cylrndrum, & ſphæricæ ſuperficiei. Aio itaque quod ſphærica ſuperficies interiacens circulis, quorum diametri Z E, K L, quæ ſcilicet deſcribitur ab arcu A P æqualis eſt cylindricæ ſuperficiei ijſdem circulis interpoſitæ, quæ ſcilicet deſcribitur à linea Z K. Item quod ſphæricà ſuperficies, quæ inter circulos, quorum diametri K L, M N, quam ſcilicet deſcribit arcus P S æqualis eſt cylindricæ ſuperficiei, quæ inter eosdem circulos, quæ ſcilicet à linea K M deſcribitur. Item quod ſphærica ſuperficies, quæ inter circulos, quorum diametri M N, T H, quam ſcilicet deſcribit arcus S B G æqualis eſt cylindricæ ſuperficiei, quæ inter eoſdē clauditur circulos, quam ſcilicet deſcribit linea M H. Primum horum, & tertium patet *per corollarium 15. præmiſſæ*. Cum Cylindrus Z L habeat altitudinem æqualem ipſi A X, quæ eſt axis ſegmenti ſphærici P A R, & baſim circulum ſphæræ maximum, atq; etiam cum cylindrus M T habeat altitudinem O G, qui eſt axis ſegmenti ſphærici S G Y, & baſim circulum in ſphęra maximum.



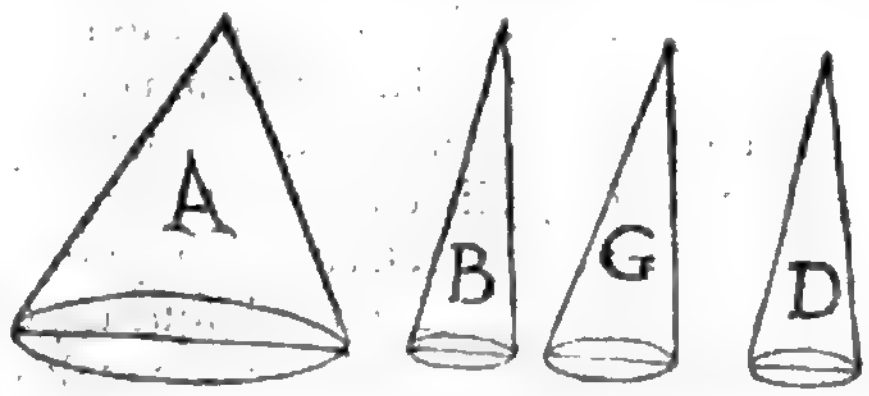
Secundum autem patet *per 1. corollarium præcedentis*. Cum Cylindrus K N habeat altitudinem X O, qui eſt axis ſegmenti ſphærici S P R Y, & baſim circulum maximum ſphæræ. hoc idem oſtendam de ſuperficiebus ſphæricis, ac cylindricis, quos intercipiant quęcunque duo plana parallela baſibus cylindri, quibus ſcilicet axis cylindri rectus inſiſtat: & hoc erat, quod demōſtrandum proponebatur. Oſtendam hoc idem aliter, *eam per quartam huius*. ex A G in peripheriam circuli A B G, quæ baſis eſt cylindri Z T, fiat ſuperficies curua cylindri Z T; itemque ex A X, in peripheriam ęiuſdem circuli fiat ſuperficies curua cylindri Z L: propterea *per 1. ſex, & coniunctam proportionem*, erit curua cylindri Z T ſuperficies ad curuam cylindri Z L ſuperficiem, ſicut A G ad A X: Sed *per corollarium 17. præterita*, ſicut A G ad A X, ſic ſphæræ A B G ſuperficies ad ſegmenti ſphærici P A R ſphæricam ſuperficiem. Igitur & ſicut ſphæræ A B G ſuperficies ad ſegmenti P A R ſphæricam ſuperficiem, ſic curua cylindri Z T ſuperficies ad curuam cylindri Z L ſuperficiem. Et permutatim ſicut ſphæræ A B G ſuperficies ad curuam cylindri Z T ſuperficiem, ſic ſegmenti P A R ſphærica ſuperficies ad curuam cylindri Z L ſuperficiem; æqualis autem eſt *per 11. huius*, ſphæræ A B G ſuperficies curuæ cylindri Z T ſuperficiei: Ergo & ſegmenti P A R ſphærica ſuperficies æqualis eſt curuæ cylindri Z L ſuperficiei. Similiter oſtendam quod ſegmenti S A Y ſphærica ſuperficies æqualis eſt curuæ cylindri Z N ſuperficiei: Vnde per conſequentiam ſupererit ſphærica ſegmenti P Y, quæ Zonæ eſt ſphærica ab arcu P S deſcripta æqualis curuæ ſuperficiei cylindri K N. Itemque ſphærici ſegmenti S G Y ſuperficies æqualis eſt curuæ M T cylindri ſuperficiei. Hoc idem oſtendam quibuſcumque planis cylindricæ baſi parallelis tam cylindrum, quam ſphęram cylindro circumſcriptam ſecantibus, & hoc eſt, quod propoſitio noſtra ſignificat. Hæc de ſuperficiebus tornatilium, & ſphæricorum ſegmentorum. Poſtulat ordo, ut iā de ſoliditate primum quidem tornatilis corporis, & exinde ſphæræ diſputemus.

PRO-

PROPOSITIO XXI.

Conus, cuius baſis æqualis eſt aggregato baſium quotlibet conorum ſub eodem faſtigio, æqualis eſt aggregato omnium illorum.

EXempli gratia baſis coni A æqualis baſibus ſimul ſumptis aliquot conorũ, vtputa trium B, G, D. Sitque omnium celſitudo vna. Aio quod Conus A æqualis eſt aggregato conorum B, G, D. Cum enim eorũ altitudines ſint æquales, erit *per* 11. 12. Conus B ad conum A, ſicut baſis coni B ad baſim coni A. Item conus G ad conum A, ſicut baſis coni G ad baſim coni A: Quare *per* 24. 5. coni B, G, ſimul ſumpti ad conum A: ſicut baſes conorũ B, G ſimul ſumptæ ad baſim coni A. Adhuc conus D ad conum A, ſicut baſis coni D ad baſim coni A. Rurſum ergo *per* 24. 5. Coni B, G, D, ſimul ſumpti ad conum A, ſicut baſes conorum B, G, D, ſimul ſumptæ ad baſim coni A. Sed baſes conorum B, G, D, ſimul ſumptæ, per hypotheſim, ſunt æquales baſi coni A: Ergo & coni B, G, D ſimul ſumpti ſunt æquales cono A: Quod eſt propoſitum. Idem demonſtrabimus de quotcumque conis.

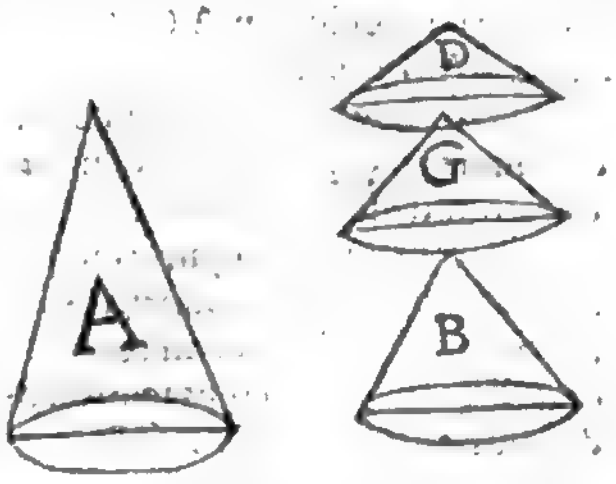


Idem concludere potes de cylindris, quorum celſitudines æquales.

PROPOSITIO XXII.

Conus, cuius celſitudo æqualis eſt aggregato celſitudinum quotlibet conorum ſuper æquas baſes eſt æqualis aggregato illorum.

EXempli cauſa, celſitudo coni A ſit æqualis celſitudinibus aliquot conorum vt puta trium B, G, D: ſintque omnium baſes æquales. Aio quod conus A æqualis eſt conis B, G, D ſimul ſumptis: Nam cum eorum baſes ſint æquales, erit *per* 11. 12. conus B ad conum A, ſicut altitudõ coni B ad altitudinem coni A: Item conus G ad conum A, ſicut altitudo coni G ad altitudinem coni A: Ergo *per* 24. 5. coni B, G, ſimul ad conum A, ſicut altitudines conorum B, G, ſimul ſumptæ ad conum A: Adhuc conus D ad conum A, ſicut altitudo coni D ad altitudinem coni A. rurſum ergo *per* 24. 5. Coni B, G, D, ſimul ad conum A, ſicut altitudines conorum B, G, D, ſimul ſumptæ ad coni A celſitudinem: ſed celſitudines conorum B, G, D, ſimul ſumptæ æquales ſunt celſitudini coni A: Ergo & coni B, G, D, ſimul ſumpti æquales ſunt cono A: quod eſt propoſitum. Idem de quotcumque conis demonſtrabimus repetita quoties opus fuerit 24. 5. quod propoſitum eſt.

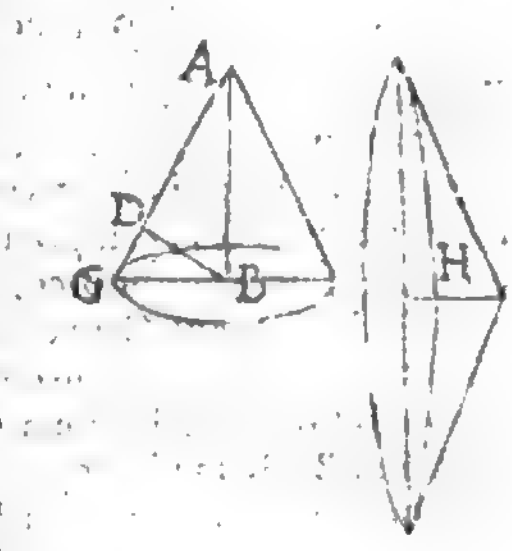


Digitized by Google

PROPOSITIO XXIII.

Solidum quod à triangulo circa vnum laterum fixum, donec ad locum ſuum redeat, circumducto deſcribitur, æquale eſt ei cono, cuius baſis æqualis eſt conicæ ſuperficiei ab altero laterum trianguli circumductorum deſcriptæ, altitudo autem æqualis perpendiculari ad idem latus cadenti ab angulo oppoſito; Quin etiam ſi ab altero terminorum lateris fixi ad oppoſitum latus linea vtcunque ducatur, ſolidum à triangulo abſciſſo deſcriptum æquale eſt ei cono, cuius baſis æqualis eſt conicæ ſuperficiei deſcriptæ à ſegmento lateris abſciſſi: altitudo autem æqualis eſt perpendiculari ad idem latus à dicto termino lateris fixi. Adhuc, ſi latus trianguli æquidiſtet axi, circa quem circumducitur triangulum, ſoluſque trigoni angulus in axe terminetur: deſcriptum à triãgulo ſolidum æquale erit ei cono, cuius baſis æqualis eſt cylindricæ ſuperficiei deſcriptæ à latere axi æquidiſtante; celſitudo autem æqualis perpendiculari ad idem latus ab axe ipſo delapſæ.

BReuiſſime hanc trifariam propoſitionem oſtendam: Sit namque trigonum A B G quod circa vnum laterum, vt puta circa latus A B tanquam axem ſemel circumductum deſcribat ſolidum A G B: ab angulo autem oppoſito A G, vt puta B ad latus oppoſitum A G, cadat perpendicularis B D. Sitque conus H, cuius baſis ſit æqualis conicæ ſuperficiei, quam deſcribit latus A G; celſitudo verò æqualis perpendiculari B D, Aio quod conus H æqualis eſt ſolido A G B: Ponatur enim primò trigonum A B G rectum angulum habens, qui apud B; & tunc *per definitionem coni*, ſolidum A B G à triangulo deſcriptum eſt conus, cuius axis A B, baſiſque ſemidiameter B G: Quare *per* 3. *huius*. ſuperficies conica, quam deſcribit linea A G; & ideo baſis coni H illi æqualis, ad baſim coni A B G, ſicut linea A G ad ſemidiametrum B G; & ideo propter triangulorum A G B, A B D ſimilitudinem, ſicut axis A B ad perpendicularem B D, quæ celſitudo eſt coni H. Itaque conorum A G B, & H baſes ſunt celſitudinibus mutuò; æquales ergo ſunt *per* 12. 12. coni A G B, & H: quod eſt propoſitum.



Ponantur nunc anguli trigoni A B G qui apud A, B acuti, & demittatur à puncto G perpendicularis ad A B axem linea G E; quæ in reuolutione trianguli A B G, deſcribet circulum, cuius ſemidiameter G E, eritque ſolidum A G B compoſitum ex duobus conis A G E, B G E communem baſem habentes circulum, cuius ſemidiameter G E: Sit itaque conus K baſim dicto circulo æqualem habens, celſitudinem verò æqualem ipſi A B, eritq; *per præcedentem*. æqualis conus K conis A G E, B G E ſimul ſumptis, & proinde ſolido A G B. Itaque quoniã *per* 3. ſuperficies conica, quam deſcribit linea A G, & ideo baſis coni H illi equalis ad baſim coni A G E, & ideo ad baſim coni K illi æqualem, eſt ſicut A G ad G E, & ideo propter triangulorum A G E,

A B D

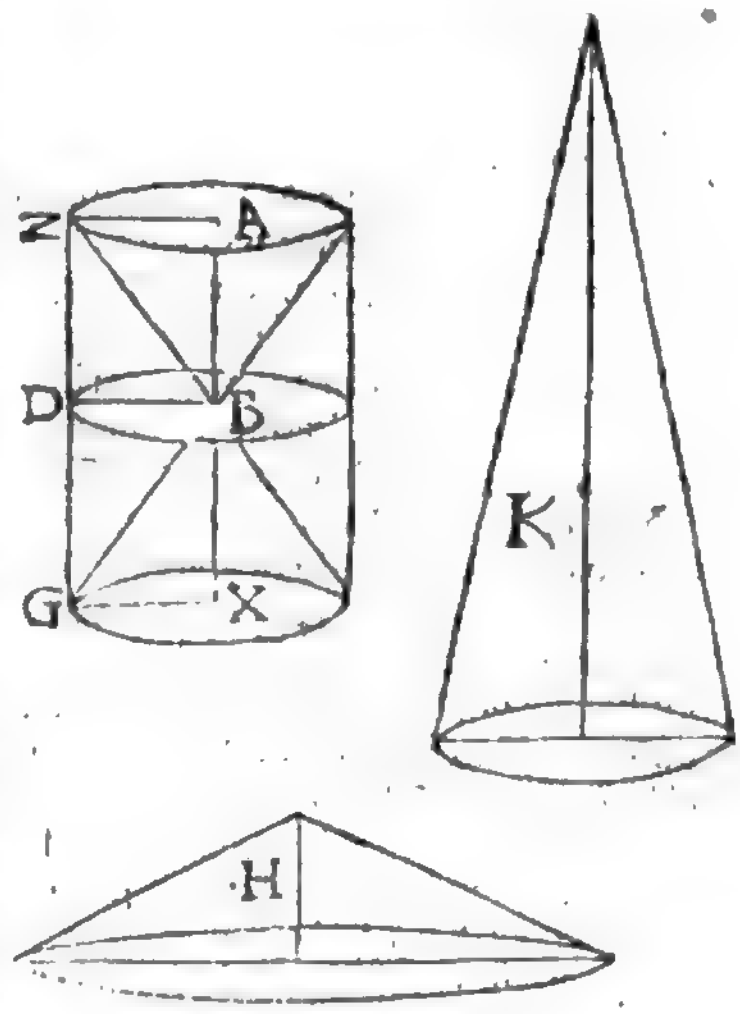
A B D ſimilitudinem, ſicut A B celſitudo coni K ad B D celſitudinem coni H: Ideo *per* 12. 12. æqualis eſt conus H cono K, & ideo ſolido A G B: quod eſt propoſitum.

Demum in tertia deſcriptione ponatur ex ãngulis trianguli A B G, qui apud B obtuſus, & tunc cadat à puncto G perpendicularis ad axem A B productũ, qui ſit G E vt in ambitu triãguli, linea G E circulũ deſcribat, qui baſis erit tã coni A G E à triãgulo A G E deſcripti, quã coni B G E à triãgulo B G E deſcripti. Sit itaq; conus K baſim habẽs dicto circulo çqualem, & celſitudinem rectæ A B: eruntque *per præmiſſam*, conus K, & conus B G E ſimul sũpti æquales cono A G E; communis vtrinque auferatur conus B G E, & ſupererit conus K æqualis ſolido, quod in ambitu deſcribitur per triangulum A B G. Itaque quoniam *per* 3. ſuperficies conica, quam deſcribit linea A G, & ideo baſis coni H illi æqualis ad baſim coni A G E, & ideo ad baſim coni K illi æqualem eſt, ſicut A G ad G E, & ideo propter triangulorũ A G E, A B D ſimilitudinem, ſicut A B celſitudo coni K ad B D celſitudinem coni H. *per* 12. 12. æqualis eſt conus H cono K, & ideo ſolido A G B: quod eſt propoſitum. Hactenus demõſtratũ eſt primũ ex propoſitis.

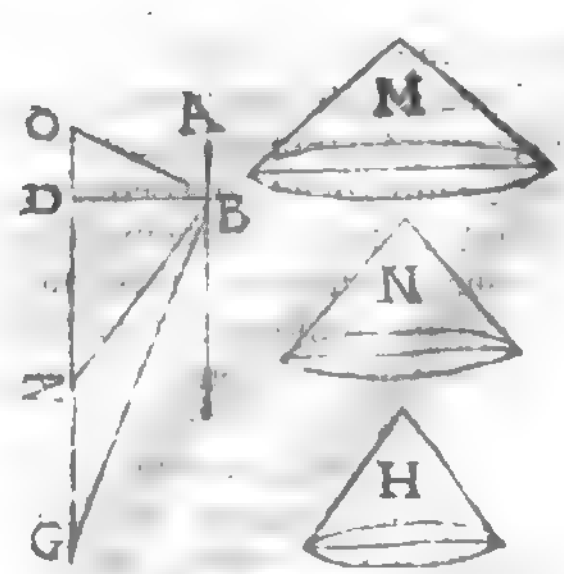
Alterum ſic ſe habet. In ipſo triangulo A B G ab altero terminorum A B, qui ſit B ducatur ad oppoſitum latus linea B Z; ſitque conus N habens baſim æqualem conicæ ſuperficiei, quam in circumductione deſcribit linea G Z, & celſitudinem æqualẽ perpendiculari B D. Aio quod conus N æqualis eſt ſolido, quod in ambitu deſcribitur à trigono B G Z. Sit enim conus H baſim habens æqualem conicæ ſuperficiei, quam deſcribit linea A G, & celſitudinẽ B D; Itẽ conus M baſim habẽs æqualẽ conicæ ſuperficiei, quã deſcribit linea A Z, & celſitudinem B D: Eritque vt oſtenſum eſt, conus H æqualis ſolido deſcripto per trigonum A B G, conus autem M æqualis ſolido deſcripto per trigonum A B Z. Item quoniam conica ſuperficies, quam deſcribit linea A G æqualis eſt conicis ſuperficiebus ſimul ſumptis, quas deſcribũt linea A Z, & linea Z G. Ideo baſis coni H,

quę fuit æqualis illi conicæ, æqualis erit baſibus conorũ, M, N ſimul ſumptis, quorũ ſcilicet baſes his conicis fuerunt æquales, cumq; conorũ H, M, N, ſit vna celſitudo, erit *per antepremiſſam*, conus H æqualis conis M, N, ſimul ſumptis. Itaq; de cono H, & ſolido A G B inuicẽ equalibus, auferatur conus M, & ſolidũ A Z B inuicẽ æqualia: & ſupereſtũt conus N, & ſolidũ deſcriptũ à triangulo B G Z inuicẽ æqualia, quod eſt propoſitũ.

Supereſt tertia propoſitionis pars: circumducatur vt prius trigonum B G Z circum axem A B, ſitque G Z latus ipſi A B parallelum, & conus H habeat baſim æqualẽ cylindricæ ſuperficiei, quam deſcribit linea G Z, celſitudinem vero æqualem perpendiculari B D ab angulo B ad latus G Z. Aio quod conus H æqualis eſt ſolido, quod deſcribitur à triangulo B Z G circumducto: Compleatur enim rectangulum A Z G X, quod in reuolutione deſcribet cylindrum, cuius axis A X, & baſium ſemidiametri A Z, G X. Vnde & B D circulum deſcribet, qui terminus erit cylindrorũ A D, D X; quin etiam triangula A B Z, B G X deſcribent conos, quorum baſes, quæ & cylindri, & quorum vertex B. Sit itaque conus K baſim quidem habens æqualem baſi cylindri A G, celſitudinem vero duplam ipſius A X; eritq; *per* 11. 12. conus K, duplus coni habentis baſim eandem, & axem A X: Sed hic conus *per premiſſam*, æqualis eſt conis A Z B, B G X ſimul ſumptis: Ergo conus K duplus eſt ad conos A Z B, B G X ſimul ſumptos; ſed eorumdem conorũ A Z B, B G X ſimul ſumptorum duplũ eſt ſolidum à triangulo B G Z deſcriptum: Quando *per* 9. 12. totus cylindrus A G triplus eſt eorundem conorum. Itaque æqualis eſt conus K ſolido per triangulum B G Z deſcripto.



At cum cylindrica ſuperficies, quam deſcribit linea G Z, & ideo baſis coni H ei æqualis ad baſim cylindri A G, & ideo ad baſim coni K. ſit *per* 5. *huius*, ſicut axis A X ad dimidium ſemidiametri G X: & ideo ſicut celſitudo coni K, quæ dupla eſt axis A X ad ſemidiametrum G X, quæ dupla eſt ſui dimidij, & ideo ad B D celſitudinem conni H. propterea *per* 12. 12. æqualis eſt conus H cono K, & ideo ſolido per triangulum B G Z deſcripto: Quod eſt propoſitum.



Hoc autẽ cũ perpendicularis D B cadit inter puncta G, Z; quod ſi perpendicularis à pũcto B ad G Z ſit altera ipſarum B Z, B G demonſtratio adhuc erit eadem, ſed intra cylindrum A G vnus deſcribetur conus non duo. Si verò perpẽdicularis D B cadat extra pũcta G, Z ſic

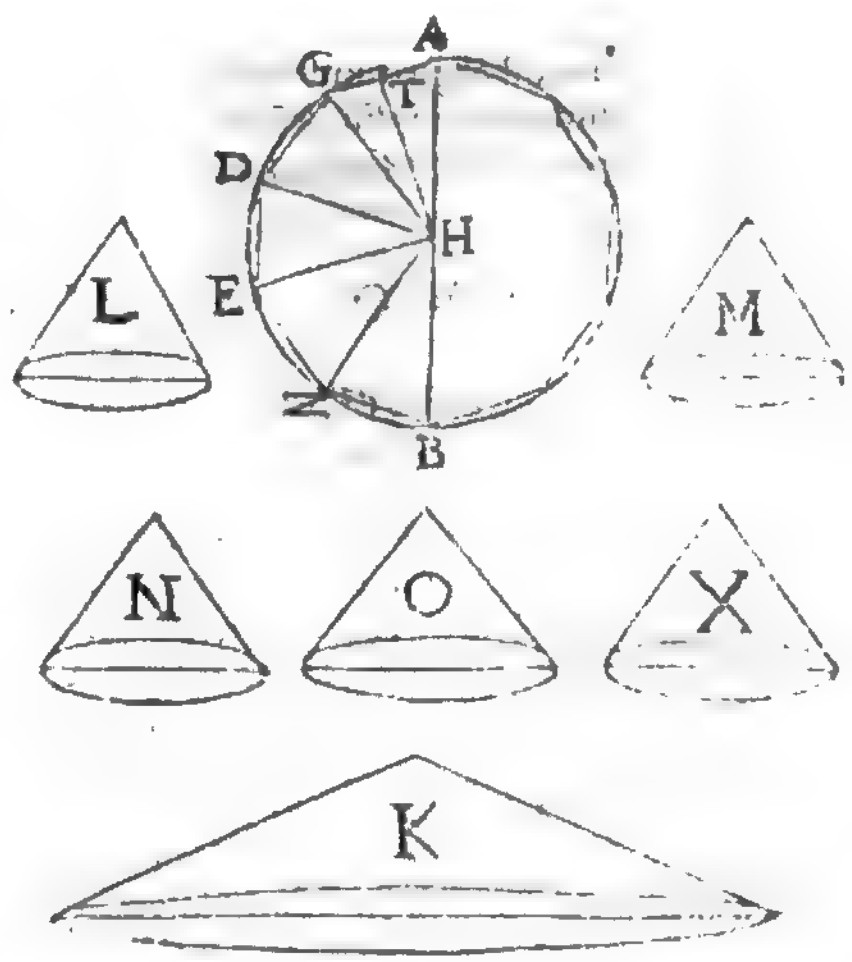
ſic

ſic oſtendam hanc propoſitionis partẽ, producta Z D ad libitum, ad ſignum O connectatur B O; Sitq; M conus baſim habens æquã cylindricæ ſuperficiei, quã deſcribit linea O G, celſitudo verò B D: itẽ conus N baſim habẽs æqualẽ cylindricæ ſuperficiei, quã deſcribit linea O Z, & celſitudinem B D; Eritq; ſicut dudum fuit demonſtratũ; conus M æqualis ſolido deſcripto per triangulum O B G: Conus autem N æqualis ſolido deſcripto per triangulum O B Z: & quoniam cylindrica ſuperficies, quam deſcribit linea O G æqualis eſt cylindricis ſuperficiebus ſimul ſumptis, quas deſcribunt lineæ O Z, Z G. Ideo baſis coni M æqualis eſt baſibus conorum N, H, ſimul ſumptis, quorum cum ſit vna celſitudo erit *per antepræmiſſam*. Conus M æqualis conis N, H ſimul ſumptis. Itaque de cono M conus N, & de ſolido per triangulum O B G deſcripto, ſolidum per triangulum O B Z deſcriptum, ab æqualibus ſcilicet æqualia, ſubtrahantur, & relinquitur conus H æqualis ſolido per triangulum B Z G deſcripto: Quod eſt propoſitum. Concluditur ergo quod ſolidum à triangulo lateraliter, vel angulariter axi in eodem plano exiſtenti applicato, & circa eumdem axem perfecta reuolutione circumducto deſcriptum, æquale eſt ei cono, cuius baſis æqualis eſt conicæ ſuperficiei, vel cylindricæ deſcriptæ à latere trianguli, quod opponitur angulo applicato ad axem, celſitudo verò æqualis perpendiculari, quæ à dicto angulo ad dictum latus egreditur vbicumque occurrat. Et hæc eſt tota propoſiti ſumma, quæ ſequentibus inſeruit demonſtrationibus.

PROPOSITIO XXIV.

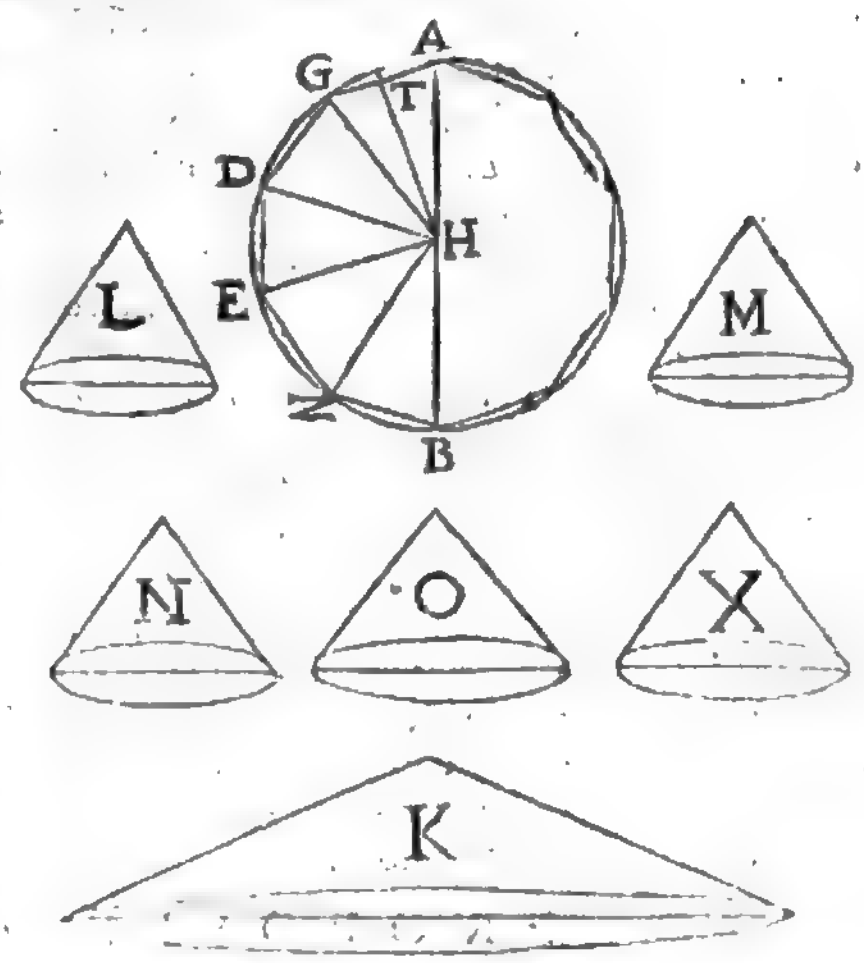
Solidum à dimidio polygonij æquilateri circulo inſcripti ſũper diametrum ſtantem perfecta reuolutione circumducto deſcriptum, æquale eſt ei cono, cuius baſis æqualis eſt vniuerſæ ſolidi ſuperficiei, axis verò perpendiculari, quæ à circuli centro ad quodlibet polygonij latus egreditur.

IN circulo A B, cuius diameter A B inſcriptum ſit polygonũ æquilaterum, vt puta decagonũ A B, à cuius dimidio A G D E Z B ſuper axem A B ſemel reuoluto deſcribatur ſolidum A B conicarum ſuperficierum: ad vnum autem laterum polygonij, quod ſit A G, ducatur à centro ſphæræ H perpendicularis H T; ſitque conus K, cuius baſis ſit æqualis ſuperficiei totę ſolidi A B, celſitudo verò æqualis perpendiculari H T. Aio quod æqualis eſt conus K ſolido A B. Connectantur enim anguli G, D, E, Z, cum centro H, & conſtituantur coni ſub celſitudine H T: Videlicet conus L baſim habens æquã conicæ ſuperficiei, quam deſcribit linea A G, conus M ei, quam deſcribit linea B Z, conus N ei,



quam

quam deſcribit linea G D, conus X ei, quam deſcribit linea Z E, conus O ei, quam deſcribit linea D E, quæ cylindrica eſt. Vnde conorum L, M, N, X, O, baſes ſimul ſumptæ æquales erunt vniuerſæ ſuperficiei ſolidi A B, & ideo æquales erunt baſi coni K: Quare *per* 21. *huius*, omnes hi coni L, M, N, X, O, ſimul æquales erunt cono K. *Per primam autem partem præcedentis*, ſolidũ, quod per triangulum H A G circumductum deſcribitur, æquum eſt cono L: Quod autem per triangulum H B Z æquum eſt cono M. Item quod per triangulũ H G D æquum eſt, *per ſecundam partem præcedentis*, cono N; quodq; per triangulum H Z E æquum eſt cono X. Quod tandem per triangulum H D E æquum eſt, *per tertiam partem præcedentis*, cono O. Itaque ſolidum A B, quod à toto ſemipolygonio A D B deſcribitur æquum eſt aggregato conorum L, M, N, X, O, fuit autem hoc aggregatum cono K æquale: Ergo & A B ſolidum cono K æquale erit: Et hoc fuerat demonſtrandum.



COROLLARIVM.

MAnifeſtum eſt ergo quod ſolidum A B æquum eſt cylindro, cuius baſis eſt æqualis ſuperficiei ipſius ſolidi A B, axis vero æqualis tertiæ parti perpendicularis H T, namque talis cylindrus *per* 11. & 9. 12. æqualis eſt cono K, & ideo ſolido A B &c.

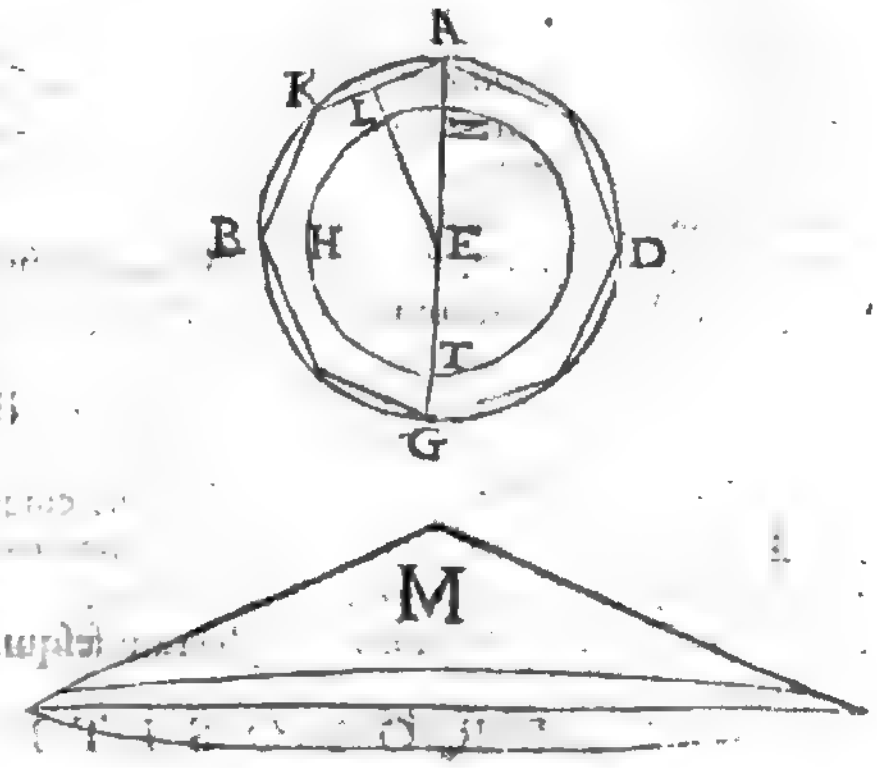
PROPOSITIO XXV.

Sphæra æqualis eſt cono, cuius baſis ſphæricæ ſuperficiei, celſitudo verò ſphæræ ſemidiametro æqualis eſt.

SIt circulus A B G D, cuius centrum E, diameter A G, & circumacto ſemel ſemicirculo A B G ſuper immotam diametron A G deſcribatur ſphæra A B G, ſitque conus M, cuius baſis ſphæræ A B G ſuperficiei, celſitudo autem ſemidiametro A E ſit æqualis. Aio quod æqualis eſt conus M ſphæræ A B G: Nam ſi conus M nõ ſit æqualis ſphæræ A B G erit æqualis ſphæræ alteri alicui maiori, vèl minori, quam eſt ipſa ſphæra A B G. Sit ergo primum, ſi poſſibile eſt, conus M æqualis ſphæræ Z H T minori quam eſt ſphæra A B G, & cum ea concentricæ, cuius diameter Z T, & quam circa diametrum Z T reuolutus deſcribit ſemicirculus Z H T, & *per* 13. 12. inſcribatur circulo A B G polygonium æqualium laterum minimè tangentium circulum Z T, quod ſit A B G D, cuius laterum vnum ſit A K ad quod à centro perpendicularis exeat E L, & polygonij dimidio ſemel circa diametrum A G circumacto deſcribatur ſolidum co-

nicarum

nicarum ſuperficierum minimè tangentium ſphæram ZHT, eritq; *per precedentem*, ſolidum ABG æquum cono, cuius baſis æqualis eſt ſuperficiei ſolidi ABG, celſitudo vero perpendiculari EL, huiuſmodi itaque cono maior eſt conus M, quandoquidem, & baſi, & celſitudine ſuperior eſt, quoniam ſcilicet ſphæræ ABG ſuperficies maior eſt ſolidi ABG incluſi ſuperficie, & linea AE maior, quam perpendicularis EL: Et ideo ſphæra ZHT ipſi cono M æqualis maior erit ſolido ABG: pars toto, quod eſt impoſſibile. Vel ſic, quoniam conus M maior fuit cono dicto æquali ipſi ſolido ABG, & ideo maior ipſo ſolido ABG; & ſolidum ABG maius ſphæra ZHT: propterea conus M maior erit ſphæra ZHT, non eſt ergo ei æqualis ſicut ſuppone-batur. Sit deinde, ſi poſſibile eſt, conus M æqualis ſphæræ maiori, quam eſt ſphæra ABG: Sed breuitatis cauſa, ſit ſuppoſita ipſa ZHT, & conus M baſim habeat æqualem ſuperficiei ſphæræ ZHT, celſitudinem verò æqualem ſemidiametro EZ. Aio quod conus M non erit æqualis ſphęrę alicui maiori, quam eſt ſphęra ZHT. Nam ſi poſſibile eſt, ſit æqualis ſphęrę ABG maiori, quam eſt ſphæra ZHT, & cum ea concentrica, deſcribatur intra ſphæram ABG ſolidum ABG vt prius, cuius ſuperficies non tangat ſphæram ZHT &c. Eritq; *per precedentem* ſolidum ABG æquum cono, cuius baſis æqualis eſt ſuperficiei ſolidi ABG, & celſitudo perpendiculari EL: Talis ergo conus maior cono M, quem & baſi, & celſitudine ſuperat: quare ſolidum ABG maius cono M. ſed conus M, per hypotheſim, æqualis fuit ſphęrę ABG: Ergo ſolidum ABG maius quam ſphęra ABG: pars toto, quod eſt impoſſibile: Non eſt ergo conus M æqualis alicui ſphęrę maiori quam eſt ſphęra ZHT. Similiter ſi conus M baſim ſuperficiei ſphæræ ABG, & celſitudinem æquam ſemidiametro EA non erit æqualis ſphæræ cuiquã maiori, quam eſt ſphæra ABG; fuitque oſtenſum, quod nec minori: Supereſt ergo vt æqualis omnino ſit Conus M ſphæræ ABG: quod erat demonſtrandum.



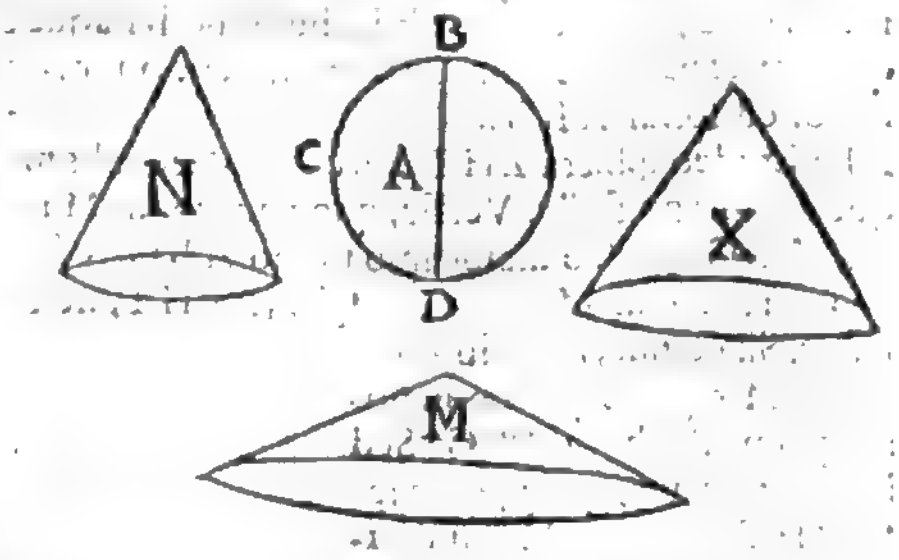
Manifeſtum eſt ergo, quod ſphæra æqualis eſt cono, cuius baſis ſemidiameter æqualis eſt diametro ſphæræ, axis vero ſemidiametro ſphæræ. Patet: nam *per corollariũ* 10. circulus, cuius ſemidiameter æqualis diametro ſphæræ, eſt æqualis ſuperficiei ſphæræ.

PROPOSITIO XXVI.

Sphæra dupla eſt coni, cuius baſis circulo ſphæræ maximo, celſitudo verò ſphæræ diametro fuerit æqualis.

SIt ſphæra A, cuius circulus maximus BCD, conus autem N baſim habeat æqualẽ circulo BCD, celſitudinẽ vero æquã diametro ſphęrę BD. Aio quod ſphæra A dupla eſt coni N: ponatur enim conus M baſim habens æqualem ſuperficiei ſphæræ A, & celſitudinẽ æqualem ſemidiametro ſphæræ AD; erit q; *per precedentem* conus M æqualis ſphæræ A. Ponatur item conus X baſim habens duplã circuli BCD, & celſitudinem

dinem æqualem diametro ſphæræ B D. Itaq; baſis coni M æqualis ſuperficiei ſphæræ A *per* 11. eſt quadrupla ad circuli B C D, & baſis coni X; dupla circuli B C D. Igitur baſis coni M dupla ad baſim coni X; celſitudo autẽ coni X dupla ad celſitudinem coni M. Quare coniorum M, X reciprocæ ſunt baſes ſaſtigijs; & ideo *per* 12. 12. æquales ſunt coni: ſed conus M æqualis ſphæræ A; ergo & conus X æqualis ſphæræ A. Verum conus X duplus eſt coni N, eſt enim eiuſdem celſitudinis, & habet baſim duplam: nam baſis coni X dupla ad circulum B C D, & baſis coni N æqualis circulo eidem: Igitur ſphæra A dupla eſt coni N. Quod eſt propoſitum.



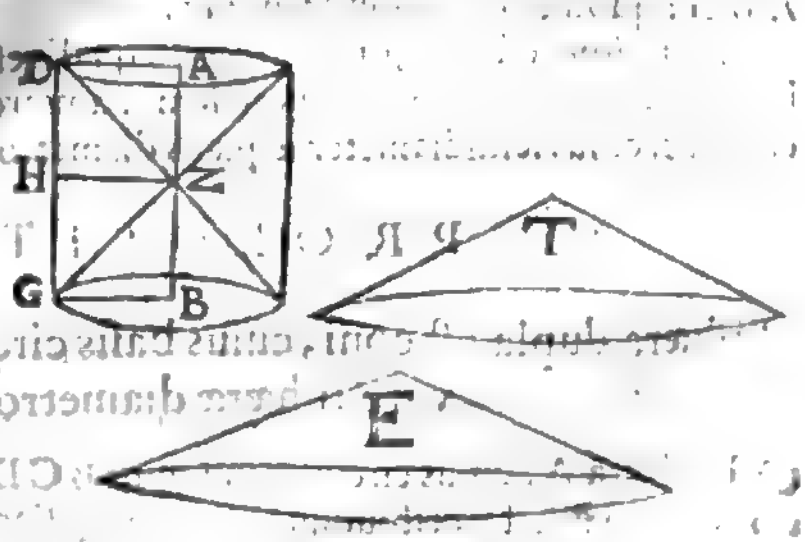
COROLLARIVM.

MAniſeſtum eſt ergo, quod cylindrus cuius baſis æqualis eſt circulo ſphæræ maximo, celſitudo autem æqualis diametro ſphæræ, eſt ad ſphæram ſeſquialter: Namque cylindrus *per* 9. 12. triplus eſt ſui coni, cuius ſphæra dupla eſt, vt fuit oſtenſum. Vnde fiet cylindrus ad ſphæram ſeſquialter.

PROPOSITIO XXVII.

Si fuerit axis cylindri æqualis diametro baſis, coni autem baſis æqualis vniuerſæ ſuperficiei cylindri, celſitudo vero æqualis ſemidiametro cylindricæ baſis, æqualis erit cylindrus cono.

REctanguli A B G D latus A B duplum ſit lateris B G, & circumducto rectangulo ſemel manente latere A B, deſcribatur cylindrus A G. Itaque cum B G, quæ ſemidiameter eſt baſis, ſit dimidium axis A B; erit tota diameter æqualis axi. Item ſit conus E, cuius baſis ſit æqualis vniuerſæ cylindri A G ſuperficiei, hoc eſt aggregato ex curua ſuperficie, quam deſcribit linea G D, & ex baſibus, quas deſcribunt lineæ A D, B G celſitudo verò ſemidiametro A D. Aio quod cylindrus A G, & conus E ſunt æquales; ſecetur enim axis A B bifariam apud Z, & connectantur D Z, Z G quo net, vt in circumductu rectanguli A G ipſa triãgula Z D A, Z G B deſcribãt conos, quorum baſes, quæ & cylindri, & quarum vertex punctum Z. Cadat autem perpendicularis à puncto Z ad D G, quæ ſit Z H, ſitque conus T, cuius baſis ſit æqualis cylindricæ ſuperficiei, quam deſcribit linea



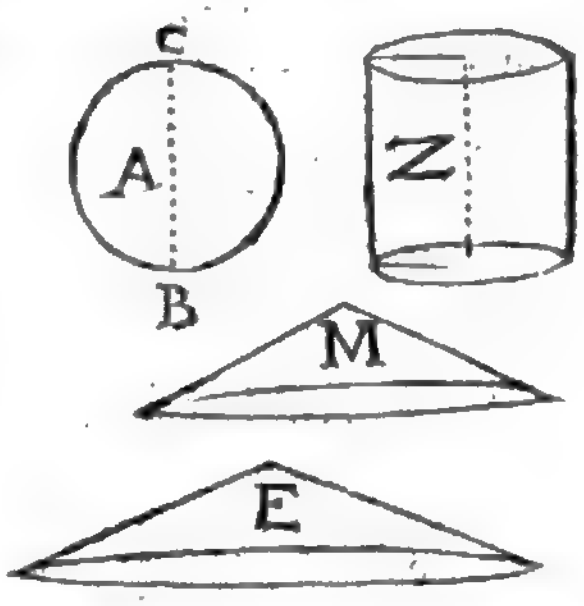
Digitized by Google

linea G D, celſitudo verò æqualis perpendiculari Z H, & ideo ſemidiametro A D, quæ celſitudo eſt coni E; eritque *per tertiam partem* 23. *præcedentis*, conus T æqualis ſolido deſcripto per triangulum D Z G. Quamobrem conus T cum conis deſcriptis per triãgula Z D A, Z G B, ſimul æqualis erit toti cylindro A G; baſis quoq; coni T cũ baſibus cylindri æqualis erit vniuerſæ ſuperficiei cylindri, & ideo baſis coni T cum baſibus conorum A D Z, B G Z, quæ ſunt baſes cylindri, ſimul æquales erunt baſi coni E, quæ fuit æqualis vniuerſæ ſuperficiei cylindri; eſtque horum quatuor conorum celſitudo vna, quoniam lineæ A D, A Z, Z B, Z H, quæ fuerunt conorum celſitudines ſunt æquales. Igitur *per* 21. *præditam*, conus E æqualis eſt aggregato conorum T, A D Z, B G Z; fuit autem hoc aggregatum æquale cylindro A G: ergo cylindrus A G æqualis erit cono E, quod eſt propoſitum.

PROPOSITIO XXVIII.

Cylindrus, cuius tam axis, quam baſis diameter æqualis eſt ſphæræ, diametro ſeſquialter eſt ad ſphæram.

QVamuis hæc proppſitio demonſtrata ſit in præmiſſa 26. vt ipſius corollarium, placuit tamen hic eam aliter demonſtrare. Eſto ſphæra quidem A cylindrus Z, ſitq; tam axis Z cylindri, quã diameter æqualis ſphæræ A diametro C B. Aio quod cylindrus Z ſeſquialter eſt ad ſphærã A. Sit enim conus M baſim habens æqualem ſuperficiei ſphæræ A, & celſitudinem æqualẽ ſemidiametro ſphæræ A B: eritq; *per* 25. *præmiſſam* conus M æqualis ſphæræ A: Item ſit conus E baſim habens æqualem vniuerſæ ſuperficiei cylindri Z, & celſitudinem æqualem ſemidiametro baſis cylindri: Eritque *per præcedentem*. conus E æqualis cylindro Z (cum ſemidiameter ſphęræ A, & cylindricæ baſis, quæ ſuot celſitudines conorum, M, E, ſint æquales per hypotheſim;) atque cylindri Z tota ſuperficies, quæ baſis eſt coni E, ſeſquialtera ſit, *per corollarium* 11. ſuperficiei ſphæræ A, quæ baſis eſt coni M: & Coni eiuſdem altitudinis *per* 11, 12. ſint ad inuicem ſicut baſes: Iam & conus E ſeſquialter erit ad conum M: Verum conus M ſphæræ A, conuſque E cylindro Z fuit æqualis: Ergo & cylindrus Z ſeſquialter erit ad ſphæram A: quod fuit propoſitum.



COROLLARIVM.

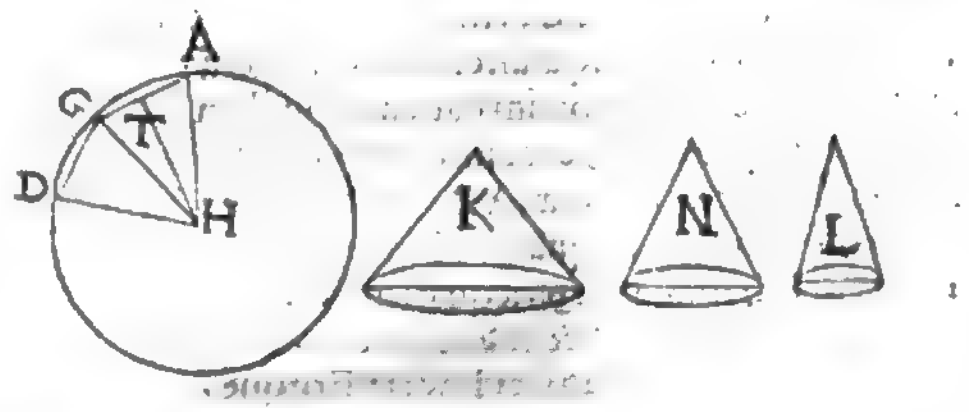
RVrſum ergo hinc patet, quod ſphæra dupla eſt ad conum, cuius tam axis, quam baſis diameter æqualis eſt ſphæricæ diametro: Nam cum cylindrus huiuſmodi ſit *per præmiſſam* ad ſphæram ſeſquialter ad conum verò, *per* 9. 12. triplus, erit ſphæra ad conum dupla. Itaque ſphæra ſic ſe habet ad cylindrum, & reliqua tornatilia: Nunc ad ſegmentorum ſolidicates tranſibimus.

Digitized by Google

PROPOSITIO XXIX.

Si circuli arcus quiſpiam in portiones ſecetur æquales, quibus chordæ ſubtendantur,& arcus extrema,cũ centro circuli connectantur: rectilineum autem ſub chordis, & ſemidiametris comprehenſum, altera ſemidiametrorum ſtante, ſemel circumducatur: deſcriptum ſolidum æquum eſt ei cono, cuius baſis æqualis eſt conicis ſuperficiebus per chordas deſcriptis, celſitudo vero æqualis perpendiculari, quę à centro circuli ad quamlibet chordarum egreditur.

IN circulo A D, cuius centrum H, arcus A D ſecetur in quotuis partes æquales,vt puta dũas A G, G D, quibus ſubtendantur chordæ A G, G D, & ductis ſemidiametris A H, D H circumducatur rectilineum A D ſtante ſemidiametro A H,vt deſcribatur ſolidum A D, Sitque conus K, cuius baſis ſit æqualis conicis ſuperficiebus deſcriptis per chordas A G, G D, celſitudo autem æqualis perpendiculari H T ad latus A G. Aio quod æqualis eſt conus K ſolido A D; Connectatur enim G H,& conſtituantur ſub celſitudine H T duo coni ſcilicet conus L baſim habens æquã conicæ ſuperficiei, quam deſcribit linea A G: Et conus N baſim habens æquã conicæ ſuperficiei, quam deſcribit linea G D: Vndę conorum L, N, baſes ſimul æquales erunt baſi coni *K*, quæ fuit dictis conicis ſuperficiebus æqualis: Quare *per 21. huius*, coni L, N, ſimul æquales erunt cono K: ſed *per 23.* ſolidum à triangulo H A G deſcriptum æquum eſt cono L, quodque per triangulum G H D deſcribitur æquum eſt cono N. Ergo ſolidum A D,quod à toto rectilineo A D, deſcribitur, æquum eſt aggregato conorum L, N. Fuit autem hoc aggregatum cono K æquale: Igitur & A D ſolidum cono K erit æquale; Quod demonſtrandum proponitur.



Hoc idem oſtendemus quotcunque fuerint chordæ factis tot conis quot fuerint triangula, qui ſinguli ſunt ſingulis ſolidis per triangula deſcriptis æquales, adhibitis ſemper 21. & 23. huius, eſtque ſimilis demonſtratio 24. huius.

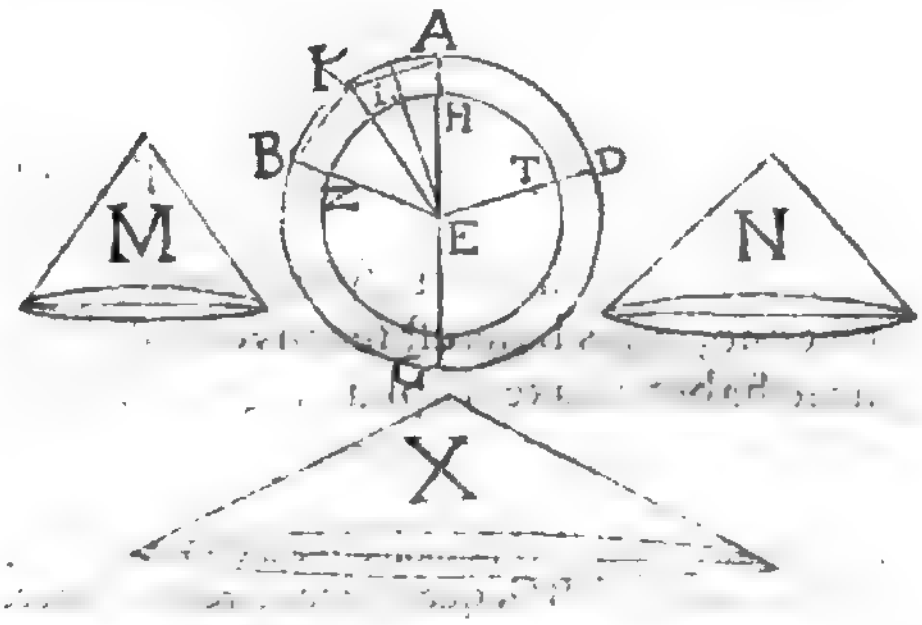
PROPOSITIO XXX.

Si conica ſuperficies verticem in centro ſphæræ habẽs ſphæram in dũos ſectores diſterminet vterlibet ſectorum æqualis eſt cono, cuius baſis æqualis eſt baſi ſphæricæ ipſius ſectoris, celſitudo autem æqualis ſemidiametro ſphæræ.

DE circulo A B G D, cuius centrũ E,& diameter A G ſumatur arcus A B,& ducatur ſemidiameter E B circumducto autem ſem circulo A B G, ſtante diametro

A G

deſcribetur ſphæra, & in eodem ambitu ſector circuli A B E deſcribet ſolidum ſphæræ ſectorem A B E D, ponatur conus M, cuius baſis æqua ſit baſi ſphæricæ ſectoris A B D, quam ſcilicet deſcribit arcus A B, celſitudo verò æqualis ſit ſemidiametro A E: Aio, quod æqualis eſt conus M ſpherico ſectori A B D; nam ſecus erit æqualis alicui ſectori maiori, vel minori: ſit ergo primum æqualis conus M ſectori ſphærico Z H T minori, quam eſt ſector A B D, & cum eo concentrico, quem deſcribat arcus Z H ipſis lineis A E, E B terminatus. & ſecetur arcus A B iterum, atque iterum, donec *per* 13. 12. arcuum chordæ non contingant peripheriam Z H T; ſitque vna chordarum A K, & ad eum perpendicularis E L, & circumacto rectilineo A K B E circa axem A E, deſcribatur ſolidum A B D, quod *per præcedentem*, æquale erit cono, cuius baſis æqualis eſt conicis ſuperficiebus per chordas A K, K B deſcriptis, celſitudo verò perpendiculari E L: Hoc itaque cono maior eſt conus M, qui & baſi, & celſitudine maior eſt; ſed conus M æqualis fuit ſphærico ſectori Z T: ergo ſphæricus Z T maior eſt ſolido A B D: pars toto, quod eſt impoſſibile. Vel ſic conus M maior eſt ſolido A B D, quandoquidem maior eſt cono qui ſolido æqualis: ergo, & maior ſectore ſphærico Z T: non eſt ergo ei æqualis, ſicut ſuppone-batur. Sit deinde conus M æqualis ſectori ſphærico maiori, quã eſt ſector A B D; ſed breuitatis cauſa ſuppoſitus ſector ſit ſector ſphæricus Z H T E, & conus M habeat baſim æquam ſphæricæ baſi ſectoris Z T, quã ſcilicet deſcribit arcus Z H, & celſitudinem æqualẽ ſemidiametro E H. Aio, quod conus M non erit æqualis alicui ſectori ſphærico maiori, quam eſt ſector Z T; ſit enim, ſi poſſibile eſt, æqualis ſectori B D concentrico cum ſectore Z T, & ipſo maiori, quem deſcribit ſector circuli A B E, & inſcribantur arcui A B chordæ vt prius non tangentes circulum Z H, & circumducto rectilineo A B E, formetur ſolidũ B D: &c. quod *per præcedentem*, æquale erit cono, cuius baſis æqualis eſt conicis ſuperficiebus per chordas A K, K B deſcriptis, celſitudo vero perpendiculari E L: Hic ergo conus maior erit cono M, quem & baſi, & celſitudine ſuperat: ſed conus M æqualis fuit per hypotheſim ſectori B D: igitur, & ſolidum B D maius eſt ſectore B D: pars toto, quod eſt impoſſibile: Non eſt ergo conus M æqualis alicui ſectori ſphærico maiori, quam eſt ſector Z T. Similiter ſi conus M ſupponatur habere baſim æquam ſphæricæ baſi ſectoris B D, & celſitudinem æquam ſemidiametro A E: non erit conus M æqualis alicui ſectori maiori, quam eſt ſector B D: ſed nec minori, vt fuit oſtenſum: Supereſt ergo vt æqualis ſit omnino conus M ſectori ſphærico A B E D; quod eſt propoſitum. Et quoniam ſphæra A B G diſſecatur in duos ſectores, quos diſterminat conica ſuperficies deſcripta per lineam E B: poterimus hoc idem oſtendere de ſphærico ſectore B G D deſcripto per circuli ſectorem E B G. Sit ergo conus N, cuius baſis æqualis ſit ſphæricæ baſi ſectoris B G D, quam deſcribit arcus B G, & ſimiliter oſtendemus, quod æqualis erit conus N ſectori ſphærico B G D. Vel hac via: ſit conus X habens baſim æquam ſuperficiei toti ſphæræ A B G, & celſitudinem æquam ſemidiametro A E: eritque *per* 25. æqualis conus X



ſphæræ A B G: & baſis coni X æqualis baſibus conorum M, N, ſimul ſumptis. Quapropter *per* 21. & conus X conis M, N, ſimul ſumptis æqualis erit: Igitur & coni M, N, ſimul ſumpti erunt æquales ſphæræ A B G: itaque de ſphæra A B G ſector ſphæricus A B D, & de aggregato conorum M, N, conus M auferatur, æqualia ab æqualibus, & ſupererunt ſector ſphæricus B G D, & conus N æquales: quod eſt propoſitum.

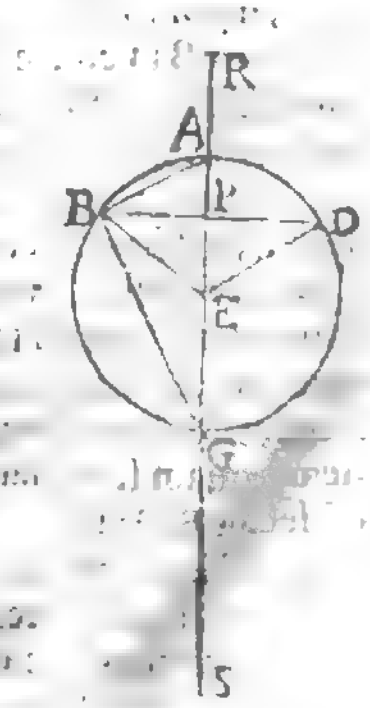
COROLLARIVM.

MAnifeſtum eſt ergo, quod ſector ſphæricus æqualis eſt cono, cuius baſis ſemidiameter eſt æqualis lineæ, quæ à vertice ſphærici ſegmenti ad peripheriam baſis, celſitudo autem æqualis ſemidiametro ſphæræ: nam *per corollarium* 16. circulus, cuius ſemidiameter eſt linea, quæ à vertice ſegmenti ſphærici ad peripheriam baſis æqualis eſt baſi ſphæricæ ipſius ſectoris. Quare conus, cuius baſis æqualis circulo, cuius diameter eſt linea, quæ à vertice ſegmenti ſphærici ad peripheriam baſis, celſitudo autem æqualis ſemidiametro ſphæra; Iam æqualis erit cono, cuius baſis æqualis eſt baſi ſphæricæ ſectoris, celſitudo autem ſemidiametro ſphæræ; ſed hic conus æqualis fuit ſphærico ſectori: Ergo, & ille conus, cuius baſis eſt circulus habens ſemidiametrum æqualem lineæ, quæ à vertice ſegmenti ſphærici ad peripheriam baſis, & celſitudinem æqualem ſemidiametro ſphæræ, æqualis erit ſphærico ſectori, ſicut infert corollarium.

PROPOSITIO XXXI.

Si circulus ſphæram ſecet, ſphæricorum ſegmentorum vtrumlibet æquũ eſt cono, cuius baſis eſt ſecans circulus, celſitudo verò ea recta, quæ ſic ſe habet ad axem ipſius ſegmenti, ſicut aggregatum ex ſemidiametro ſphæræ, & ex axe reliqui ſegmenti ad eundem axem.

ESto ſphæra A B G D, quam circa axem A G manentem reuolutus ſemel deſcribit ſemicirculus A B G, quæ ſecetur circulo, cui recta ſit diameter A G, & cuius diameter ſit B D ſecans A G apud P. Sintque ſegmenta A B D, B G D, quorum axes A P, P G. ſitq; ſicut aggregatum ex E A, P G, ad ipſam P G, ſic R P ad A P: Aio quod conus, cuius baſis ſemidiameter B P, & celſitudo R P æqualis eſt ſphærico ſegmento A B D. Item ſit ſicut aggregatum ex E G, P A ad ipſam P A, ſic S P ad G P. Aio quod conus cuius baſis ſemidiameter B P, & celſitudo S P æqualis eſt ſphærico ſegmento B G D. Primum ſic oſtendo; Cum E A, P G ſimul ad P G ſit ſicut R P ad A P erit diſiunctim ut E A ad P G, ſic R A ad A P, & conuerſim, ſicut P G ad E A, ſic A P ad R A, & permutatim, ſicut P G ad A P, ſic E A ad R A; & conuerſim ſicut A P, ad P G, ſic R A ad A E; & coniunctim ſicut A G ad G P, ſic R E ad E A; ſed A G ad G P ratio dupla eſt eius, quæ A G ad G B *per* 8. *ſex.* A G autem ad G B ſicut A B ad B P, propter ſimilitudinem triangulorũ A G B, A B P: ergo ratio A G ad G P dupla eſt eius, quæ A B ad B P; fuit autem ſicut A G ad G P ſic R E ad E A. Igitur ratio R E ad E A dupla eſt eius, quæ A B ad B P ſed circulus, cuius ſemidiameter A B ad circulum, cuius ſemidiameter B P duplam habet rationem eius, quam A B ad B P, (quandoquidem circuli ad inuicem ſunt

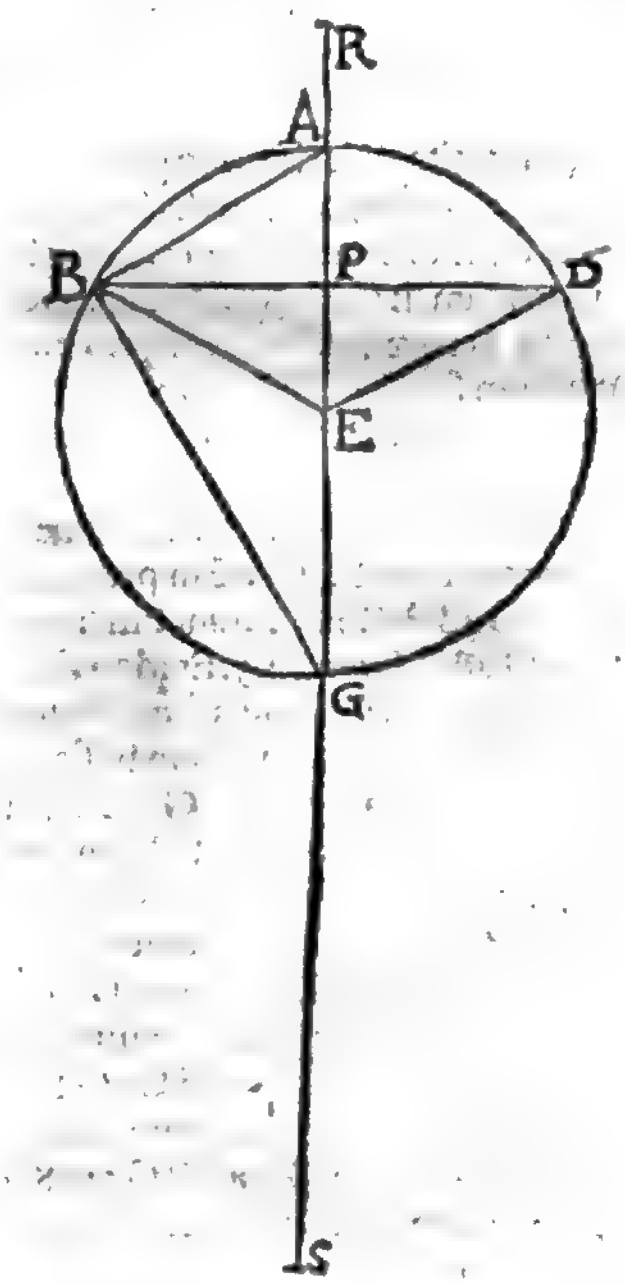


per

Digitized by Google

per 2. 12. ſicut quadrata diametrorum, vel ſemidiametrorum.) Itaq; R E ad E A erit ſicut circulus, cuius ſemidiameter A B ad circulum, cuius ſemidiameter B P. Quamobrem duo coni, quorum vnius quidem baſis ſemidiameter A B, & celſitudo E A, alterius autem baſis ſemidiameter B P, & celſitudo R E ſunt *per* 12. 12. æquales inuicem, quando celſitudines ſunt baſibus reciprocæ: ſed conus, cuius baſis ſemidiameter B P, & celſitudo R E *per* 22. *huius*, æqualis eſt deobus conis, quorum baſis ſemidiameter B P, & celſitudines R P, P E: conus autem, cuius baſis ex centro A B, & celſitudo A E, *per corollarium præmiſſæ*, æqualis eſt ſectori ſphærico A B E D. Igitur duo coni, quorum baſis ſemidiameter B P, & celſitudines R P, P E ſimul ſumpti ſunt æquales ſectori ſphæricò A B E D, quod eſt aggregatum ex ſegmento ſphærico A B D, & ex cono, cuius baſis ſemidiameter B P, & celſitudo P E: Auferatur ergo communis conus, cuius baſis ſemidiameter B P, & celſitudo P E, & ſupererit conus, cuius baſis ſemidiameter B P, & celſitudo R P æqualis ſphærico ſegmento A B D: quod erat primum ex demonſtrandis: Reliquum ſic oſtemdo.

Cum E G, P A ſimul ad P A ſit ſicut S P ad G P erit diſiunctim, ſicut E G ad P A, ſic S G ad P G; & conuerſim, ſicut P A ad E G, ſic G P ad S G, & permutatim, ſicut A P ad P G, ſic E G ad G S, & conuerſim, ſicut G P ad P A, ſic S G ad G E, & coniunctim, ſicut G A ad A P, ſic S E ad E G; Sed *per* 8. *ſex.* ratio G A ad A P dupla eſt eius, quæ G A ad A B, eſtque ſicut G A ad A B, ſic G B ad B P propter ſimilitudinem triangulorum G A B, G B P: Igitur ratio G A ad A P dupla eſt eius, quæ G B ad B P, fuit autem ſicut G A ad A P ſic S E ad E G, quare, & ratio S E ad E G dupla eius eſt, quæ G B ad B P: ſed circulus cuius ſemidiameter G B ad circulum, cuius ſemidiameter B P duplam habet rationem eius, quam G B ad B P, *ex* 2. 12. Itaque S E ad E G erit ſicut circulus, cuius ſemidiameter G B ad circulum, cuius ſemidiameter B P: Quamobrem duo coni, quorum vnius quidem baſis ſemidiameter G B, celſitudo autem E G, alterius autem baſis ſemidiameter B P, celſitudo autem S E, ſunt *per* 12. 12. inuicem æquales, (quandoquidem celſitudines ſunt baſibus mutuæ;) *per præcedentis autem corollarium*, conus, cuius baſis ſemidiameter B G, celſitudo autem E G æqualis eſt ſectori ſphærico B G D E: Igitur ſector ſphæricus B G D E æqualis eſt cono, cuius baſis, quidem ſemidiameter B P celſitudo autem S E: Apponatur vtrobiq; conus, cuius baſis ſemidiameter B P, & celſitudo P E eritq; ſegmentum ſphæricum B G D aggregatum ſcilicet ex ſectore B G D E, & dicto cono, æquale conis, quorum baſium ſemidiameter B P, & celſitudines P E, E S ſimul ſumptæ: ſed tales coni ſimul ſumpti ſunt *per* 22. æquales cono, cuius baſis ſemidiameter B P, & celſitudo P S; ergo, & conus, cuius baſis ſemidiameter B P, celſitudo autem P S æqualis eſt ſegmento ſphærico B G D: quod fuit reliquum ex demonſtrandis: Itaque vera eſt tota propoſiti ſententia.



CO-

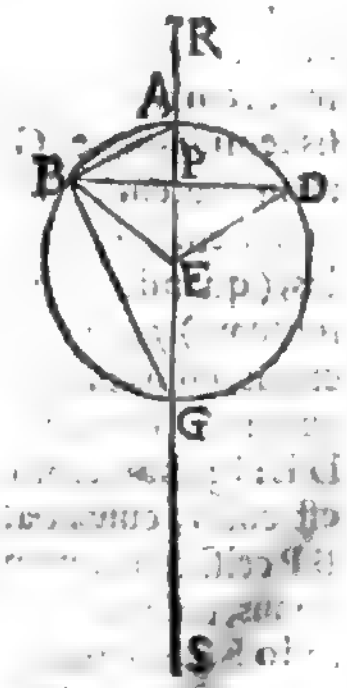
COROLLARIVM.

HInc manifeſtum eſt, quod ſphæricum ſegmentum ad conum eiuſdem baſis, ac verticis eſt ſicut linea conſtans ex ſemidiametro ſphæræ, & axe reliqui ſegmẽti ad ipſum axem. Namque vt pauçis agam, conus B R D ad conum B A D eiuſdem baſis eſt ſicut R P altitudo ad P A altitudinem, fuit autem ſphæricum ſegmentum B A D æquale cono B R D. Atque R P linea ad lineam P A, ſicut aggregatum E G P ad axem G P. Igitur ſphæricum ſegmentum B A D ad conum B A D, ſicut E G P aggregatum ad axem G P; quod eſt propoſitum. Non aliter oſtendam, quod ſegmentum ſphæræ B G D ad conum B G D erit ſicut aggregatum E A P ad axem A P ſicut infert Corollarium.

PROPOSITIO XXXII.

Si circulus ſphæram ſecet, ſphæricorum ſegmentorum vtrumlibet æquum eſt cono, cuius baſis ſemidiameter eſt æqualis ipſius ſegmenti axi, celſitudo verò æqualis aggregato ex ſemidiametro ſphęræ, & ex axe reliqui ſegmenti.

REpetita deſcriptione præcedenti: Aio quod ſegmentum ſphæricum A B D æquũ eſt cono, cuius baſis ſemidiameter æqualis eſt axi A P, celſitudo vero aggregato ex E G ſemidiametri, & G P axe reliqui ſegmenti. Item aio quod ſegmentum ſphæricum B G D æquale eſt cono, cuius baſis ſemidiameter æqualis eſt axi G P, celſitudo ũero æqualis aggregato ex A E ſemidiametro, & A P axe reliqui ſegmenti. Primum ſic oſtendo; quoniam ratio G P ad P A dupla eſt eius, quæ B P ad P A *per* 8. *ſex.* cuius, & dupla eſt *per* 2. 12. ratio circuli cuius ſemidiameter B P ad circulũ, cuius ſemidiameter P A; Ideò G P ad P A erit ſicut circulus, cuius ſemidiameter B P ad circulũ cuius ſemidiameter P A: Fuit autẽ in præmiſſa, ſicut G P ad P A, ſic E A, vel E G ad A R; & cõiunctim ſicut E G, G P ſimul ad P R totũ, ſic P G ad P A *per* 13. 5. Et ideo ſicut circulus, cuius ſemidiameter B P ad circulũ, cuius ſemidiameter P A. Quamobrẽ duo coni, quorum vnius quidem baſis ſemidiameter eſt A P, & celſitudo aggregatum ex E G, G P, alterius verò baſis ſemidiameter B P, & celſitudo P R ſunt æquales *per* 12. 12. Quandoquidem celſitudines baſibus reciprocæ. Verum *per præcedentẽ*, conus cuius baſis ſemidiameter B P, & celſitudo P R fuit æqualis ſphærico ſegmento A B D. Ergo ſphæricum ſegmentum A B D æquale eſt & cono, cuius baſis ſemidiameter A P, & celſitudo aggregatum ex E G, G P: quod eſt vnum ex demonſtrandis. Accipe reliquum. Quoniam ratio A P ad P G dupla eſt eius, quæ B P ad P G *per* 8. *ſex* cuius, & dupla eſt *per* 2. 12. ratio circuli, cuius ſemidiameter B P ad circulum, cuius ſemidiameter P G; Ideo A P ad P G erit ſicut circulus, cuius ſemidiameter B P ad circulum, cuius ſemidiameter P G: Fuit autem in præmiſſa, ſicut A P ad P G, ſic E G, vel E A ad G S: Quare *per* 13. 5. ſicut E A, A P ſimul ad P S totum, ſic A P ad P G; & ideo ſicut circulus, cuius ſemidiameter B P ad circulum, cuius ſemidiameter P G: Quamobrem duo coni, quorum vnius quidem baſis ſemidiameter eſt



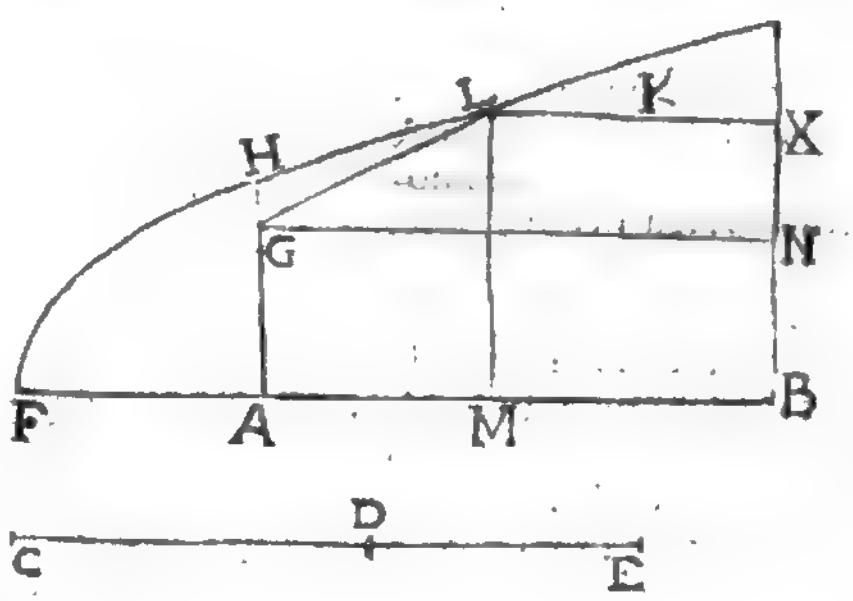
P G

PG, & celſitudo aggregatum ex AE, AP, alterius autem baſis ſemidiameter eſt BP, & celſitudo PS ſunt ad inuicem æquales, *per* 12 12. quandoquidem reciproca ſunt baſibus faſtigia. Verum ex *præcedenti*, conus cuius baſis ſemidiameter BP, & celſitudo PS æqualis eſt ſphærico ſegmento BGD: ergo ſphæricum ſegmentum BGD æquale eſt cono, cuius baſis ſemidiameter eſt PG, & celſitudo aggregatum ex AE AP: quod ſupererat demonſtrandum.

ALITER

Propoſitam ſphæram ad datam rationem ſecare.

SPhæræ propoſitæ diameter ſit AB, data ratio CD ad DE, oportet ſphæram AB ſecare, itaut ſegmentum ad ſegmentum ſit ſicut CD ad DE. Ponatur AF dimidiū ipſius AB; & ſicut eſt CE ad ED ſic ſit FA ad AG: quibus interſit media proportionalis AH; vt ſcilicet FA, AH, AG ſint cōtinuæ proportionales; & circa axē FB deſcribatur parabola FHLK; Itemq; circum non coincidentes FB, XB per punctum G incedat hyperbola GL ſecans parabolen apud L punctum; & compleatur parallelogrāmum LMBX, itemque parallelogrammum AGNB; eruntque *per* 12. 2. *conicorum elementorum*, parallelogramma LB, BG prædicta inter ſe æqualia. Quare *per* 15. *ſex Euclidis*, erit ſicut AB ad BM, ſic LM ad GA. Itaque cum ratio quadrati LM ad quadratum GA, & ideo ratio quadrati AB ad quadratum BM componatur ex rationibus quadrati LM ad quadratum HA, atque quadrati HA ad quadratum AG; & cum ratio FM ad AG componatur ex rationibus MF ad FA, & FA ad AG: cūq; *per* 39. *primi conorum elementorum*, ſit ſicut quadratum LM ad quadratum HA, ſic MF ad FA; & *per* 17. *ſex Euclidis*, ſicut quadratum HA ad quadratum AG, ſic FA ad AG; propterea ex æqua proportione erit ſicut quadratū LM ad quadratum AG; & ideo quadratū AB ad quadratū BM, ſic MF ad AG: & *per* 2. 12. *Euclidis*, ſic etiā circulus, cuius ſemidiameter AB ad çirculū cuius ſemidiameter BM; itaq; *per* 12. *prædicti*, conus, cuius axis AG, baſiſq; ſemidiameter AB æqualis erit cono, cuius axis FM, baſiſq; ſemidiameter BM: quandoquidē celſitudines baſibus ſunt reciprocæ: ſed *per* 11. 12. *Euclidis*, ſicut conus cuius axis FA, baſiſq; ſemidiameter AB ad conū, cuius axis GA baſiſq; ſemidiameter AB, ſic FA ad AG: Ergo ſicut conus, cuius axis FA, baſiſq; ſemidiameter AB ad conum, cuius axis FM, baſiſq; ſemidiameter MB: Sic etiam FA ad AG, hoc eſt CE ad ED. Verum *per præcedentem* 32. conus, cuius axis FM, baſiſq; ſemidiameter BM æqualis eſt ſphærico ſegmento, cuius axis BM. Item *per corollarium* 25. *huius*. conus cuius axis FA, baſiſque ſemidiameter AB æqualis eſt ſphæræ, cuius diameter AB. Igitur ſicut ſphæra AB ad ſphæricum ſegmētum cuius axis BM, ſic CE ad ED: & diſiunctim ſicut CD ad DE, ſic ſphæricum ſegmentum, cuius axis AM ad ſphæricum ſegmentum cuius axis BM. Quare ſphæra, cuius diameter AB in



pun-

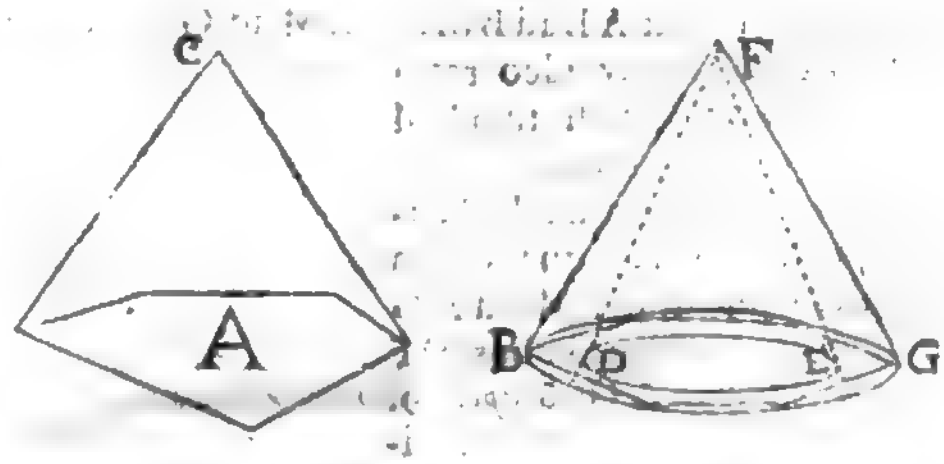
Digitized by Google

puncto M ipſius diametri ſecatur in duo ſegmenta, quorum ratio eſt, quæ C E ad E D. Quod fuit faciendum. Hæc propoſitio ſumpta eſt ex Dionyſiodoro mathematico antiquiſſimo, vt tradit Eutotius Aſcalonica in commentarijs Archimedis.

PROPOSITIO XXXIII.

Pyramis, & Conus ſub æquis faſtigijs ſunt ad inuicem ſicut baſes.

SIt Pyramis A C ſuper baſim rectilineam A. Item conus B G F ſuper circulum B G eiuſdem altitudinis: Aio quod ſicut eſt rectilineum A ad circulum B G, ſic eſt Pyramis A C ad conum B G F: ſit enim, ſi poſſibile eſt, Pyramis A C ad conum B G F ſicut rectilineum A ad circulum maiorem, minoremue ipſo circulo B G. Et primo minorem, qui ſit D E concentricus ipſi B G, & ipſi B G inſcribatur rectilineum polygonium *per* 13. 12. laterum minimè tangentium circulum D E, & ſuper rectilineum B G intelligatur Pyramis eiuſdem altitudinis cum cono B G F eiuſdem verticis: eritque *per* 7. 12. ſicut rectilineum A ad rectilineum B G, ſic Pyramis A C ad pyramidem B G F: ſed *per* 8. 5. maior eſt proportio rectilinei A ad circulum D E, quã rectilinei A ad rectilineũ B G. Igitur maiorẽ rationem habet *per* 12. 5. pyramis A C ad conũ B G F, quã pyramis A C ad pyramidẽ B G F: Ergo *per* 10. 5. pyramis B G F maior eſt cono B G F, pars toto, quod eſt impoſſibile. Non eſt ergo pyramis A C ad conum B G F, ſicut rectilineum A ad circulum aliquem minorem B G. ſed nec maiorem: ſit enim, breuitatis cauſa, circulus, conuſque propoſitus D E F eiuſdem altitudinis cum pyramide A C. Aio quod pyramis A C ad conum D E F non erit ſicut rectilineum A ad circulum quempiam maiorem ipſo D E circulo, vt puta ad circulum B G. Ponatur enim B G circulus ipſi D E concentricus, & inſcribatur, vt prius circulo B G rectilineum laterum minime tangẽtium circulum D E, & ſuper rectilineum B G intelligatur pyramis eiuſdem verticis cum cono D E F. Itaque quoniam ſicut rectilineum A ad circulum B G, ſic pyramis A C ad conum D E F: & *per* 7. 12. ſicut rectilineum A ad rectilineum B G, ſic pyramis A C ad pyramidem B G E, atque maior eſt ratio rectilinei A ad rectilineum B G quam eiuſdem rectilinei A ad circulum B G *per octauam* 5. propterea *per* 12. 5. maiorem rationem habet pyramis A C ad pyramidem B G F, quam eadem pyramis A C ad conum D E F: Ergo *per* 10. 5. conus D E F maior eſt pyramide B G F, pars toto; quod eſt impoſſibile. Similiter non erit pyramis A C ad conum B G F ſicut rectilineum A ad circulum quempiam maiorem ipſo circulo B G: ſed nec minorem, vt fuit oſtenſum: Supereſt ergo vt pyramis A C ad conum B G F ſit ſicut rectilineum A ad circulum ipſum B G: quod eſt propoſitum.



CO-

COROLLARIVM I.

MAnifeſtum eſt eſt ergo quod priſma, & cylindrus ſub æqualibus faſtigijs ſunt ad inuicem ſicut baſes: Namque tam priſma ad ſuam pyramidem *per* 8.12. quam cylindrus ad ſuum conum *per* 9. *eiuſdem* triplus eſt.

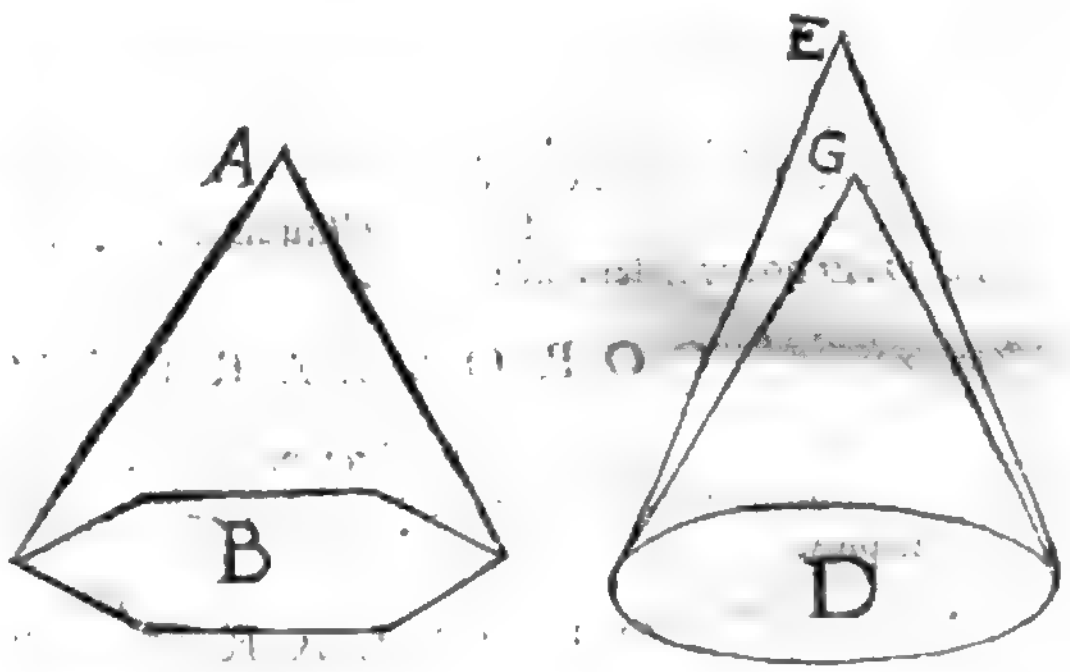
COROLLARIVM II.

ITaque pyramis, & conus, quorum baſes, & celſitudines ſunt æquales, erunt ad inuicem æquales. Hoc idem de priſmate, & cylindro pronunciandum.

PROPOSITIO XXXIV.

Pyramis, & Conus ſuper æquales erecti baſes ſunt ad inuicem ſicut celſitudines.

PYramis A B, & conus G D ſtent ſuper æquales baſes B, D, exiſtentibus ſcilicet rectilineo B, & circulo D æqualibus; ſintque pyramidis, & coni celſitudines A B, G D: Aio quod pyramis A B ad conũ G D eſt ſicut celſitudo A B ad celſitudinem D G: nam ſi celſitudines tales ſint æquales patet propoſitum *per corollarium primum præcedentis*. Si inæquales, tunc ſuper circulum D conſtituatur conus eiuſdẽ altitudinis cum pyramide A B, qui ſit conus E D, eritque *per præmiſſa corollarium ſecundum*. Pyramis A B æqualis cono E D: Sed *per* 11.12. conus E D ad conũ G D, eſt ſicut celſitudo E D ad celſitudinem G D: Ergo & pyramis A B ad conum G D, ſicut celſitudo E D, & ideo ſicut celſitudo A B (ſunt.n. æquales) ad celſitudinem G D: qnod eſt propoſitũ.



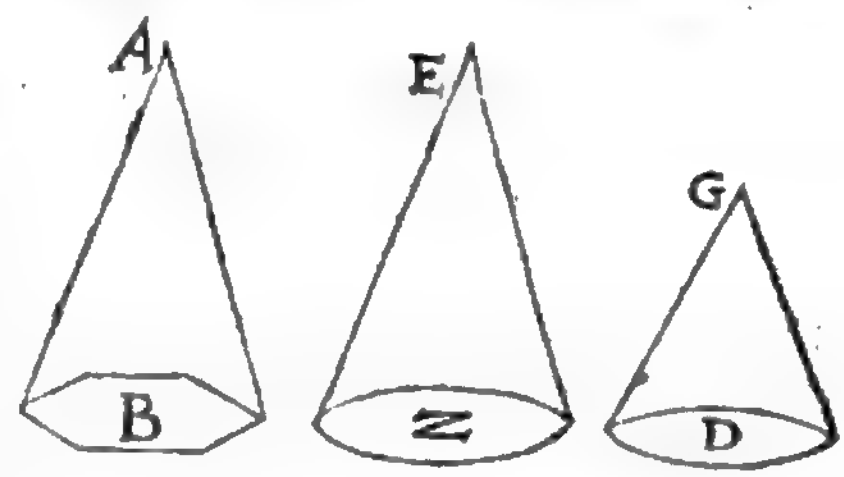
COROLLARIVM.

MAnifeſtum eſt ergo quod priſma quoque, & cylindrus ſuper æquas baſes ſunt ad inuicẽ ſicut celſitudines: nã priſma pyramidis, & cylindrus coni triplus eſt.

PROPOSITIO XXXV.

Pyramidis, & Coni ratio componitur ex baſium & celſitudinum rationibus.

SIt Pyramis A B, cuius baſis B, & celſitudo A B: Item conus G D, cuius baſis D, & celſitudo G D. Aio quod ratio pyramidis A B ad conum G D componitur ex ratione baſis B ad baſim D, & ex ratione altitudinis A B ad altitudinem G D. ponatur enim conus E Z ſuper circulum Z æqualem circulo D: Vel pyramis E Z ſuper baſim Z æqualem baſi D, cuius altitudo E Z ſit æqualis altitudini A B, eritque per 33. *præmiſſam*, pyramis A B ad conum E Z, vel *per* 8. 12. ad pyramidem E Z, ſicut baſis B ad baſim Z, & *per* 11. 12. Si E Z ſit conus (vel *per præmiſſam* ſi ſit pyramis,) erit conus E Z, vel pyramis E Z ad conum G D, ſicut celſitudo E Z ad celſitudinem G D: Verum ratio pyramidis A B ad conum G D componitur ex ratione Pyramidis A B ad conum, ſiue pyramidem E Z, & ex ratione coni, ſiue pyramidis E Z ad conum G D: Ergo eadem ratio pyramidis A B ad conum G D componetur ex ratione baſis B ad baſim Z, vel baſim D (cum ſint æquales) & ex ratione celſitudinis E Z vel celſitudinis A B, cum ſint æquales, ad celſitudinem G D: Et hoc erat demonſtrandum.



COROLLARIVM I.

MAnifeſtum eſt ergo quod ſimiliter priſmatis, & cylindri ratio ex baſium, & celſitudinum rationibus componitur: cum priſma pyramidis, & cylindrus coni ſit triplus.

COROLLARIVM II.

VNde facillimè ſequitur, vt pyramis, & conus, quorum baſes ſunt faſtigijs reciprocæ ſint inuicem æquales: contra ſi pyramis, & conus ad inuicem axtiterint æquales, eorum baſes erunt faſtigijs reciprocæ; & hoc idem de priſmate, & cylindro ſentiendum.

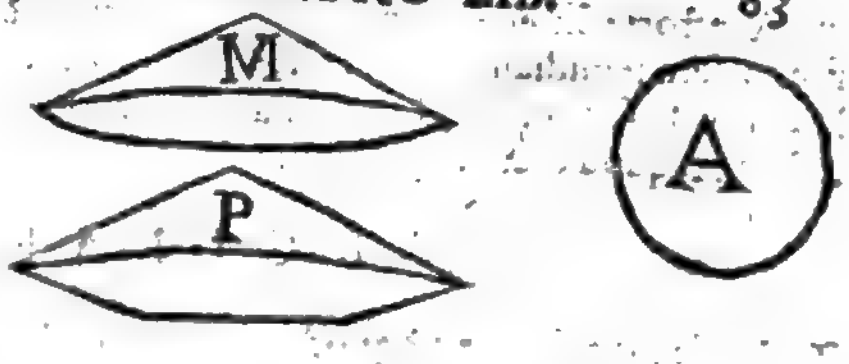
PROPOSITIO XXXVI.

Sphæra æqualis eſt Pyramidi, cuius baſis æqualis eſt ſphæricæ ſuperficiei, celſitudo autem ſphæræ ſemidiametro.

ESto ſphæra A, pyramis autem P, baſim habeat æqualem ſuperficiei ſphæræ A; celſitudinem vero æqualem ſemidiatro ſphæræ A. Aio quod æqualis eſt P pyramis ſphæræ A. Sit enim conus M baſim habens æqualem ſuperficiei ſphæræ A, celſitudinem

Digitized by Google

dinem vero æqualem ſemidiametro ſphæræ A: Itaque P pyramis, & M conus, & baſes, & celſitudines inuicem æquales habent. Quare *per* 2. *corollariũ* 33. *præcedentis*. æqualis eſt P pyramis cono M: Sed conus M *per* 24. æqualis eſt ſphæræ A: Ergo & P pyramis æqualis eſt ſphæræ A: quod eſt propoſitum.



COROLLARIVM I.

VNde manifeſtum eſt quod Priſma, cuius baſis æqualis eſt ſuperficiei Sphæræ, celſitudo autem æqualis ſemidiametro ſphæræ, eſt triplum ad ſphæram: quoniam *per* 8. 12. tale priſma triplum eſt ſuæ pyramidis, quæ æqualis eſt ſphæræ.

COROLLARIVM II.

QVare priſma, cuius baſis æqualis eſt ſuperficiei ſphæræ, celſitudo verò tertia pars ſemidiametri ſphæræ eſt æquale ipſi ſphæræ.

COROLLARIVM III.

ET quoniam ſuperficies ſphæræ *per* 10. *huius*, æqualis eſt rectangulo, quod fit ex diametro ſphæræ in peripheriam ſui maximi circuli: Ideo ſphæra æqualis eſt ei ſolido parallelepipedo, cuius baſis eſt dictum rectangulum, celſitudo autem tertia pars ſemidiametri ſphæræ.

COROLLARIVM IV.

MAnifeſtum eſt ergo, quod ex ductu ſemidiametri ſphæræ in ſuperficiem eius producitur triplum ſoliditatis ſphæræ: nã tale productum eſt ſoliditas priſmatis habentis baſim æqualem ſuperficiei ſphæræ, & altitudinem æqualem ſemidiametro ſphæræ.

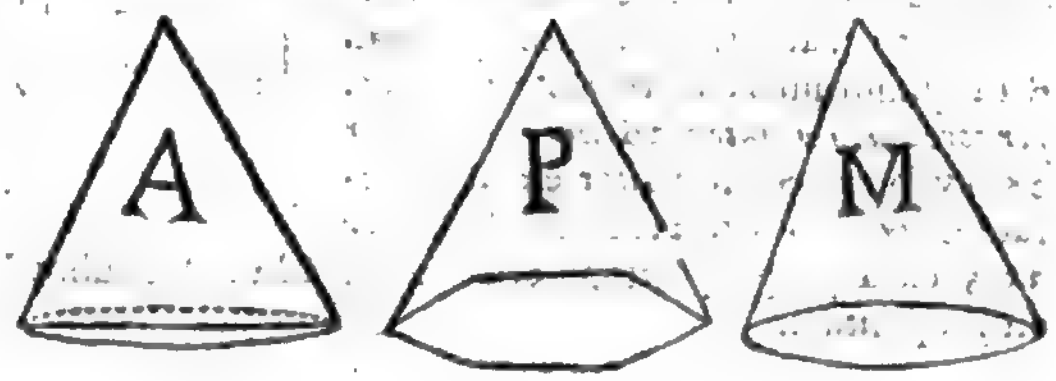
COROLLARIVM V.

QVamobrem ex ductu tertiæ partis ſemidiametri in ſuperficiem ſphæræ producitur ſoliditas ſphæræ.

PROPOSITIO XXXVII.

Sector ſphæricus æqualis eſt pyramidi, cuius baſis æqualis eſt baſi ſphæricæ ſectoris, celſitudo verò ſemidiametro ſphæræ.

SIt ſector ſphæricus A, pyramis autem P habeat baſim æqualem ſphæricæ baſi ſectoris A, celſitudinem autem ſemidiametro ſphæræ, cuius eſt ſector A. Aio quod pyramis P æqualis eſt



ipſi A ſectori: Sit enim conus M, cuius baſis æqualis ſit ſphæricæ baſi ſectoris A, celſitudo verò ſemidiametro ſphæræ: Eritq; *per 2. corollarium 33. huius*, pyramis P æqualis cono M. ſed conus M per 30. æqualis eſt ſectori A: igitur & pyramis P æqualis eſt ſectori A: quod erat propoſitum.

COROLLARIVM I.

VNde manifeſtum eſt quod prima, cuius baſis æqualis eſt ſphæricæ baſi ſectoris ſphærici, celſitudo autem æqualis ſemidiametro ſphæræ eſt triplum ipſius ſectoris: quandoquidem *per* 8. 12. tale priſma triplum eſt ſuæ pyramidis, quæ æqualis eſt ſectori. Quare priſma, cuius baſis æqualis eſt ſphæricæ baſi ſectoris ſphærici, celſitudo autem tertia pars ſemidiametri ſphæræ, æquale eſt ſphærico ſectori dicto.

Et quoniam baſis ſphærica ſectoris ſphærici *per corollarium 16. huius*, æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter eſt recta, quæ à vertice ſegmenti ſphærici ad peripheriam baſis; hic autem circulus *per 4. de dimenſione circuli*, æqualis eſt rectangulo contento ſub ſua ſemidiametro, & dimidio peripheriæ. Ideo parallelepipedum ſolidum, cuius baſis eſt dictum rectangulum, celſitudo vero tertia pars ſemidiametri ſphæræ æquale eſt dicto ſectori ſphærico.

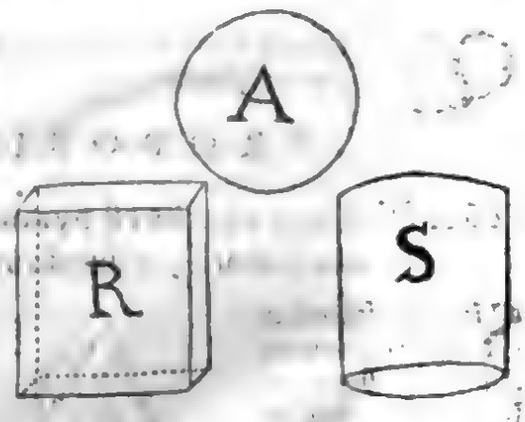
COROLLARIVM II.

MAniſeſtum eſt ergo quod ex ductu ſemidiametri ſphæræ in baſim ſphæricam ſectoris ſphærici producitur triplum ſectoris. Ex ductu vero tertiæ partis ſemidiametri in dictam baſium prodcitur ſector iple.

PROPOSITIO XXXVIII.

Sphæra ad cubum ſuæ diametri rationem habet, quam vndecim ad vnum, & viginti ferè.

SIt ſphæra A, cubus R, cuius latus æquum ſit diametro ſphæræ A. Aio quod ſphæra A ad cubum R eſt ferè ſicut 11. ad 21. quod ſic concludam. Sit cylindrus S, cuius baſis diameter diametro ſphæræ A, & celſitudo eidem diametro ſit æqualis. Itaque priſmatis R, & cylindri S celſitudo eſt vna. Quare *per corollarium 33. huius* erit ſicut baſis priſmatis R ad baſim cylindri S, ſic priſma R ad cylindrum S: ſed baſis priſmatis R eſt quadratum, quod ex diametro baſis cylindri S; eſtq; *per 8. de dimenſione circuli*, quadratum, quod ex diametro circuli ad circulum ſicut 14. ad 11. ferè. Igitur priſma R ad cylindrum S eſt fere ſicut 14. ad 11. *per corollarium autem 26. huius*, *vel per* 28. cylindrus S ſeſquialter eſt ad ſphæram A: & ideo ſicut 21. ad 14. Ergo *per* 23. 5. ex æqua proportione erit ſicut 21. ad 11. Sic cubus R ad ſphæram A: quod eſt propoſitum.



CO-

COROLLARIVM I.

MAnifeſtum eſt ergo quod 21. ſphæræ ſunt æquales 11. cubis, qui fiunt ex diametro ſphæræ: Patet nam *per præmiſſam*; ſphæra ad cubum ſuæ diametri eſt ſicut 11. ad 21. Ergo *per* 13. *quinti* 11. ſphæræ ad 11. cubos ſunt ſicut 11. ad 21. Ergo conuerſim 11. cubi ad 21. ſphæras ſunt ſicut 21. ad 11. ſed 21. ſphæræ ad 11. ſphæras ſunt ſicut 21. ad 11. Igitur 21. ſphæræ eam habent rationem ad 11. ſphæras, quam 11. cubi ad eaſdem 11. ſphæras: Quare *per* 9. *quinti* 21. ſphæræ æquales ſunt 11. cubis, qui ex diametro ſphæræ.

COROLLARIVM II.

VNde manifeſtum eſt ſi cubus, qui ex diametro cuiuſpiam ſphæræ multiplicetur vndecies, producti pars 21. erit ſolidum ſphęrę: contra ſi ſphęra vicies ſemel multiplicetur producti pars 11. erit cubus, qui ex diametro ſphęrę. Sed hęc ſupponũt rationem peripherię ad diametrum triplam ſeſquiſeptimam: Quod ſi peripherię ad diametrum ratio ſupponatur tripla ſuperpartiens $\frac{10}{71}$ quoniam tunc *per* 8. *de dimenſione circuli*, quadratum, quod ex diametro circuli ad ipſum circulum eſt ſicut 284. ad 223. & *per* 28. *huius*, ſphęra ad cylindrum eſt ſicut 426. ad 284. ſcilicet ſeſquialtera. Ideo *ex* 23. 5. *ex æqua perturſim proportione*, erit ſicut 426. ad 223. Sic cubus R ad ſphęram A. Quamobrem tunc 426. ſphęrę erunt ęquales cubis 223. qui ſunt ex diametro ſphęrę, quod ſequitur ex dicta argumentatione: Vnde ſi cubus, qui ex diametro ſphęrę multiplicetur 223. producti pars 426. erit ſolidum ſphęrę. Contra ſi ſphęra 426. multiplicetur, producti pars 223. erit cubus, qui ex diamerro ſphęrę. Verum prima ſuppoſitio, quę facit peripheria ad diametrum eſſe triplam ſeſquiſeptimam, facit & ſphęram aliquanto maiorem veros altera autem, quę peripheriam ad diametrum profert triplam ſuperpartientem $\frac{10}{71}$ facit ſphęram aliquanto minorem veritate. Non enim licuit in hoc punctum geometricum attingere, nõ ipſi quidem Archimedi, quamuis geometrarum omnium acutiſſimo.

FINIS.

Meſſanæ 10. Septembris octauę Indictionis 1534.

ARCHIMEDIS
DE MOMENTIS ÆQVALIBVS,
EX TRADITIONE
FRANCISCI MAVROLYCI
LIBER PRIMVS.

DIFFINITIONES.

I. VNiuersale centrum est punctum, in quod vnumquodque grauium naturaliter, & recto motu tendit.

II. Horizon est planum, cui perpendicularis est recta, quæ à puncto quopiam in centrum vniuersale ducitur.

III. Magnitudo rei est eius dimensio iuxtà vnam, vel duas, vel tres longitudines.

IV. Pondus rei est grauitas nitentis ad centrum.

V. Vnde magnitudinum æqualium pondera interdum sunt inæqualia; & è contrario ponderum æqualium magnitudines quandoque sunt inæquales.

VI. Centrum magnitudinis est punctum æqualiter remotum ab extremis; vt centrum circuli, aut sphæræ, aut figuræ solidi regularis.

VII. Centrum grauitatis est punctum, in quod graue vndecumque suspenso, à signo suspensionis acta linea horizonti perpendicularis est.

VIII. Momentum est vis ponderis à spatio quopiam contrà pendentis.

IX. Vnde ponderum æqualium momenta possunt esse inæqualia; Et è contrario continget momentorum æqualium pondera esse inæqualia.

X. Æqualia enim momenta sunt grauium æquè ponderantium, siue æquè pendentium.

XI. Grauia verò æquè pendere, seu æquè ponderare dicuntur, cum ab aliquo puncto appensa ita pendent, vt recta quæ grauitatum centra, vel appensionum puncta coniungit horizonti, æqui distet.

XII. Maius autem momentum est ponderis, quod deorsum inclinatur.

XIII. Signum autem appensionis æquilibrij punctum vocatur.

POSTVLATA.

I. GRaue quodpiam à puncto quolibet suspendere, vt liberè pendeat.

II. Centrum grauitatis ad centrum vniuersale, quantum possibile est, proximè accedere.

III. Si grauium æquè pendentium alteri quid adiectum sit; idem deorsum inclinari, reliquum sursum ferri.

IV. Contra si grauium æquè ponderantium vni quid auferatur; idem sursum reliquum deorsum ferri.

V. Si duo grauia æquè ponderent; & duo quælibet eis æqualia singula singulis ad eadem spatia æquè ponderabunt.

VI. Figurarum sibi inuicem congruentium congruere, & grauitatum centra.

VII. Figurarum similium centra similiter posita esse: hoc est quemadmodum figuræ similes

similes sunt, ita grauitatum centra cum terminis respondentium connexa laterum similia conficere triangula.

VIII. Centrum grauitatis esse intra rei grauis ambitum.

Propositiones, quarum quædam sunt Theoremata, quædam Problemata.

PROPOSITIO PRIMA.

A punto quolibet ad horizontem perpendicularis linea producta in centrum vniuersale cadit.

A punto quolibet, quod sit A cadat linea quæpiam A B ad horizontem ipsius punti perpendicularis: Aio quod A B producta in centrum vniuersale cadit: Nam si A B producta in centrum vniuersale non cadit; sit ergo extra ipsam vniuersale centrum C, à quo ducatur ad A punctum recta C A: eritque per diffinitionem horizontis A C ipsi horizonti perpendicularis. Fuit autem A B eidem horizonti perpendicularis: Igitur *per 6. 11. Elementorum Euclidis*, æquidistantes sunt B A, A C lineæ: Coincidunt verò, quod est absurdum: Non igitur est centrum vniuersale extra A B lineam; omnino ergo in ipsa A B linea producta cadet: Quod fuit demonstrandum.

PROPOSITIO II.

Si graue à puncto quopiam suspendatur, vt liberè pendeat; centrum grauitatis erit aut in suspensionis puncto, aut in linea, quæ à puncto ad horizontem perpendicularis ducitur.

GRaue quoddam A suspendatur *per primum postulatum*. à pũcto B vt liberè pendeat, & ab ipso puncto B *per 11. 11.* perpendicularis ad horizontem ducatur linea B C: Aio quod ipsius A grauitatis centrum est, aut in puncto B, aut deinceps in ipsa B C linea: Nam si in ipsa B C linea non est, sit, si possibile est, extra ipsam in puncto D, & in plano per lineam B C punctumque D producto coniungatur B D: positoque centro B ſpatioque B D circuli peripheria describatur A D secans lineam B C in puncto A. Et quoniam *per præcedentem*, linea B C producta it per centrum vniuersale: sit in ipsa vniuersale centrum C punctum; & coniungatur C D: Eritq; *per* 8. 3. *Euclidis* linearum, quæ à puncto C ad peripheriam A D applicantur, ipsa C A breuissima. Cumque graue A liberè pendeat à puncto B, poterit centrum grauitatis D. per ipsam A D peripheriam ipsi C vniuersali centro proximè quò ad potest accedere: proximi autem accessus punctum est A: Igitur ipsum D grauitatis centrum non accedit quam proximè potest ad ipsum C vniuersale centrum: quod est absurdum per 2. *postulatum*. Non erit ergo ipsius A grauitatis cẽtrum extra B C lineam: In ipsa igitur erit omninò: Quod est demonstrandum: Quod si centrum grauitatis sit in ipso B suspensionis puncto: cõstat rursus verũ esse, quod proponitur demonstrandum.

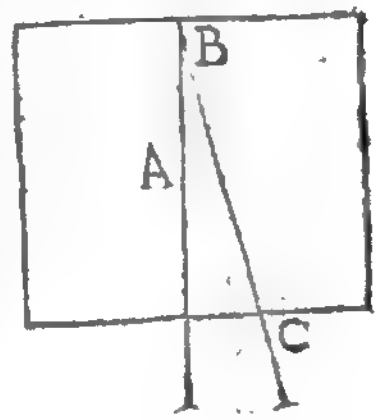
PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO III.

Si graue quodpiam ità locatum ſit, vt à puncto quodam ad centrum grauitatis acta perpendicularis ſit ad horizontem; graue ſiue à pũcto tali, ſiue à centro ſuſpenſum ita pendebit, vt locatum eſt.

ESto grauis cuiuſpiam A, centrum A ita iam locati, vt à puncto quodam B ad centrum ipſum acta linea B A perpendiculariter maneat horizonti: Aio quod graue A ſuſpenſum ab ipſo B puncto ità pendet, vt locatum eſt: Nam ſecus pendeat, ſi poſſibile eſt, ita vt non B A, ſed vt B C linea ſit perpendicularis ad horizontem: eritq; *per præcedentem*, centrum grauitatis in ipſa B C linea; quod eſt cõtra hypotheſim: Igitur graue A ſuſpenſum à puncto B non aliter pendebit, quam exiſtente B A linea perpendiculari ad horizontem, & perinde A graue in tali ſitu locatum pendebit: Quod ſi graue A ſuſpendatur ab ipſo A centro: tunc quoniam A ſuſpenſionis punctum ſupponitur immotum: neque ipſum A centrum mouebitur, & perinde in ipſo, in quo locatum eſt, ſitu pendebit: Et hoc proponebatur demonſtrandũ.



COROLLARIVM.

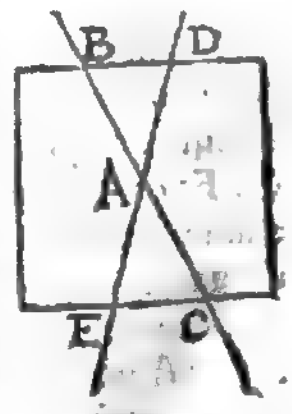
EX quibus quidem manifeſtum eſt quod recta, quæ à ſuſpenſionis puncto ad centrum grauis ſuſpenſi ſemper eſt perpendicularis ad horizontem.

PROPOSITIO IV.

Si graue bis ſuſpendatur, perpendiculares à ſuſpenſionum punctis ad horizontem, ſe inuicem ſuper centro ſuſpenſi interſecant.

GRaue quoddam A ſuſpendatur à puncto B, à quo perpendicularis ad horizontem agatur B C: ſuſpendatur & a puncto D, à quo & ad horizontem perpendicularis deſcendat D E: Aio quod lineæ B C, D E ſe viciſſim in centro grauitatis A ſecabunt: Nam *per 2. huius.* centrum grauitatis eſt in linea B C, eſt & in linea D E: omnino igitur lineæ tales ſe viciſſim ſecabunt, vt ſtet centrum in earum communi ſectione, quod ſit A: ſicut proponitur.

Vel aliter: ſit grauitatis centrum A, quod coniungatur cum punctis B, D, vt cumque relictis; & ſuſpendatur graue à puncto B: eritque *per præmiſſum corollarium*, B A perpendicularis ad horizontem. Suſpendatur item graue à puncto D; eritque *per idem*, D A perpendicularis ſimiliter ad horizontem: Itaque à punctis duarum ſuſpenſionum B, D, ad horizontem perpendiculares ductæ in centro grauitatis A coincidunt. Quod fuit demonſtrandum.



COROLLA-

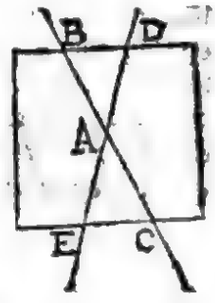
COROLLARIVM.

VNde ſi graue quotieſcumque à quibuſcumque punctis ſuſpendatur, omnes à ſuſpenſionum punctis ad horizontem in diuerſis ſitibus actæ perpendiculares ſe inuicem in ipſo ſuſpenſi centro interſecabunt.

PROPOSITIO V.

Propoſiti grauis centrum inuenire.

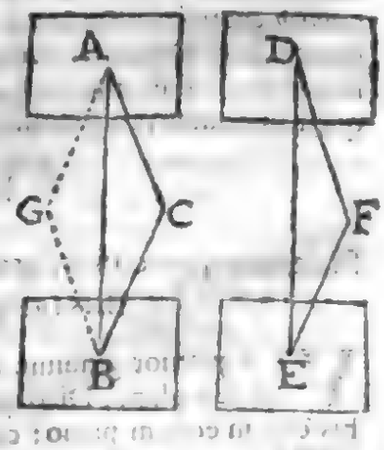
SIt graue propoſitum A: oportet in ipſo A centrum grauitatis comperire. Suſpendatur A *per primum poſtulatum*, à puncto vtrũq; relicto B, ducatur q; ad horizontẽ perpendicularis B C. Rurſũ ſuſpendatur, & ab alio puncto D, & perpendicularis ad horizõtem ducatur D E: quæ perpendiculares *per præcedentem*, ſe inuicem in centro grauitatis, quod ſit A, ſecabunt. Itaque A erit centrum grauitatis, quod comperire oportuit. Atque hoc quidem præcepto centrum grauitatis in quolibet graui comperietur, ſiue graue propoſitum ſit planum, ſiue ſolidum, ſiue regulare, ſiue qualiſcunque formæ, nihil intereſt.



PROPOSITIO VI.

Centrum totius eſt in recta coniungente centra partium.

TOtum graue ſit A B, partes eius A & B, centra grauitatum partium A, B, ſint puncta A, B; coniungatur A B: aio itaquè quod centrum totius A B eſt in ipſa recta linea A B; collocetur enim graue A B ita ut linea A B ſit perpendicularis ad horizontem; & in tali ſitu ſuſpendatur pondus A; pendebit namque *per* 3. *huius*, ita ut locatum eſt. Suſpendatur item graue B ab ipſomet puncto A, pendebit enim *per* 3. ſic ſimiliter, vt locatum eſt: Et totum igitur A B ita pendebit à puncto A, vt fuit locatum; fuit autem A B poſita perpendicularis ad horizontem: Igitur *per* 2. *huius*, Centrum grauis A B ſuſpenſi à puncto A in ipſa eſt A B linea: Quod erat demonſtrandum.



Aliter ſic. Sit, ſi poſſibile eſt, centrum grauis A B extra A B lineam in puncto C: & coniungantur A C B C, & exponantur duo grauia D, E ipſis A, B ſingula ſingulis æqualia, & in eodem interuallo D E: & ipſi A B C triangulo æquilaterum triangulum ſit D E F, atque triangulum A B G: Ita enim coaptatis triangulis A B C, D E F, congruet graue A graui D, atque graue B graui E, propter æqualitatem, & ſimilitudinem (quæ ſupponenda eſt) & centrum grauitatis C congruet puncto F. Quare quoniam congruentium grauium congruunt grauitatum centra; eſtque grauis A B centrum C, erit iam & grauis D E centrum F. congruat verò rurſum triangulum D E F triangulo A B G. Rurſus enim & grauia D, E grauibus A, B commutatis lateribus, propter vniformitatem (quæ ſupponitur) congruent: Tunc ergo centrum grauitatis F

puncto G congruet, non autem ipſi centro grauitatis C: congruentium ergo grauium A B, D E non congruunt centra C, F: Quod eſt abſurdum *per ſextum poſtulatum.*

PROPOSITIO VII.

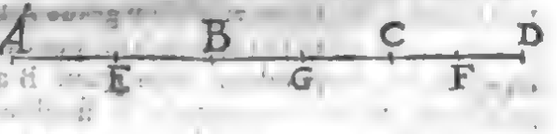
Per centrum totius, & centrum alterius partium acta linea it per centrum reliquæ partis.

SIt centrum totius C; centra partium A & B, & coniugatur A C: Aio quod A C producta it per centrũ B; relinquatur enim, ſi poſſibile eſt centrum B extra lineam A C indefinitum productam, & coniungatur A B, eritque centrum totius C extra lineam A B coniungentem centra partium: Quod cum impoſſibile ſit, *per præcedentem*, aſtruitur iam id, quod proponitur demonſtrandum.

PROPOSITIO VIII.

Si centra quotcumque grauium ſint in vna recta linea: Centrum aggregati ex omnibus illis grauibus tanquam vnius erit in eadem recta.

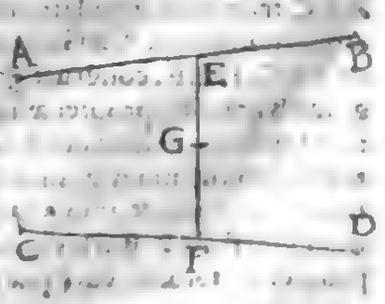
HOc eſt ſi centra partium ſint in vna recta, centrum totius erit in eadem recta: vt ſi quatuor grauium centra A, B, C, D, ſint in eadem recta: dico iam, quod centrum aggregati ex illis erit in eadem recta: nam *per præcedentem*, centrum totius A B erit in linea recta A B quod ſit E: Et *per eandem* centrum totius C D erit in linea recta C D quod ſit F. Demum centrum aggregati ex his quatuor erit *per eandem* in linea recta E F, quod ſit G: & perinde in ipſa linea, in qua ſunt centra A, B, C, D: quemadmodum proponitur demonſtrandum.



PROPOSITIO IX.

Si centra quotcumq; grauium ſint in vno plano; Centrum aggregati ex illis tanqnam vnius erit in eodem plano.

VT ſi quatuor grauium centra A, B, C, D, ſint in eodem plano: Dico quod centrum aggregati ex his erit in eodem plano: coniungantur enim A B, C D: eruntq; *per 6. huius*, centrum totius A B in recta A B quod ſit E: centrum totius C D in recta C D quod ſit F: Coniungatur item E F, eritque *per 6.* centrum aggregati ex A, B, C, D, in recta E F quod ſit G; cumque A B, C D rectæ ſint, per hypotheſim, in vno plano, erit & E F in eodem plano; & punctum

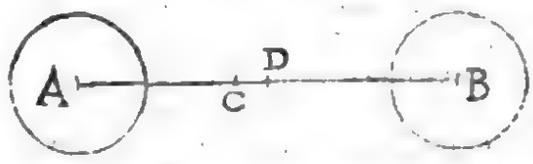


ctum G ſimiliter in eodem: Atque id idem oſtendemus de quotcunq; grauibus, quorum centra in eodem plano locata ſint; ſicut proponitur demonſtrandum.

PROPOSITIO X.

Grauia à communi centro ſuſpenſa æqueponderant.

HOc eſt partes graues à centro totius æqueponderant: Vt ſi ſint duo pondera A, B, quorum centra A, B, quæ coniungat recta A B: ſitque *per* 5. *huius* inuentum, *& per* 6. in linea A B cadens ipſorum A, B ponderum tanquam vnius punctum, C centrum: Aio quod A, B grauia ſuſpenſa à puncto C æquè ponderant. Æquè ponderent enim, ſi poſſibile eſt ab alio quã C puncto, quod ſit D: quoniam itaque A, B grauia æquè ponderant à puncto D, æquèdiſtabit *per diffinitionem* linea A B horizonti, itaque C totius grauis A B centrum, neque in puncto D ſuſpenſionis, neque in perpendiculari ab ipſo D puncto ad horizontem exiſtit: quod *per* 2. *huius*, eſt impoſſibile: Grauia igitur A, B non ab alio quam à C puncto æquè ponderant: & hoc fuit demonſtrandum.



Similiter, & plura quam duo, & quotcumque grauia ab omnium tanquam vnius communi centro æque ponderare demonſtrabuntur: ſiue centra eorum ſint in vna recta, *per* 8. *huius*. ſiue in eodem plano *per* 9. Talis enim recta, ſiue tale planum ſimiliter horizonti æquidiſtare demonſtrabitur: ſicut proponitur demonſtrandum.

PROPOSITIO XI.

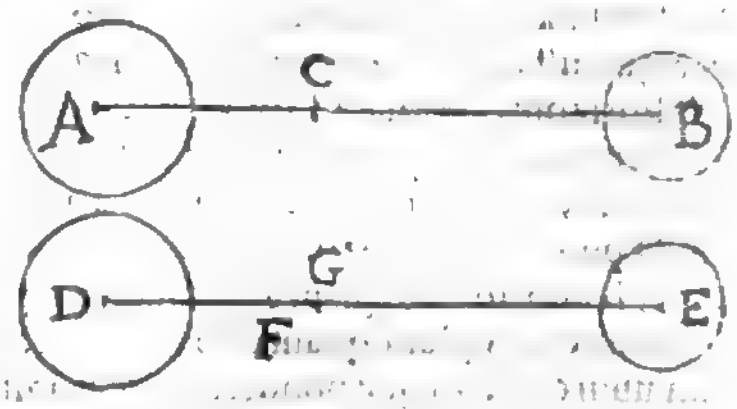
Grauia æquè ponderantia pendent à communi centro ſuſpenſa.

HOc eſt partes æquiponderantes pendent ſuſpenſæ à centro totius; vt ſi duo pondera A, B, quorũ centra A, B per lineam A B coniuncta æquè ponderent à puncto C. Aio quod C punctum eſt centrum grauitatis totius A B. Sit enim, ſi poſſibile eſt, centrum totius A B aliud quam C punctum, quod ſit D. Itaque *per præcedentem*, A, B grauia æquè ponderabunt à puncto D communi centro: ſupponũtur verò æqueponderare à puncto C: Quod eſt abſurdum. Vel ſic, quoniam grauia A, B, à puncto C æquiponderant, & D centrum eſt totius A B: Iam centrum grauitatis neque in puncto ſuſpenſionis C, neq; in linea ab ipſo C ad horizontem perpendiculari exiſtit: ſed hoc *per* 2. *huius*. eſt impoſſibile: Non eſt igitur centrum grauitatis ipſorum A, B aliud, quã C punctum: Quod eſt propoſitum: Similiter ſi plura, quam duo, grauia ab aliquo pũcto ſuſpenſa æquiponderent, ſiue centra eorum ſint in vna recta *per* 8. ſiue in vno plano, *per* 9. demonſtrabimus punctum illud eſſe centrum grauitatis omnium ſuſpenſorum tanquam vnius: ſicut proponitur demonſtrandum.

PROPOSITIO XII.

Si duo grauia duobus grauibus ſingula ſingulis æqualia, & in eodem interuallo poſita ſint: horum diſtantiæ à centro communi illorum diſtantijs à centro ſingulæ ſingulis æquales erunt.

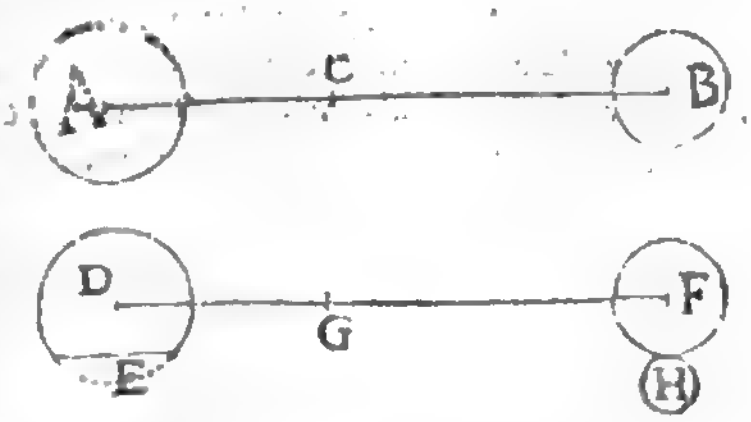
SInt duo grauia, quorum centra A, B, & commune centrum C. Item duo grauia, quorum centra D, E, & commune amborum centrum F; ſitque linea A B æqualis lineæ D E, & graue A æquale graui D, atque graue B æquale graui E: Aio quod linea A C lineæ D F, & linea B C lineæ E F æqualis erit: hoc eſt, quod lineæ A B, D E in punctis C, F ita ſecantur vt portiones æquis grauibus cõterminæ ſint æquales: Nam ſi D F non ſit æqualis lineæ A C, ſit, ſi poſſibile eſt, ipſi A C æqualis D G; vnde & G E ſupererit ipſi B C æqualis, cum autem C ſit centrum totius A B iam *per x. huius* grauia, A, B æqueponderant à puncto C: Cumq; grauia D, E grauibus A, B ſingula ſingulis æqualia ſint, & ad ſpatia D G, G E ipſis A C, C B æqualia: Iam *per* 5. *poſtulatum* grauia D E à puncto G ſuſpenſa æquè ponderabunt. Duo ergo grauia æqueponderant ab alio, quam communi centro: quod eſt impoſſibile *per præcedentem*. Quare omnino D F ipſi A C, & perinde F E ipſi C B æqualis erit. Quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO XIII.

Si duo grauia à puncto quodãm æquè ponderent, & duo alia grauia, ad eadem ſpatia æquiponderent; ſitque horum aggregatum illorum aggregato æquale: erunt, & ſingula ſingulis æqualia.

DVo grauia A, B æquèponderent à puncto C: Item duo alia grauia D E, & F æquè ponderent à puncto G, itaut ſpatium D G ſpatio A C, atque ſpatium G F ſpatio C B ſit æquale: & aggregatum grauium D E & F ſit æquale aggregato grauium A, B. Dico quod graue D E æquale erit graui A, atq; graue F æquale erit graui B: Nam ſi graue D E non ſit æquale graui A, ſit ipſorum alterum maius, vt D E, ponaturq; ipſi A æquale D, & reſiduo E, æquale ſit H, quod addatur ipſi F: Sic enim F H totum æquale erit ipſi B, cumque A, B æqueponderent ad ſpatia A C, C B ipſis D G, G F ſingula ſingulis æqualia. Iam *per* 2. *poſtulatum*. duo pondera D, & F H æqueponderabunt ad ſpatia D G, G F: Igitur duo pondera D E, & F *per* 3. *&* 4. *poſtulatum*. non æquale ponderabunt



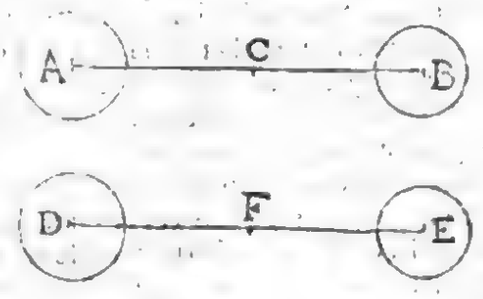
Digitized by Google

rabunt ad eadem ſpatia D G, G F: Quod eſt contra hypotheſim: Supereſt ergo vt omnino graue D E ſit æquale graui A, & perinde graue F æquale graui B: Quod eſt propoſitum.

PROPOSITIO XIV.

Si duorum grauium centra diſtent à centro communi ijs ſpatijs, quibus & aliorum duorum grauium centra diſtent à centro communi, ſitq; horum aggregatum illorum aggregato æquale: Erunt, & ſingula ſingulis æqualia.

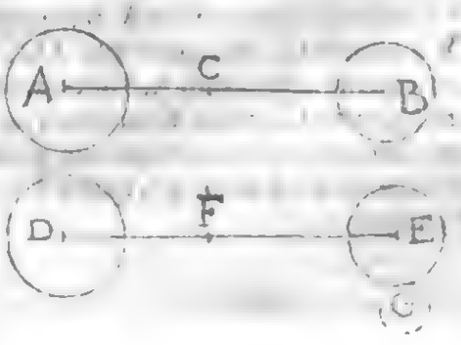
DVo grauia A, B, quorum centra A, B, centrum commune C. Item duo grauia D, E, quorum centra D, E, centrum commune F, diſtantia A C diſtantiæ D F, & diſtantia C B diſtantiæ F E ſit æqualis; Item aggregatum ex grauibus A, B aggregato ex grauibus D, E ſit æquale. Aio quod & graue A graui D, & graue B graui E æquale erit: Nam cum centrum commune grauium A, B ſit C, atq; centrum commune grauium D, E ſit F. Iam *per x. huius*, grauia A, B æquè pōderabunt à puncto C; & grauia D, E æquè ponderabunt à puncto F: cumque hæc illis ad eadem ſpatia æque penderent; ſitq; horum aggregatum illorum aggregato æquale: Erunt *per præcedentem* A, B grauia ipſis D, E grauibus ſingula ſingulis æqualia: ſicut proponitur demonſtrandum.



PROPOSITIO XV.

Si duorum grauium centra diſtent à centro communi, ſiue à centro æquilibrij ijs ſpatijs, quibus, & aliorum duorum grauium centra diſtant à centro communi, ſiue centro æquilibrij: ſitque horum alterum illorum alteri correlatiuo æquale erit, & reliquum reliquo æquale.

SInt eadem, quæ in pendenti, vt ſcilicet ſpatia ſpatijs, ſingula ſingulis ſint æqualia: & vnum ex illis grauibus, vt puta A æquale ſit vni ex his grauibus ſibi reſpondēti ſcilicet D. Aio quod & reliquum graue B reliquo graui E æquale erit: Nam ſi grauia B, E nō ſint æqualia, ſit eorum alterum vt puta B maius; & ipſi E adijciatur graue G, vt totum E G graue æquale ſit ipſi B graui. Itaq; quoniam duo grauia A, B æqueponderabunt ad ſpatia A C, C B: & duo alia D, & E G illis æqualia ſingula ſingulis ad eadem ſpatia pēdent: æqueponderabunt *per 5. poſtulatū* grauia D, & E G ad ſpatia D F, F E: Igitur *per 4. poſtulatū* ſi auferatur G ab ipſo graui E G, reliquum graue D deorſum ferretur; ipſumq; E



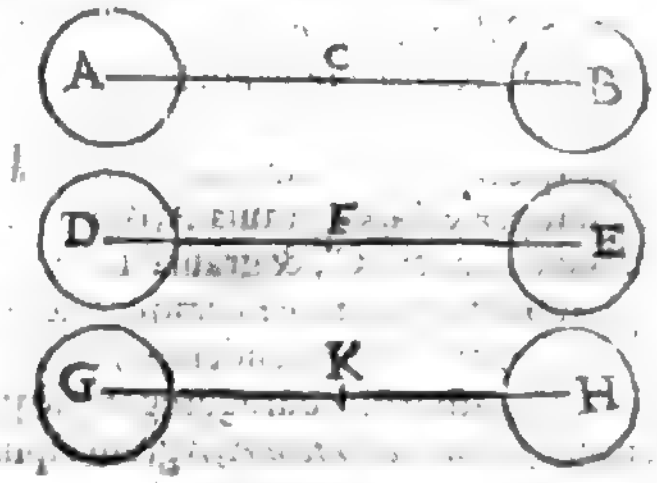
ſurſum:

ſurſum: Non æqueponderabunt igitur D, E pondera ad ſpatia D F, F E: Quod eſt contra hypotheſim: Aſtruitur ergo propoſitum.

PROPOSITIO XVI.

Centra grauium æqualium æqualiter diſtant à communi centro.

HOc eſt centra partium æqualium æqualiter diſtent à centro totius. Vt ſi ſint duo grauia æqualia A, B, quorum centra A, B, & quorum tanquam vnius commune centrum C. Aio quod ſpatia A C, C B ſunt æqualia. Sint enim duo grauia D, E ipſis A, B grauibus æqualia, quorum centra D, E, & quorum tamquam vnius commune centrum F; ſitque linea D E lineæ A B æqualis: rurſum ſint duo grauia G, H prædictis æqualia, quorum centra G, H, & quorum tanquam vnius commune centrũ K, & linea G H lineæ D E æqualis; Sitque vtrumque grauium G, H vtriq; grauium D, E ſimile, & æquale, ſimiliterq; poſitum, itaut coaptatis lineis D E, G H, hoc eſt congruentibus grauitatum centris D, G: nec nõ congruentibus grauitatum centris E, H; congruant grauia D, G, itemq; congruant grauia E, H; & viciſſim commutatis centris, hoc eſt coaptatis centris D, H ſimul, centriſque E, G ſimul, vt cõgruant rurſum grauia D, H, & deinde grauia E, G: Itaque fiet *per 6. poſtulatum* vt coaptatis grauibus congruant ſemper centra F, K: Quamobrem in prima coaptatione linea G K cõgruet lineæ

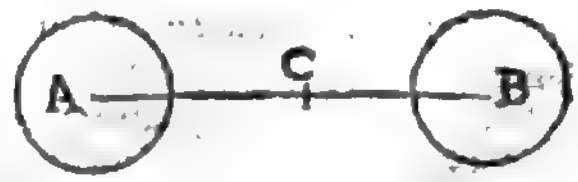


D F; & in ſecunda coaptatione linea G K congruet lineæ F E, & perinde æquales erunt lineæ D F, F E, vt quæ menſurentur ab eadem linea; Et ſimiliter lineæ G K, K H æquales erunt: Verum *per x. huius* grauia A, B æqueponderant à puncto C; & grauia D, E æqueponderant à puncto F, & hæc illis ſingula ſingulis æqualia, & ad idem interuallum A B, D E poſita: Igitur *per 12. huius* horum centra à communi centro, & illorum centra à communi centro ad eaſdem abſunt diſtantias, hoc eſt linea A C æqualis ipſi D F, & linea C B æqualis ipſi F E: ſed æquales fuerunt D F, F E: Igitur & æquales erunt A C, C B: Quod fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO XVII.

Grauia æqualia, & æque ponderantia pendent ab æqualibus ſpatijs.

SInt duo grauia æqualia A, B æqueponderãtia à puncto C: Aio quod ipſa A C, C B ſpatia ſunt æqualia: Nam cum A, B grauia æqueponderent à puncto C, ipſum C punctum *per 11. huius*, erit centrum grauitatis commune grauium A, B: Igitur *per præcedentem*, ipſa ſpatia A C, C B æqualia ſunt: Et hoc proponitur demonſtrandum.



PRO-

PROPOSITIO XVIII.

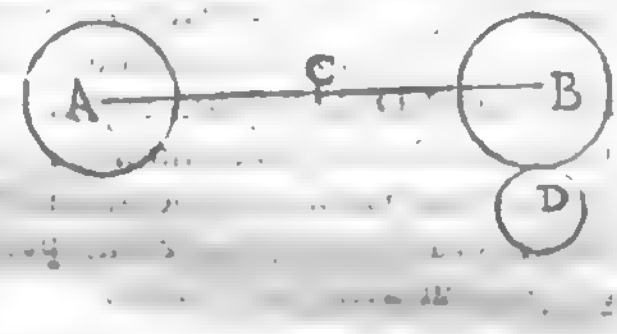
Grauia æqualia ab æqualibus ſpatijs pendentia æque ponderant.

DVo grauia æqualia A, B pendeant ad ſpatia A C, C B æqualia. Aio quod ipſa A, B grauia æqueponderant: Nam cum æqualia ſint A, B grauia, iam *per 16. præmiſſam* ipſorum centra A, B æqualiter diſtant à communi centro: punctum autem æquè remotum ab ipſis A, B centris in linea A B eſt *per hypotheſim* ipſum C punctum: Igitur ipſum C punctũ eſt commune centrũ ipſorum A, B grauium: Quare *per x. huius* ipſa A, B grauia æqueponderant ab ipſo C puncto: ſicut proponitur demonſtrandũ.

PROPOSITIO XIX.

Grauia, quorum centra æqualiter diſtant à centro communi, ſunt æqualia.

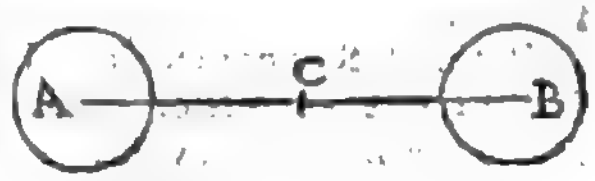
DVorum grauium A, B centra A, B æqualiter diſtent à centro communi C: Aio, quod ipſa A, B grauia ſunt æqualia; hoc eſt partes, quarum centra æqualiter diſtant à centro totius, ſunt æquales: Nam cum grauium A, B centrum commune ſit C, iam *per x. huius* grauia A, B æquèponderabunt ab ipſo C puncto: Tum ſi æqualia non ſunt: Eſto ipſorum quodlibet vt A maius, & adijciatur ipſi B minori graue D, vt totum B D ſit æquale ipſi A, itaque *per tertium poſtulatum*, ipſum B D deorſum fereiur. Igitur grauia A, & B D æqualia ab æqualibus ſpatijs A C, C B non æque ponderabunt: Quod *per præcedentem* eſt impoſſibile: Inæqualia ergo non ſunt A, B grauia: æqualia igitur, ſicut fuit demonſtrandum.



PROPOSITIO XX.

Grauia ab æquis ſpatijs æqueponderantia ſunt æqualia.

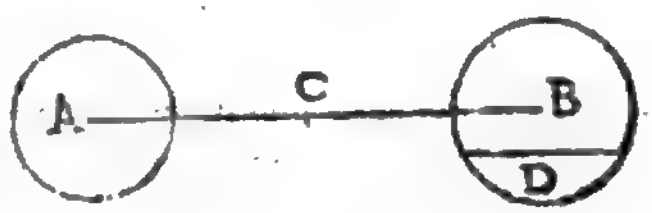
DVo grauia A, B æqueponderent à ſpatijs A C, C B æqualibus: Aio quod æqualia ſunt A, B grauia: nam cum A, B æqueponderent à puncto C, iam *per 11. huius* ipſum C erit commune centrum ipſorum A, B grauium. Cumque *per hypotheſim* ſpatia A C, C B ſint iam æqualia: *Erunt per præcedentem* ipſa grauia A, B inter ſe æqualia: Quod fuit demonſtrandum.



PROPOSITIO XXI.

Grauium inæqualium ab æqualibus ſpatijs pendentium, quod maius eſt deorſum feretur.

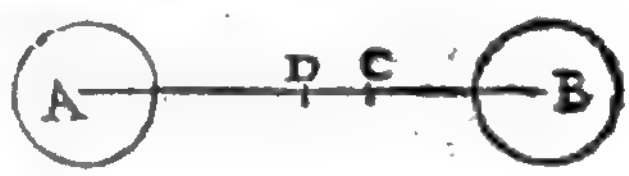
AD ſpatia A C, C B æqualia pendeant duo grauia inæqualia A, & B D, quorum maius B D: Aio quod B D deorsũ feretur: Sit enim ipſi graui A æquale B, ſic enim *per* 18. *huius* A, B æqueponderabunt ab ipſo C puncto: Quapropter *per* 3. *poſtulatum* D B fertur deorſum.



PROPOSITIO XXII.

Grauium æqualium ab inæqualibus ſpatijs appenſorum, quod à maiori ſpatio pendet, deorſum feretur.

DVo grauia A, B æqualia pendeant A à ſpatio A C maiori, B verò à ſpatio B C minori: Aio quod A deorſum fertur: ponantur enim A D, D B ſpatia æqualia: eritq; *per* 16. *huius* D centrum commune grauium A, B. Itaque cum punctum ſuſpenſionis ſit C, erit *per* 2. *huius* D centrum appenſi in linea à puncto C ad planum horizontis perpendiculari: Et perinde A deorſum feretur, ſicuti proponitur demonſtrandum.



PROPOSITIO XXIII.

Grauium inæqualium ſi maius à maiori pendeat ſpatio, deorſum feretur.

GRauium inæqualium A, D maius pendeat à maiori ſpatio A C, ipſum verò B minus à minori ſpatio B C: Aio quod A D graue deorſum feretur: ponatur enim A æquale ipſi B, & deorſum feretur A *per præcedentem*. Ergò à fortiori A D deorſum feretur.

Vel ſic ſecta per medium A B in puncto E, fiet *per* 16. *huius* E centrum commune ipſorum A B tanquam vnius; & quoniam D ſupponitur habere pro centro punctum A, quod eſt ipſius A grauis, & totius A D centrum: Ideo *per* 15. *huius* commune centrum ipſorum A B & D duorum grauium erit in linea A E, coniungente ſcilicet eorum centra: Sit ergo F centrum commune A B, & D grauium tanquam vnius: Vnde rurſum cum punctum ſuſpenſionis ſit C, iam vt in præmiſſa *per* 2. *huius* erit F in perpendiculari à puncto C ad Horizontem, & perinde A D graue deorſum feretur.

Digitized by Google

PROPOSITIO XXIV.

Granium inæqualium æqueponderantium maius à minori pendet ſpatio.

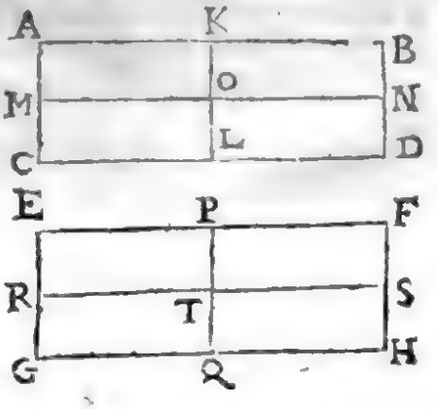
GRauia duo A,B, quorum maius A æquiponderent à puncto C: Aio quod A C ſpatium minus eſt ipſo C B ſpatio: Nam ſi A C, C B ſpatia ſunt æqualia, tunc *per* 21. *huius*, pondus A quod maius eſt, deorſum feretur: quod eſt contra hypotheſim: Si autem A C ſpatium ſit maius ſpatio C B; tunc *per præcedentem*. A pondus maius à maiori ſpatio deorſum feretur: quod rurſum ſuppoſito aduerſatur: ſupereſt ergo vt minus ſit omnino ſpatiũ A C ſpatio C B: quod fuit demonſtrandum.

Vel ſic ſi A C, C B ſpatia ſunt æqualia: tunc poſito graui B D æquali ipſi A; æqueponderabunt A & B D grauia *per* 18. *huius*, & ablato D non æquèponderabunt *per* 4. *poſtulatum* A, B grauia: Quod eſt contra hypotheſim: Si A C ſpatium ſit maius C B ſpatio: Tunc quoniam A & B D grauia ſunt æqualia: Iam *per* 22. *huius*, A graue deorſum feretur, & eo magis ablato D ipſum B graue ſurſum feretur: Quod eſt rurſum contra hypotheſim: Omnino igitur A C ſpatium minus erit ipſo C B ſpatio: Quod eſt propoſitum.

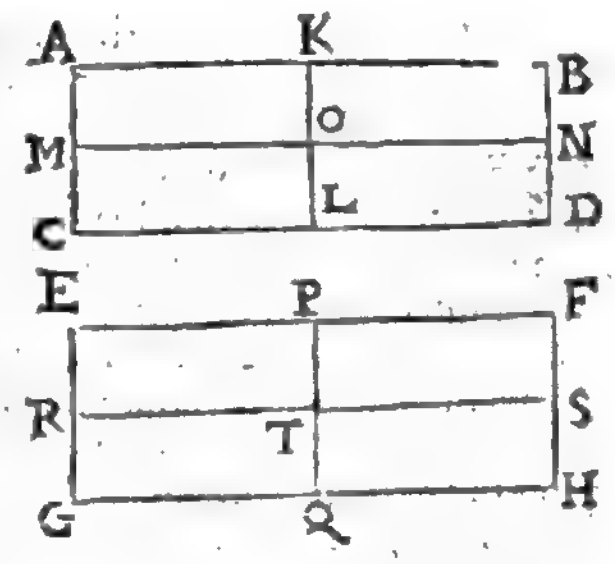
PROPOSITIO XXV.

Centrum grauis vniformis eſt in facta per medium axis ſectione.

VNiforme graue appello, quod eſt æquidiſtantium laterum, ſiue illud ſit parallelogrammum planum, ſiue ſolidum parallelepipedum: Axim autem rectam, quę lateribus æquidiſtans per centrum grauitatis incedit. Sit itaque graue parallelogrãmum A B C D, in quo centrum grauitatis ſit O: & per ipſum O punctum agantur lateribus æquidiſtantes rectę K L, M N, quarum vtraq; axis vocabitur parallelogrãmi: Dico igitur quod tam K L axis quã M N axis per æqualia ſecantur in puncto O, quod ſic oſtenditur. Deſcribatur ipſi A B C D parallelogrammo æquilaterum, & æquiangulum parallelogrammum E F H G, in quo centrum grauitatis *per* 5. *huius*, compertum ſit T; per quod axes ducti ſunt P Q, R S: deinde coaptetur parallelogrammũ E H parallelogrammo A D, vt latus E F lateri A B, & latus E G lateri A C congruat, & reliqua reliquis: Sic enim *per* 6. *poſtulatum*, centrum grauitatis T, centro grauitatis O congruet, & axis P Q axi K L, & axis R S axi M N propter æquidiſtantiam linearum conueniet. Itaque linea P T lineæ K O, & linea T Q lineæ O L congruet; commutatis autem lateribus, vt ſuperiora inferioribus coaptentur, hoc eſt, vt E F ipſi C D, & G H ipſi A B congruat: Iam linea T P lineæ O L, & linea



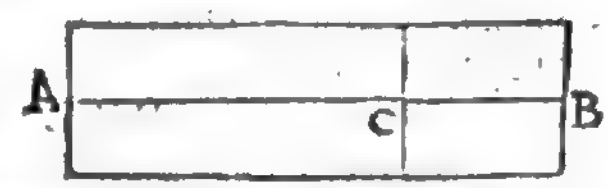
QT lineæ KO congruet, quandoquidem *per 6. poſtulatum*, centra grauitatum T, O rurſum congruent, coaptatis rurſum graubus. Itaque quoniam linea PT nunc lineæ KO nunc ipſi OL congruit, iam id circo æquales erunt KO, OL; ſimiliter commutatis lateribus, vt dextra ſiniſtris coaptẽtur; hoc eſt vt EG ipſi BD, atq; FH ipſi AC congruat (congruẽtibus ſemper grauitatum centris O, T *per 6. poſtulatum*) tam linea RT, quæ lineæ MO cõgruebat, iam ipſi ON congruet, & perinde æquales erunt MO, ON; igitur ipſius grauis AD vniformis centrum grauitatis O eſt in facta per mediũ ſectione tam axis KL, quam axis MN: Quod fuit demonſtrandum. Sed in ſolido parallelepipedo addetur tertius axis ob triplicem dimenſionem ſolidi; & ſimiliter demonſtrabitur in ſolido parallelepipedo centrum grauitatis eſſe in eo puncto, in quo per æqualia ſe interſecant tres axes ſinguli ſingulos.

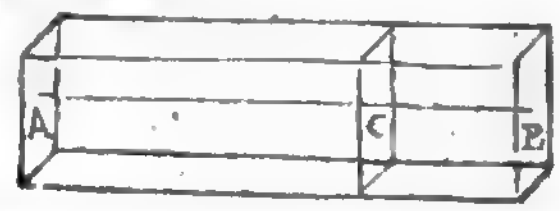


PROPOSITIO XXVI.

Segmenta grauis vniformis ad parallelum lateribus terminum continuata ſunt ad inuicem ſicut axis receptæ portiones.

SIt vniforme graue AB, cuius ſegmenta AC, CB contigua ad terminum baſibus parallelũ; axis totius AB, cuius portiones AC, CB, quæ ſunt partiales axes ſingulorum AC, CB: Dico itaque, quod ſicut eſt axis AC ad axem CB, ſic eſt graue AC ad graue CB: Nã ſi AB ſit parallelogrammum, conſtat propoſitum *per primam ſexti Elementorũ Euclidis*; Si vero graue AB ſit parallelepipedum demonſtratur idem *per 25. 11.* Nam *per prædictas* in vtraque harum figurarum talia ſegmenta ſunt ad inuicem, ſicut factæ portiones laterum, & perinde ſicut receptæ portiones axium; namque axis ſemper eſt æqualis lateri, cui æquediſtat; & partes axis æquales partibus lateris collateralibus.





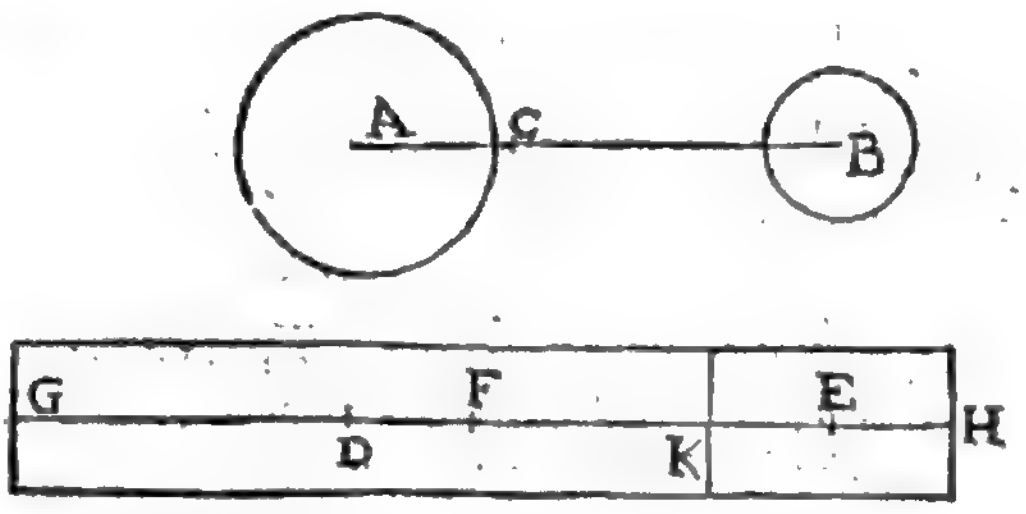
PROPOSITIO XVII.

Grauia reciproca ſunt diſtantijs, quibus eorum centra abſunt à centro communi.

SInt duo grauia inæqualia A, B, quorum centra A, B, & quorum commune centrum C: Aio quod ſicut eſt ſpatium BC ad ſpatium CA, ſic eſt graue A ad graue B: Quod ſic oſtẽdetur facillimè: Exponatur ipſi AB æqualis linea DE, de qua abſcindatur ipſi BC æqualis EF, & ſupererit ipſi AC æqualis DF. Item producatur vtrinque DE, ponaturque ipſi FE vel BC æqualis DG; & ipſi DF, vel AC æqualis EH, & ipſi EH æqualis EK; ſic poſita communi FK erit DK æqualis ipſi FE; & ideo ipſi BC: & ſimiliter ipſi DG. Itaque GK per medium ſecatur apud D, & KH per medium ſeca-

tur

tur apud E: ponatur circum axem G H vniforme graue, & æquale aggregato ipſorum A B grauium, quod ſecetur apud K per terminum baſibus, qui per G, H parallelum, vt ſint duo grauia vniformia G K, K H circũ axes G K, K H apud K terminum continuata: quibus peractis, quoniam F mediæ ſectionis punctum eſt in axe G H, & D mediæ ſectionis punctum in axe G K, & E medię ſectionis punctũ in axe K H: Idcirco *per* 25. *præcedentem* centrum grauitatis G H totalis eſt punctum F; centra verò grauium partialium G K, K H ſunt puncta D, E: habemus igitur duo grauia A, B, quorum centra A, B diſtant à centro communi C per lineas A C, C B; Itemque duo grauia G K, K H, quorum centra D, E diſtant à centro communi F per diſtantias D F, F E eaſdem ipſis A C, C B diſtantijs: Eſtque ipſorum G K, K H grauium aggregatum ipſorum A, B grauium aggregato æquale. Quamobrem *per* 14. *huius*, graue G K æquale eſt graui A, & graue K H æquale graui B: ſed *per præcedentem*, ſicut axis G K ad axem K H, ſic graue G K ad graue K H; & ideo ſicut graue A ad graue B: Eſtque B C dimidium axis G K: Itemque A C dimidium axis K H, & dimidia ſunt duplis proportionalia: Igitur ſicut B C ad A C ſpatium, ſcilicet ad ſpatium, ſic graue A ad graue B: Grauia igitur reciproca ſunt diſtantijs, quibus eorum centra abſunt à communi centro: Et hoc erat demonſtrandum.



PROPOSITIO XXVIII.

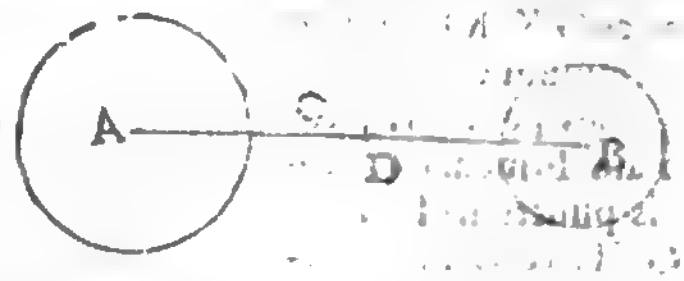
Si grauia reciproca ſint diſtantijs, quibus abſunt centra ipſorum à puncto quodam in recta linea coniungente centra poſito; punctum illud eſt commune centrum grauium.

POnatur vt prius duo inæqualia grauia A, B, ſitque C punctum quoddam in linea A B, vt faciat ſegmenta ordine permutato proportionalia grauibus; hoc, eſt vt ſicut graue A ad graue B, ſic ſit diſtantia B C ad diſtantiam C A: Dico iam quod pũctum C eſt commune centrum grauium A, B: ſiant enim ea omnia, quæ in præcedenti: Eritque ſimiliter ſicut B C linea ad C A lineam, & ideo ſicut A graue ad B graue, ſic iam G K graue ad K H graue: Et perinde cum totum G H graue poſitum ſit æquale toti A B graui: Erunt ſingula ſingulis æqualia, hoc eſt graue G K æquale graui A, atq; graue K H æquale graui B: Cumque *per* 25. *huius*, totius G H grauis vniformis centrum ſit F; & centra ſegmentorum G K, K H ſint D, E; Iam *per* 10. *huius*, grauia G K, K H æqueponderabunt à puncto F, hoc eſt ad ſpatia D F, F E: Verum grauia A, B ipſis grauibus G K, K H ſingula ſingulis ſunt æqualia; Et ſpatia A C, C B eadem ipſis D F, F E ſpatijs. Igitur *per* 5. *poſtulatum*, A, B pondera æqueponderabunt ad A C, C B ſpatia à puncto ſcilicet C ſuſpenſa. Quare *per* 12. *huius*, C commune centrum eſt ipſorum A, B grauium: Quod erat demonſtrandum.

Idem, & aliter demonſtrabitur ab impoſſibile per præcedentem; hoc modo.

Digitized by Google

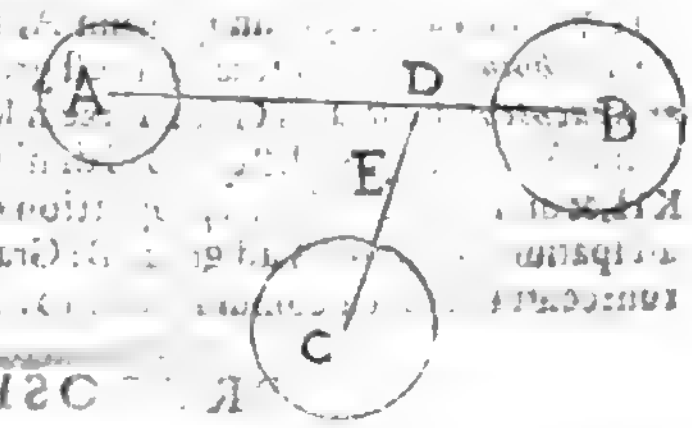
Sint A, B grauia inæqualia, ſitq; in ipſa A B linea punctum C, itaut ſicut eſt A ad B, graue ſcilicet ad graue, ſic ſit B C, ad C A ſpatium ad ſpatium, Aio quod C punctum eſt commune centrum ipſorum A, B grauium: Nam ſi poſſibile eſt, ſit ipſorum A, B grauium commune centrum aliud, quam C punctum, ſitque illud D; eritque *per præcedentem*, ſicut A graue ad B graue, ſic B D ſpatium ad D A ſpatium; Sed per hypotheſim, ſicut A graue ad B graue, ſic B C ſpatiũ, ad C A ſpatium, Igitur ſicut B C ſpatium ad C A ſpatium: ſic B D ſpatium ad D A ſpatium; & coniunctim ſicut A B ſpatium C A ſpatium, ſic A B ſpatium ad D A ſpatium: Igitur ſpatia D A, A C ſunt æqualia, Quod eſt impoſſibile: Non eſt ergo commune ipſorum A, B grauium centrum aliud quam C punctum: Quod fuit demonſtrandum.



PROPOSITIO XXIX.

Inter duo vel plura grauia propoſita centrum commune grauitatis comperire.

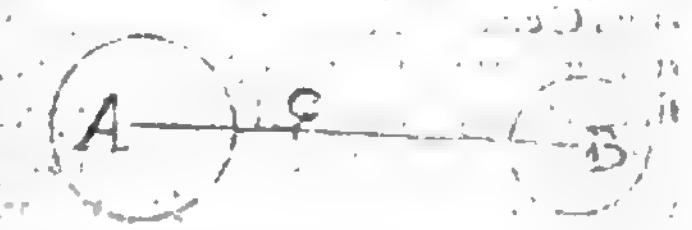
SVnto tria grauia A, B, C, oportet comperire centrũ commune ipſorũ A, B, C, grauium tanquam vnius. capiantur *per 5. huius*, ipſorum A, B, C, grauium ſingulorũ centra, quæ ſint A, B, C, & coniungatur A B recta: atque ſicut eſt A graue ad B graue, ſic ſit B D linea ad D A lineam, eritque *per præcedentem*, D centrum grauitatis commune ipſorum A, B grauium; Quod inter duo grauia comperiendum proponitur: Rurſus coniungatur C D, & ſicut eſt graue A B ad graue C, ſic ſit linea C E ad lineam D E; eritque rurſus *per præcedentem*, E centrum grauitatis commune ipſorum A, B, C: quod quærebatur.



PROPOSITIO XXX.

Grauia æqueponderantia reciproca ſunt ſpatijs, à quibus pendent.

GRauia A, B æqueponderent ad ſpatia A C, C B: Aio quod ſicut eſt graue A ad graue B, ſic eſt ſpatium B C ad ſpatium C A: Nam cum grauia A, B æqueponderent à puncto C: erit *per 1 1. huius*, C commune centrum grauium A, B: Ergo *per 27. huius*, ſicut graue A ad graue B, ſic ſpatium C B ad ſpatium C A: Quod eſt propoſitum.



PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO XXXI.

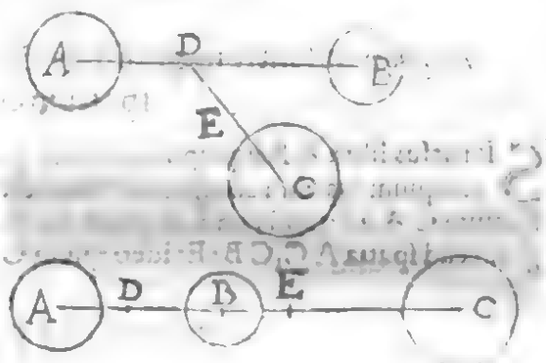
Grauia reciproca ſpatijs, à quibus pendent, æqueponderant.

GRauia A,B pẽdentia ad ſpatia A C, C B ſint reciproca ſpatijs, hoc eſt, ſicut graue A, ad graue B, ſic ſit ſpatium B C ad ſpatium C A: Aio quod grauia A,B æqueponderant: Nam cum grauia A,B reciproca ſint ſpatijs: Iam *per* 28. *huius*, C punctum erit centrum commune grauium A, B: Quapropter *per* 10. *huius*, grauia A, B æqueponderant: ſicut proponitur.

PROPOSITIO XXXII.

Inter duo vel plura grauia æquilibrij punctum comperire.

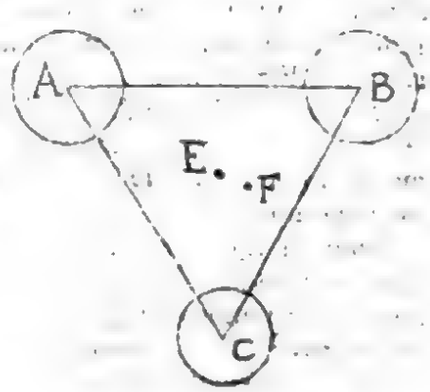
SVnt o tria grauia A,B,C, quorum centra A,B,C, ſiue in eadem recta poſita ſint, ſiue in eodem plano: oportet inter ipſa grauia A,B,C, punctum æquilibrij comperire, hoc eſt punctum, à quo ſuſpenſa, æqueponderant: Comperiatur *per* 29. *huius* commune cẽtrum ipſorũ A,B,C, quod ſit E: Itaque *per* 10. æqueponderabunt grauia A, B, C, à puncto E: Et ideo punctum E ipſum æquilibrij punctum eſt, *per diffinitionem* quod quærẽdum proponitur: Similiter inter duo grauia A, B comperto *per* 29. communi centro D; Ipſum D *per* 10. erit æquilibrij punctum inter A, B grauia: Nec ſecus inter quotlibet grauia comperietur æquilibrij punctum.



PROPOSITIO XXXIII.

Tribus, vel quotcumq; grauibus, quorum centra in vno plano ab æquilibrij puncto ſuſpenſis, planum ipſum æquidiſtat horizonti.

SInt tria grauia A,B,C, quorum centra A,B,C, in eodẽ plano ſint, & quorum æquilibrij punctum, per præmiſſam compertum ſit E, à quo ſuſpendantur A, B, C, grauia. Aio quod planum A, B, C, æquidiſtabit horizonti: Nam ſi planum A, B, C, à puncto E ſuſpenſum non æquidiſtat horizonti, maneat, (ſi poſſibile eſt) ab alio puncto, quod ſit F parallelum horizonti appenſum. Æqueponderant ergo grauia A,B & C à puncto F; quoniã in plano A,B,C, horizonti parallelo, omnis linea inter centra appenſorum horizonti æquidiſtat. Igitur *per* 11. *huius*, F commune centrum eſt appenſorum. Fuit vero E *per præcedentem*. Quod eſt abſurdum: Planum ergo A,B,C, non ab alio, quam E pun-



cto ſuſpenſum horizonti æquidiſtat: Quod propoſitum eſt.

Vel ſic, ſi A,B,C,grauia æqueponderant à puncto F. Igitur æquilibrij punctum eſt F: ſed erat per hypotheſim æquilibrij punctum E: quod rurſus abſurdum eſt.

PROPOSITIO XXXIV.

Libræ ſpatijs, & vno æquiponderantium grauium dato; reliquum comperire.

SIt libra A B, ſpatia A C, C B; Vnum æqueponderantium grauium A, oportet reliquum comperire: ſit ſicut B C ſpatium ad C A ſpatium, ſit A pondus ad pondus quodpiam B, quod appendatur ad B punctum: Nam *per 31. huius* æqueponderabit ipſi A; & perinde ipſum B graue eſt quod quærebatur.

PROPOSITIO XXXV.

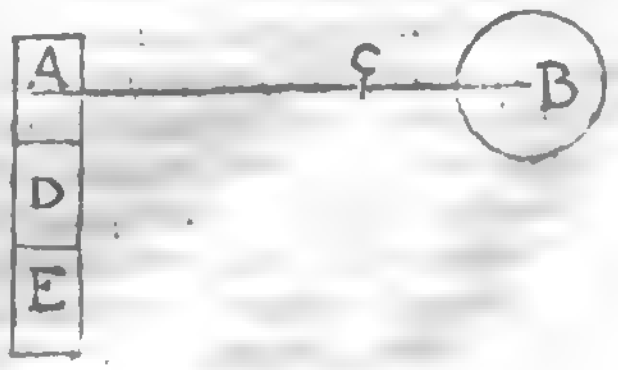
Æquependentibus grauibus, & vno ſpatiorum datis: reliquum ſpatium comperire.

SIt rurſus libra A B æqueponderantia grauia A, B, vnum ſpatiorum B C: oportet reliquum ſpatium comperire. Sicut eſt graue A ad graue B; ſic ſit ſpatium B C ad ſpatium C A, ad quod pendeat graue A: Nam *per 31. huius*, æqueponderabunt A, B grauia ad ſpatia A C, C B; Et ideo ipſum C A ſpatium eſt, quod quærebatur.

PROPOSITIO XXXVI.

Quam multiplex eſt pondus ponderis ad idem ſpatium: Tam multiplex eſt momentum momenti.

SIt ipſius ponderis A multiplex pondus A D E, ad ſpatium A C: Aio quod tam multiplex eſt momentum ponderis A D E, ad momentum ponderis A: Quod ſic oſtenditur: aſſumatur quoduis ſpatium C B, & comperiatur *per antepramiſſam*, pondus ipſi A quiponderans ad ſpatium C B, quod ſit B; & diuidatur pondus A D E, in partes ipſi A æquales, & iam vnumquodque ponderum A, D, E, æqueponderabit ponderi B: Et ideo *per diffinitionem*, momenta ponderum A, D, E, æqualia erunt: ſunt vero, & pondera æqualia A, D, E: Et ſicut igitur pondus A D E, triplum eſt ponderis A, ita & momentum ponderis A D E, triplum eſt momenti ponderis A:



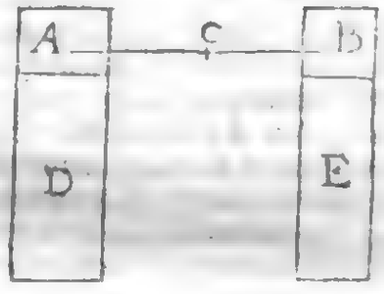
Similiter idipſum oſtendetur de multiplicibus ſecundum quemlibet numerum ſumptis: Aſſumpto ad quodlibet ſpatium pondere ipſi A æqueponderante, *per 34. pramiſſam*, Vel ſi lubet conſtituto pondere B, & adinuento, *per precedentem*, ſpatio B C: Vnde ſeruato ſemper ſpatio A C ipſum pondus A immutatum ſemper ſeruabit hanc colla-

collationem ad ſua multiplicia imponere, & momento cuiuslibet ponderis ad congruum ſpatium æqualiter contrapendentis. Vel ſi mauis ſeruare ſpatium B C augebis pondus B, ſpatiumque C A produces *per præcedentem*. ſemper enim æqueponderante B pondere ipſum pondus A producto ſpatio A C maiori pondere æqueponderabit, & perinde maiori momento dotabitur, ſemperque pondus ponderis totuplex erit, quotuplex momentum momenti: ſicut proponitur.

PROPOSITIO XXXVII.

Grauia ab æquis ſpatijs pendentia ſunt momentis proportionalia.

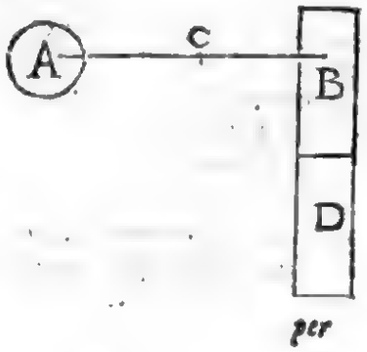
DVo grauia A, B pendeant ab æqualibus ſpatijs A C, C B: Aio quod ſicut graue A ad B, ſic eſt momentum A ad momentum B: Quod ſic demonſtrabitur. Sit ipſius grauis A multiplex ad libitum graue A D; Itemque ipſius grauis B multiplex ſecundum quemuis numerum graue B E: Sic enim *per præcedentem*, quam multiplex eſt graue A D grauis A, tam multiplex erit, & momentum A D momenti A; & per eandem, quam multiplex eſt graue B E grauis B, tam multiplex erit, & momẽtum B E momenti B: Habemus igitur quatuor magnitudines: primam graue A, ſecundum graue B, tertiam momẽtum A, quartam momentum B: Primæ autem, & tertiæ aſſignatæ ſunt æquè multiplices, graue A D, & momentum A D: ſecundæ item, & quartæ ſunt, & æquè multiplices, graue B E, & momentum B E: & quoniam æqualia ſupponuntur ſpatia A C, C B: Ideo *per* 18. *huius*, ſi graue A D æquale eſt graui B E, iam ipſi æqueponderat, hoc eſt per diffinitionem æquale eſt momentum A D momento B E: ſi autem graue A D maius eſt graui B E: iam *per* 21. *huius*, & graue A D deorſum feretur, hoc eſt *per diffinitionem* maius eſt momentum A D momento B E: & *per eandem*, ſi minus eſt graue A D graui B E, feretur deorſum ipſum B E, hoc eſt minus erit momentum A D momento B E: Itaq; ſi multiplex primæ maior eſt multiplice ſecundæ, & multiplex tertiæ maior erit multiplice quartæ: Et ſi minor, minor: & ſi æqualis, æqualis: Atque idipſum euenit quibuſcumque multiplicibus eoriem ordine ſumptis. Quamobrem *per diffinitionem proportionalium magnitudinum in quinto elementorum poſitam*, memoratæ quatuor magnitudines proportionales erunt: hoc eſt prima ad ſecundam, ſicut tertia ad quartam: Graue ſcilicet A ad graue B, ſicut momentum A ad momentum B: Quod fuerat demonſtrandum.



PROPOSITIO XXXVIII.

Grauium æqualium ab inæqualibus ſpatijs pendentium momenta ſunt ad inuicem ſicut ſpatia.

DVo grauia A, B æqualia pendeant ab inæqualibus ſpatijs A C, C B, quorũ maius A C: Aio quod ſicut eſt ſpatium A C ad ſpatium C B, ſic eſt momentum A ad momentum B: Quod ſic oſtenditur: ſumatur *per* 34. *huius*, graue B D ad ſpatium C B æque ponderans ipſi A: eritque *per diffinitionem* momentum B D æquale momento A: Atque *per* 30. *huius* ſicut ſpatium A C ad ſpatium C B: Sit graue B D ad graue A, hoc eſt graue B D ad graue B: ſed



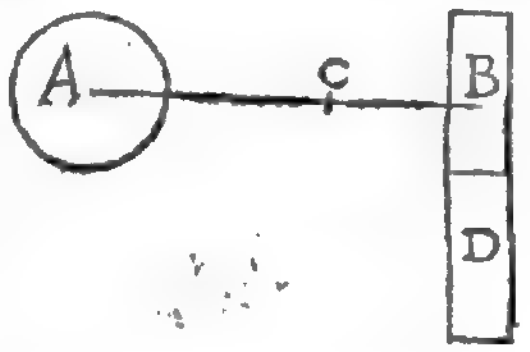
per

per præcedentem, graue B D ad graue B, ſicut momentum B D ad momentum B, quandoquidem ad idem ſpatium B C pendent; igitur momentum B D ad momentum B, ſicut ſpatium A C ad ſpatium C B; Æquale autem fuit momentum B D momento A: ergo & ſicut ſpatium A C ad ſpatium C B, ſic momentum A ad momentum B: Quod fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXIX.

Momentorum ratio componitur ex ratione ponderum, & ex ratione ſpatiorum, à quibus grauia pendent.

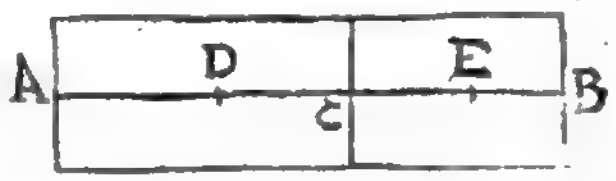
DVo grauia A, B pendeant à ſpatijs A C, C B: Aio quod ratio momenti A ad momentum B componitur ex duabus, ſcilicet ex ratione ponderis A ad pondus B; & ex ratione ſpatij A C ad ſpatium C B: Quod ſic demonſtrabitur. Duo pondera inæqualia A, B pendeant ad ſpatia inæqualia A C, C B: (namque de grauibus æqualibus ad inæqualia ſpatia pendentibus, actum eſt in prænedenti: De grauibus autem inæqualibus ad æqualia ſpatia ſuſpenſis in ante præmiſſa.) Aio quod ratio momenti A ad momentum B componitur ex duabus: quarũ vna eſt ratio grauis A ad graue B: altera eſt ratio ſpatij A C ad ſpatium C B: Sit enim graulum A, B maius ipſum A; & ipſi B graui apponatur graue D, ita vt totum B D ſit æquale ipſi A: quo facto, ponatur momentum B D pro communi termino inter momenta A & B, vt ſcilicet ratio momenti A ad momentum B, componatur ex ratione momenti A ad momentum B, D, & ex ratione momenti B D ad momentum B: Et quoniam grauia A & B D æqualia, ideo *per præcedentem*, ratio momenti A ad momentum B D eſt, quæ ſpatij A C ad ſpatium C B: & quoniam B D, & B grauia pendent ab eodem ſpatio C B. Ideo *per 37. præmiſſam*, ratio momenti B D ad momentum B eſt, quæ grauis B D, hoc eſt grauis A ad graue B: Quamobrem ratio momenti A ad momentum B componetur ex ratione ſpatij A C ad ſpatium C B, & ex ratione grauis B D ad graue B, hoc eſt grauis A ad graue B: Quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO XXXX.

Si vniforme graue ſuſpendatur à puncto, ad quod copulantur axes partium inæqualium: ratio factorum momentorum erit, quæ partium ipſarum duplicata.

SIt vniforme graue A B circum axem A B, quod ſecetur in duo ſegmenta inæqualia, quorum axes A C, C B ad punctum C continuati, & ſuſpendatur graue A B à puncto C: Aio quod ratio momenti A C ad momentum C B erit ſicut ratio grauis A C ad graue C B duplicata: ſecetur enim per medium axis A C in puncto D, & axis C B in puncto E: eruntq; *per 25. huius*, ipſa D, E pũcta centra grauium A C, C B: Itaq; *per 3. huius*, ipſa A C, C B grauia pendebunt à punctis D, E ſuſpenſa, & perinde ad ſpatia D C, C E:



CE: Quamobrem *per præcedentem*; Ratio momenti AC ad momentum CB, componetur ex ratione grauis AC ad graue CB, & ex ratione ſpatij DC ad ſpatium CE: ſed *per 26. huius*, ſicut axis AC ad axem CB, & ideo ſicut DC ſpatium ad CE ſpatiũ, quæ ſunt axium dimidia, ſic graue AC ad graue CB: Igitur ratio momenti AC ad momentum CB componetur ex duabus rationibus, quarum vtraque eſt ratio grauis AC ad graue CB: Itaq; ratio momenti AC ad momentum CB eſt ſicut ratio grauis AC ad graue CB duplicata: Quod fuit demonſtrandum.

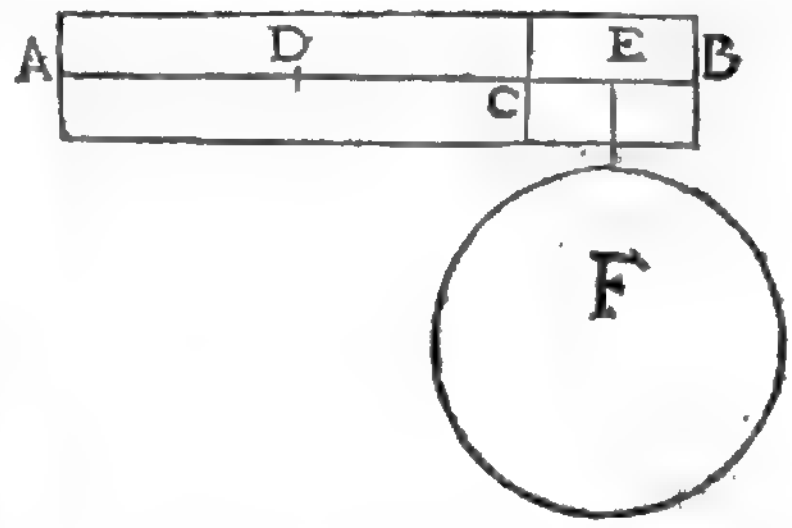
COROLLARIVM.

VNde ſi pars ad partem ſit dupla momentum ad momentum erit quadruplum: ſi pars ad partem tripla: momentum ad momentum erit nonuplum.

PROPOSITIO XXXXI.

Si à centro ſegmenti minoris in vniformi graui pendeat adiectum graue, itaut ſegmentum maius ſit medium proportionale inter ſegmentum minus, & inter aggregatum ex ſegmento minori, & adiecto, & ſuſpendatur vniforme graue à communi limite axium partialium, tunc dictum aggregatum æqueponderabit ſegmento maiori.

IN deſcriptione præcedentis à centro E ſegmenti minoris BC pendeat adiectum graue F, itaut ſicut eſt graue BC ad graue CA, hoc eſt ſegmentum minus ad ſegmentum maius, ſic ſit graue ſegmentum CA ad aggregatum ex ſegmento BC & ex F adiecto: ſuſpendatur autem libra à puncto C: Aio quod aggregatum ex BC & F æqueponderabit graui CA: quod ſic demonſtratur: Nam *per 26. huius*, ſicut eſt ſegmentum BC ad ſegmentum CA, ſic eſt linea BC ad lineam CA: & perinde ſic ſpatium EC ad ſpatium CD, quandoquidem dimidia ſunt duplis proportionalia: ſed per hypotheſim, ſicut ſegmentum BC ad ſegmentum CA, ſic ſegmentum CA ad aggregatũ ex BC ſegmento, & F. Igitur ſicut ſegmentum CA ad aggregatum ex BC & F; ſic ſpatium EC ad ſpatium CD; reciproca videlicet ſunt grauia CA, & dictum aggregatum ſpatijs, à quibus pendent: Æqueponderant ergo *per 31. huius*, duo grauia CA ſcilicet, & aggregatũ ex BC & F: Et quidem hoc erat demonſtrandũ.



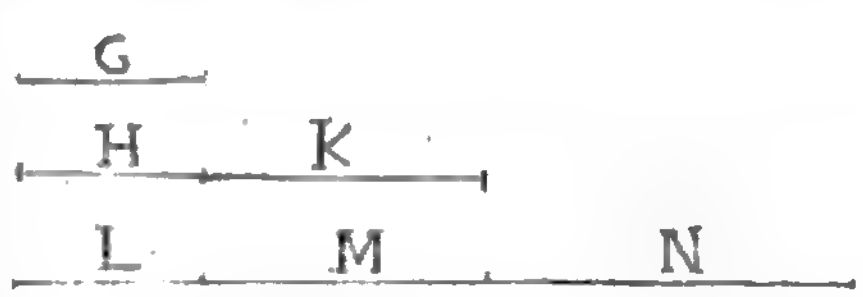
Vel ſic per præcedentem, ratio momenti AC ad momentum CB eſt ſicut ratio grauis AC ad graue CB duplicata: Et per hypotheſim ratio momenti CB, & F ad momentum CB (quæ *per* 37. eſt ipſa grauis CB, F ad graue CB ratio) eſt ſicut eadem ratio duplicata; igitur eandem habent rationem momentum AC, & momentum CB, & F ad momentum CB: Quare *per 9. quinti*: æquale eſt momentum CB, F momento AC: & ideo per definitionem ipſi æquiponderant: Quod eſt propoſitum.

Digitized by Google

PROPOSITIO XXXXII.

Eiſdem ſuppoſitis demonſtrandum eſt, quod ſicut eſt exceſſus ſegmentorum ad ſegmentum minus, ſic erit adiectum ad totum graue vniforme.

HOc eſt, ſicut eſt exceſſus ſegmẽti maioris C A (in prẽcedẽti figura) ſuper ſegmentũ minus B C collatũ ad ipſum ſegmentũ minus B C, ſic eſt ipſum F adiectũ ad totũ graue A B: Nam cum grauia B C, C A atque aggregatum ex B C & F ſint continuè proportionalia; ſint (facilioris intelligentiæ cauſa) huiuſmodi trium grauium primũ G, alterum H K, tertium L M N, ſic videlicet diſpoſita, vt G, H, L ſint inter ſe æqualia; Item K, M inter ſe æqualia, vt ſcilicet K vel M ſit exceſſus ipſius H K ſuper G: ipſum autem N exceſſus ipſius L M N ſuper H K, & ideo totum M N exceſſus eiuſdẽ L M N ſuper G; ſic enim fit vt G, ſit ipſum B C ſegmentum minus H K ipſum C A ſegmentum maius; K eorum exceſſus: L M N aggregatum ex B C & F; atq; M N ipſum adiectum F: cum L ſit ipſi G, & perinde ipſi B C æquale: Itaque demonſtrandum eſt quod ſicut eſt K ad G, ſic iam erit M N ad totum G, H K: hoc modo; cum H K ad G ſit ſicut ipſum L M N ad H K, erit diſiunctim K ad G ſicut N ad H K; Quare *per* 13. 5. *elementorum*, erit, & ſicut K ad G, ſic aggregatum ex K, N, hoc eſt M N ad aggregatum ex G, H K, & hoc iam fuerat demonſtrandum.



COROLLARIVM.

VNde manifeſtum eſt, quod ſi ſegmentum maius ſit duplum minoris, tunc adiectum eſt æquale toti graui vniformi: ſi triplum, tunc adiectum ſit duplum totius: ſi quadruplum; tunc adiectum ſit triplum totius, & ſic deinceps: Item ſi ſegmentum maius ſit ſeſquialterum minoris, tunc adiectum ſit dimidium totius: ſi ſeſquitertium: tunc adiectum ſit tertia pars totius: ſi ſeſquiquartum, tunc adiectum ſiet quarta pars totius, itaque deinceps.

PROPOSITIO XXXXIII.

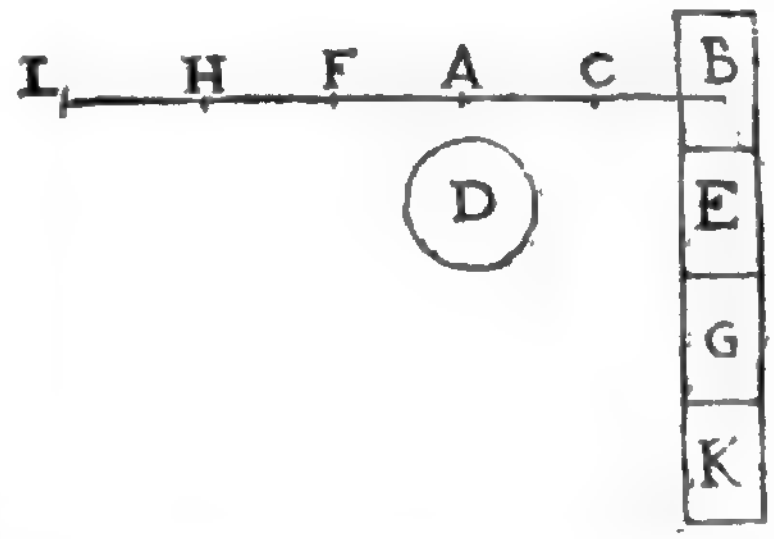
Crementa momentorum ſunt proportionalia crementis ſpatiorum.

SIt libra A C B, in qua punctum appenſionis ſit C; Graue autem D primum à puncto A ſuſpenſum, hoc eſt ad ſpatium A C æqueponderet primum graui B: deinde à puncto F ad ſpatium ſcilicet F C æquiponderet graui B E: Adhuc à puncto H ad ſpatium H C æquiponderet graui B E G: Dico iam quod crementa momentorum à graui D ad ea ſpatia factorum ſunt ſpatijs ipſis proportionalia: Nam cum per hypotheſim, momentum grauis D ad ſpatium C A pendentis factum ſit æquale momento grauis B: Cumq; momentum grauis D ad ſpatium C F ſuſpenſi factum ſit æquale momento grauis B E: Cum denique momentum grauis D ad ſpatium C H ponderantis factũ ſit æquale momento grauis B E G: & *per* 37. *huius*, ipſa momenta B, B E, B E G

ſint

Digitized by Googl

sint proportionalia grauibus ipsis B,B E,B E G: & crementa crementis: demonstrandum est quod crementa horum grauium,quæ sunt E, G sunt proportionalia crementis spatiorum,quæ sunt A F, F H. Itaque quoniam *per 38. huius*, momenta grauis D ad inæqualia spatia C A, C F, C H pendentis facta sunt proportionalia spatijs ipsis: Ideo & momenta B, B E, B E G prędictis momẽtis grauis D singula singulis æqualia, ijsdem spatijs C A,C F,C H erunt proportionalia: Hoc est sicut spatium A C ad spatium C F,sic momentum ipsum B ad momẽtum B E; & conuersim sicut spatium F C ad spatiũ C A; sic momentum B E ad momentum B: & euersim sicut spatium C F ad spatium F A, sic momentum B E ad momentum E, & similiter ostendam quod sicut spatium C H ad H F, sic momentum B E G ad momentum G: & disiunctim sicut spatium C F ad spatium F H, sic momentum B E ad momentum G,& conuersim,sicut spatium H F ad spatium F C, sic momentum G ad momentum B E; fuit autem sicut spatium C F ad spatium F A, sic momentum B E ad momentum E: Igitur ex æquali sicut spatium H F ad spatiũ F A,sic momentum G ad momentum E: quod erat iam demonstrandum.



COROLLARIVM.

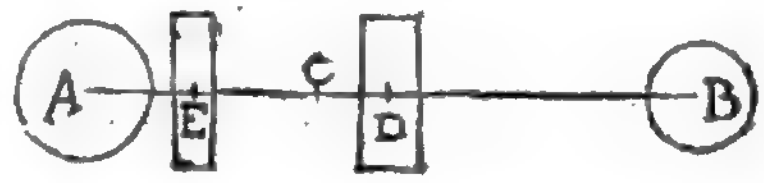
VNde iam manifeste constat,quod si crementa spatiorum fuerint æqualia, & crementa momentorum erunt etiam inter se æqualia,& è contrario.

Similiter autem ostendam,quod sicut spatiũ L H ad F H,sic & momentum K ad momentum G; & de quocunque deinceps spatiorum crementis,atque momentorum.

PROPOSITIO XXXXIV.

Si æqueponderantibus circa idem centrum æqueponderantia adijciantur,aggregata nihilominus æqueponderabunt ab eodem centro.

GRauia A, B æqueponderent à puncto C: Item in eadem linea applicentur duo grauia D, E ab eodem puncto C æqueponderantia: Aio quod horũ aggregata A E,& D B ab eodem puncto C æqueponderabunt: Nam cum momentum A sit æquale momento B, & momentum E sit momento D: Iam aggregatum ex A, E momentis æquale erit aggregato ex D, B momentis: Quare *per definitionem*, ipsum A E momentum ipsi D B momento æqueponderabit: Quod est propositum.

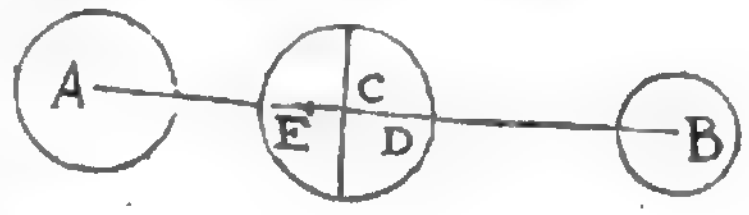


Digitized by Google

PROPOSITIO XXXXV.

Si æqueponderantium centro centrum tertij grauis cohereat; tria grauia nihilominus ab eodem centro æqueponderabunt.

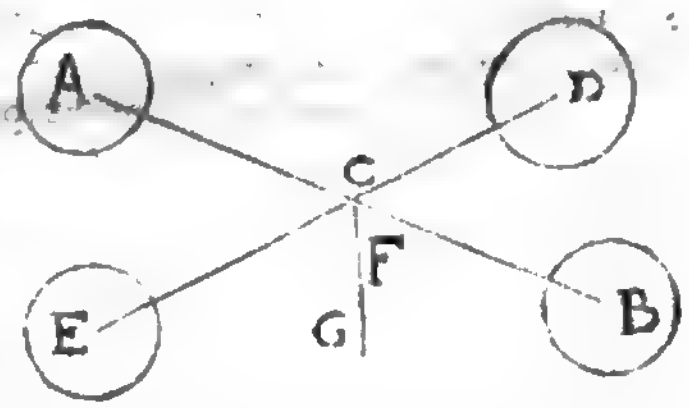
DVo grauia A,B æqueponderent à centro C: fit & ipſum C grauis D E centrum. Aio quod tria pondera A,B,E D ab eodem centro C æqueponderabunt; ſecetur enim graue E D in duo grauia æqualia E,D, quorum centra ſint E, D, quæ *per 16. huius*, æqualiter diſtabunt à cõmuni centro C: Et *per x.* E, D grauia ab ipſo C puncto æqueponderabunt: Itaque quoniam ipſis A, B à puncto C æqueponderantibus adijciuntur E, D grauia ab eodem C puncto æqueponderantia: Ideo *per præcedentem*, aggregata A,E, & D,B ab eodem centro C æqueponderabunt; Quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO XXXXVI.

Si duorum grauium commune centrum, ſit idem quod commune centrum aliorum duorum grauium, illud idem quoque erit centrum aggregati ex quatuor grauibus.

DVo grauia A, B commune centrum habeant C: Item duorum grauium D, E commune centrum ſit illud idem C: Aio quod & ipſum C erit centrum aggregati ex quatuor grauibus A,B,D,E tamquam vnius: nam ſi C punctum non ſit centrum totius A,B,D,E ſit illud punctum F, & coniuncta C F producatur; quæ quoniã it per F centrum totius, & per C centrũ ipſius A, B, quæ pars eſt: Ibit *per 7. huius*, per centrum reliquæ partis D E, vt pote G: Non erit ergo C centrum commune ipſorum D, E: Quod eſt contra hypotheſim. Itaque centrum totius A, B, D, E non erit aliud, quam C punctum: Quod erat demonſtrandum.



COROLLARIVM.

ET manifeſtum eſt *ex 6. huius*, quod ſtantibus ſuppoſitis C punctum eſt in communi ſectione lincarum A B, E D.

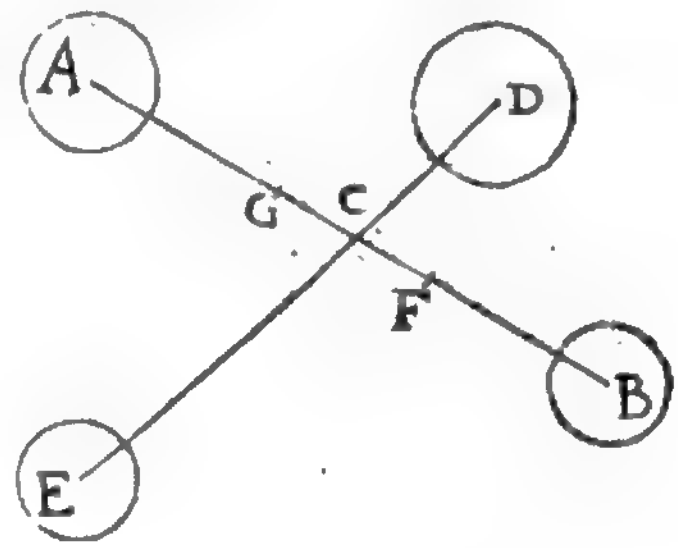
PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO XXXXVII.

Si centrum aggregati ex quatuor grauibus ſit in ſectione linearum, quæ centra binorum oppoſitorum coniungunt; illud idem erit centrum commune tam his duobus oppoſitis, quam illis.

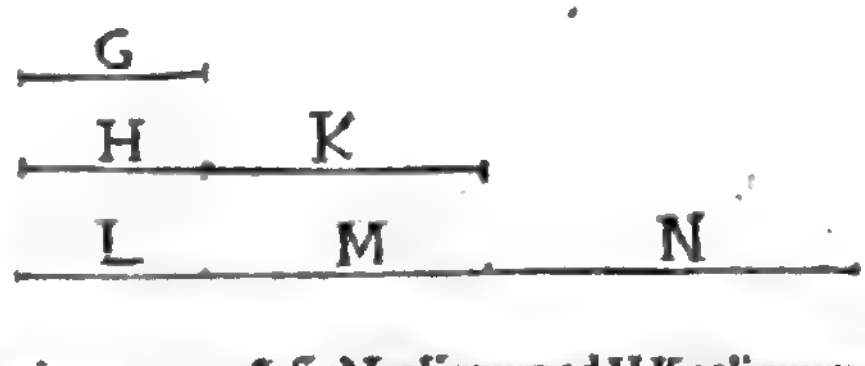
SInt quatuor grauia A, B, E, D, & lineæ A B, E D coniungentes oppoſitorum centra ſecent ſe inuicem in puncto C, ſitque punctum C centrum aggregati ex grauibus A, B, E, D: Dico quod ipſum erit centrum commune ipſorum A B, itemq; C erit centrum commune ipſorum D E: Nam ſi C non ſit centrum commune ipſorum A, B ſit ergo F, erit quippe in linea A B *per 6. huius*; Quare F C producta ibit per centrum commune ipſorum D, E *per 7.* quod ſit G. Itaque centrum ipſorum D, E non erit in linea D E iũgente cẽtra, Quod *per 6.* eſt impoſſibile: Igitur non erit aliud, quam C pũctum commune centrum ipſorum A, B: & per eandem oſtenderur non eſſe aliud quã idem C punctum commune centrum ipſorum D, E: Quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO XXXXVIII.

Si fuerint tres magnitudines, & quæ ratio eſt exceſſus ſecundæ ſuper primam ad primam, ea ſit ratio exceſſus tertiæ ſuper primam ad aggregatum ex prima, & ſecunda: continue proportionales erunt magnitudines.

HÆc eſt conuerſa 42. huius. Sunto tres magnitudines G, H K, L M N, ita vt G, H, L ſint inter ſe æquales, & K, M æquales: Vnde K erit differentia primæ, & ſecundæ, M N differentia primæ, & tertiæ; Sitque ſicut K ad G, ſic M N ad G H K: Aio quod tres magnitudines G, H K, L M N ſunt cõtinue proportionales; hoc eſt, ſicut G prima ad H K ſecundam, ſic H K ſecunda ad L M N tertiam. Cum enim *per hypotheſim* ſit ſicut M N totum ad G H K totum, ſic M ablatum, ad G ablatũ erit *per 19. 5.* & ſic N reliquum ad H K reliquum: & coniunctim, ſicut K G, ad G, ſic N H K ad H K, hoc eſt ſicut K H ad G ſic L N M ad H K: Itaque conuerſim ſicut G ad H K, ſic H K ad L M N: Quod eſt propoſitum.



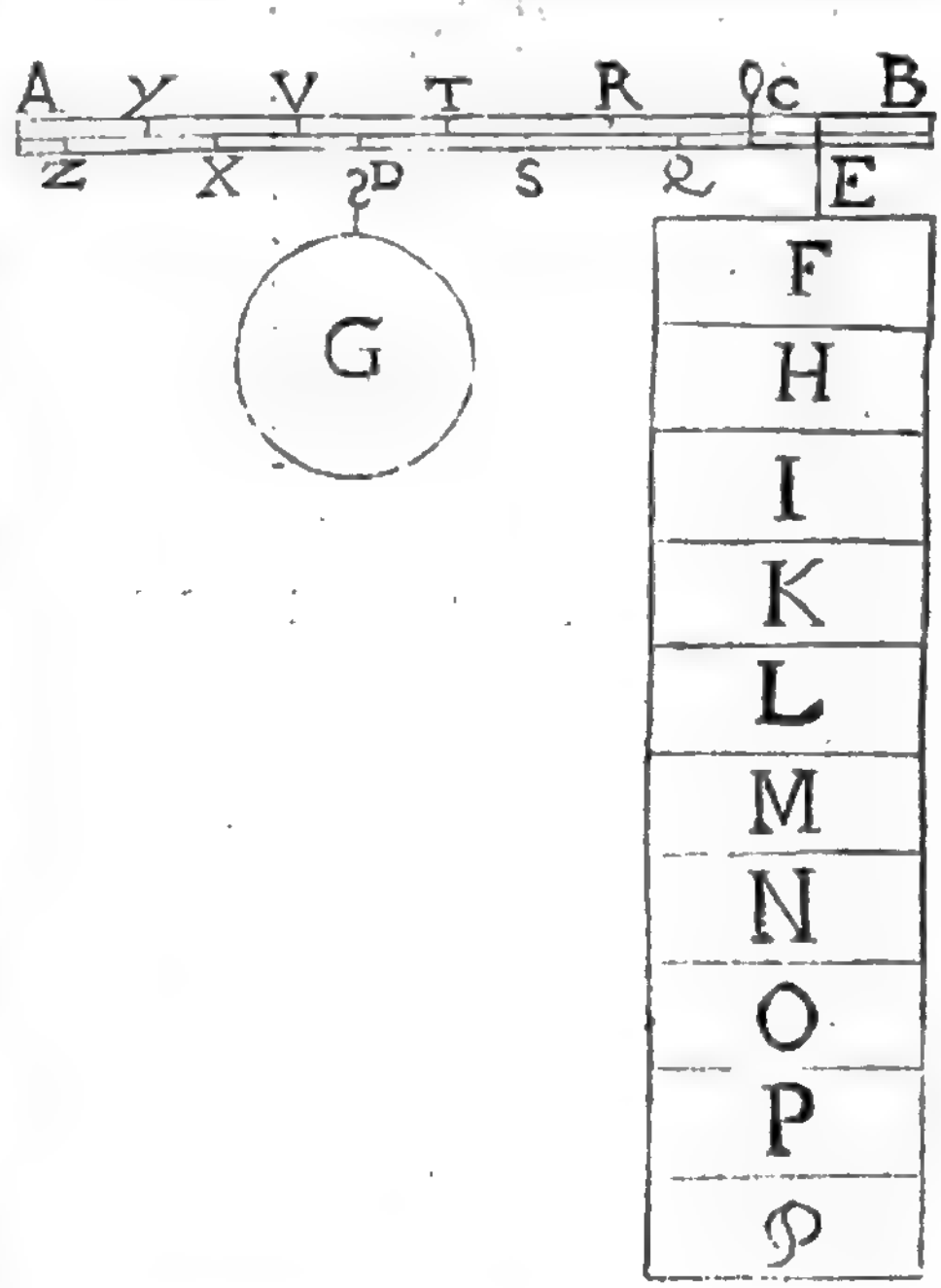
PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO XXXXIX.

Vniforme graue ſic conſtituere, vt in ſpatijs momenta ferat æqualia vnicuique multiplici dati ponderis vſq; ad multiplex dati numeri.

EXempli gratia, ſit datum pondus G, datus numerus denarius; oportet conſtituere vniforme graue, vt in ſpatijs ferat momenta æqualia duplo, triplo, & deinceps vſq; ad decuplum ipſius G: A dato numero ſubducatur binarius, & relinquitur octonarius; huius binarius pars eſt quarta: Sit ergo vniforme graue A B quarta pars dati ponderis G, quod ſecetur apud C, ita vt B C ſit quinta pars reliqui C A, quota ſcilicet fuit binarius denarij: Mox ſecetur C A in partes æquales, quot vnitates in dato numero, ſecetur & B C per æqualia apud E, & à puncto E ſuſpendatur graue F ipſi G dato æquale, quibus peractis, habebimus tres magnitudines primam videlicet graue B C ſecundã graue C A, tertiam aggregatum ex B C & F. Eſtque exceſſus ſecundæ C A ſuper primam B C quadruplus ad primam B C (quãdoquidem A C quintupla ipſius B C) Itemq; F exceſſus tertiæ B C, F ſuper primam B C quadruplus, ad A B aggregatum ex prima, & ſecundã: Igitur *per præcedentem*, hæ tres magnitudines ſunt continuè proportionales, hoc eſt ſicut graue B C ad graue C A, ſic graue C A ad aggregatum B C, F. Quamobrem *per 41. huius*, ſi ſuſpendatur libra à puncto C graue B C, F æqueponderabit graui A C: Ecce igitur A C æqueponderat ipſi F quod eſt æquale dato ponderi G.



Appendãtur itaque à puncto E decem grauia ſingula ipſi F, hoc eſt ipſi G æqualia, quæ ſint H, I, K, L, M, N, O, P, ♦, ♠, reſpõdentia totidẽ ſpatijs, in quæ ſecta eſt C A apud Q, R, S, T, D, V, X, Y, Z, A puncta, & appendatur graue G à puncto Q: Cum enim A C graue æqueponderet ipſi B C, F. & graue G æqueponderet ipſi H *per 18. huius*. Iam *per 44. vel 46. huius*, tota libra æqueponderabit: Et perinde pondus G à puncto Q ſuſpenſum contraniretur appenſo F H quod duplum eſt ipſius G dati; deinde pondus G appenſum à puncto R (quoniam R C ſpatium duplum ipſius ſpatij C E) iam *per 31.* æqueponderabit graui H I ſibi duplo, & ideo *per 44. vel 46.* tota libra æquependebit:

Quare

Digitized by Google

Quare tunc pondus G contranitetur appenſo F H I, quod triplum eſt ipſius G dati. Similiter pondus G appenſum à puncto S contranitetur appenſo F H I K, quod quadruplum eſt ipſius G. A puncto deinde T feretur quintuplum eiuſdem, hoc eſt totius F H I K L: à puncto D ſexcuplum, hoc eſt F H I K L M. à puncto V ſeptuplum, quod eſt ipſum F H I K L M N. à puncto X octuplum, quod eſt ipſum F H I K L M N O. à puncto Y nonuplum, quod eſt ipſum totum F H I K L M N O P. à puncto Z decuplum, quod eſt ipſum F H I K L M N O P ✱. à puncto A vndecuplum, quod eſt ipſum F H I K L M N O P ✱ ✱: ſed à puncto A quod eſt extremum baculi non ſolet appendi pondus G; ſicut neque F cum ſuis appenditur ab extremo B: Itaque vſque ad decuplum ipſius F, hoc eſt G dati ponderis, creſcit ipſius G ad alia, & alia ſpatia pendentis momentum; dum vniforme graue A B ſuſpenditur à puncto C: quod proponebatur faciendum.

Quod ſi F ponatur duplum ipſius G momenta ſpatiorum inciperẽt à triplo, & deſinerent in vndecuplum. Si F ponatur triplum ipſius G momenta initium ſumerent à quadruplo, & deſinerent in duodecuplum; & ita deinceps: Nec ſecus faciendum quocumque pondere, numeroque datis. Hinc oritur tota ratio ſtateræ, & ſacomatis. Verum ſuper eo negotio cætera, quæ non pauca proponi, & quæri poſſunt, mechanicis indaganda relinquimus.

FINIS.

Libri primi de Momentis æqualibus.
Caſtellobono 6. Decem. die Martis M. D. XLVII.

Digitized by Google

DE MOMENTIS ÆQVALIBVS

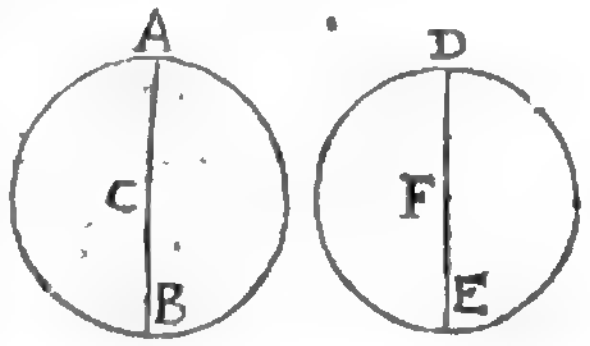
LIBER SECVNDVS.

Propositionum, quarum quædam sunt Theoremata, quædam problemata.

PROPOSITIO PRIMA.

Centrum grauitatis circuli est idem quod, & magnitudinis.

IN circulo A B centrum grauitatis sit punctum C: Aio quod C punctũ est ipsum circuli A B centrum: exponatur enim ipsi A B circulo æqualis circulus D E, in quo centrum grauitatis sit F: & per ipsa C, F puncta ducantur circulorum diametri A B, D E, quæ æquales erunt, quandoquidem æquales sunt circuli: Coaptetur igitur circulus D E circulo A B, itaut diameter D E diametro A B congruat. Tunc enim, quoniam *per sex postulatum*, congruentium figurarum congruunt centra grauitatum: congruet iam punctum F puncto C, & linea D F lineæ A C, & linea F E lineæ C B congruet: Commutatis autem diametrorum extremis, itaut superiora inferioribus cõgruant, hoc est, vt punctum D puncto B, atque punctum E puncto A conueniat, ac rursum circulus circulo coaptetur: rursum iam *per sex postulatum*, congruet centrum F centro C, & linea D F lineæ C B conueniet, & reliqua reliquæ: Itaque linea D F, quæ congruebat in prima circulorum coaptatione, lineæ A C nunc in secunda congruit lineæ C B: æquales ergo sunt lineæ A C, C B, vt quæ mensurantur ab eadem linea D F: Et perinde cum diameter sit A B, erit C punctum centrum circuli A B: Quod erat demonstrandum.



Idem aliter demonstratur sic: Coaptetur circulus D E circulo A B itaut diameter D E diametrum A B secet; & quoniam *per sex postulatum*, congruentium figurarum grauitatum centra, congruet iam centrum grauitatis F centro grauitati C, & propterea diametri secabunt se vicissim super puncto C, suntque diametri A B, D E eiusdem circuli, quandoquidem congruentibus periferijs, vnus fit circulus; diametri autem secant se super centro: Igitur C centrum magnitudinis est circuli A B; sicut proponitur demonstrandum.

PROPOSITIO II.

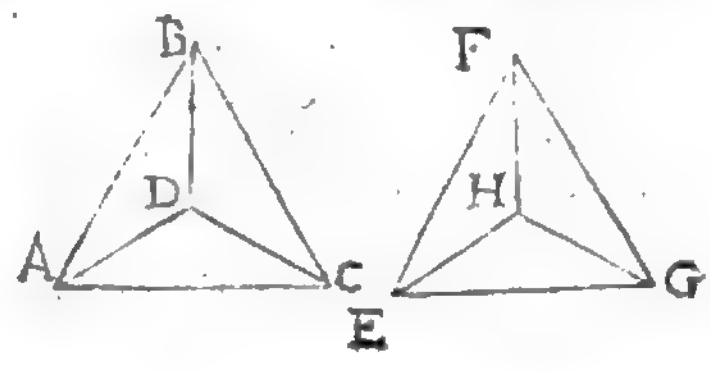
Centrum grauitatis rectilinei æquilateri, & æquianguli est idem, quod & magnitudinis.

SIt triangulum æquilaterum, & ideo æquiangulum A B C, cuius grauitatis centrum sit D. Aio quod D est centrum magnitudinis trianguli A B C, hoc est centrũ circuli circumscribentis triangulum: exponatur enim ipsi A B C triangulo equilaterum triangulum E F G in quo centrum grauitatis sit H, & coniugantur centra grauitatum

D, H

Digitized by Google

D, H cum angulis, & coaptetur triangulum E F G triangulo A B C, vt punctum E puncto A, punctum F puncto B, & punctum G puncto C congruat, sic enim linea E H congruet lineæ A D, & linea F H lineæ B D, & linea G H lineæ D C, quandoquidem *per sextũ postulatum* centrũ grauitatis H congruet centro grauitatis D; congruentibus iam figuris. Rursum commutatis angulis coaptetur triangulũ E F G triangulo A B C, ita scilicet, vt angulus F angulo A, angulus G angulo B, & angulus E angulo C congruat: Sic enim rursum congruet *per dictum postulatum*, centrum grauitatis H centro grauitatis D; & ideo linea F H cõgruet lineæ A D, linea G H lineæ B D, linea E H lineæ C D: quamobrem linea F H, quæ in prima triangulorum coaptatione congruebat lineæ B D: nunc in secunda, congruet lineæ A D: Igitur lineæ A D, B D sunt æquales quãdoquidem ab eadem linea F H mensurantur. Item linea G H, quæ prius congruebat lineæ D C, nunc congruit lineæ B D, & ob id lineæ B D, D C æquales, quandoquidem eidem G H cõgruunt: Ergo omnes tres lineæ A D, B D, D C sunt æquales: Quapropter punctum D centrum magnitudinis est in triangulo A B C, quandoquidem æquè remouetur ab extremis: Similiter idipsum demonstrabimus in quacumque figura æquilatera, & æquiangula: Quod quidem proponebatur demonstrandum.



COROLLARIVM.

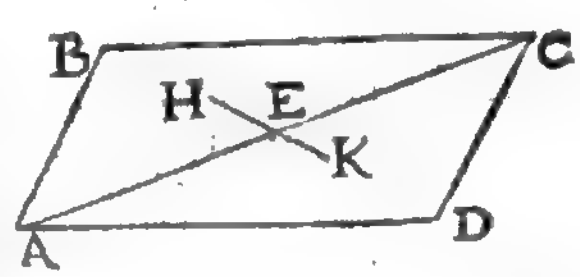
VNde simul manifestum est, quod in omni figura æquilatera, & æquiangula centrum grauitatis, & centrum circuli circumscribentis figuram ipsam est.

PROPOSITIO III.

Centrum grauitatis in parallelogrammo est punctum, in quo diameter per æqualia secatur.

SIt parallelogrammum A B C D, in quo diameter A C secetur per medium in puncto E: Aio quod E centrum grauitatis est parallelogrammi A B C D: Namque parallelogrammum A B C per diffinitionem, grauevniforme est: agatur igitur per punctum E linea ipsis B C, A D lineis æquidistans F E G, quæ *per 2. sex Euclidis* secabit per æqualia tam latus A B, quam latus C D: Vnde triangula A E F, C E G mutuem æquilatera erunt, & ideo linea F E æqualis lineæ E G: cumque F G sit axis ipsius grauis vniformis A B C: erit *per 25. præcedentis libelli*, E centrum ipsius grauis A B C: Quod fuit demonstrandum.

Sed & aliter idem demonstratur sic: Sit *per 5. præcedentis*, inuentum in triangulo A B C centrum grauitatis H, & in triangulo C D A centrum grauitatis K, & coniungantur H E, E K: Iam triangulum C D A superpositum triangulo A B C congruet, (quandoquidem inter se æquilatera sunt:) Quare *per 6. postulatum*, congruet centrum K centro H, & linea E K lineæ E H: æquales ergo erunt anguli C E K, A E H vt qui coaptati congruant: sed *per 13. primi Euclidis*, anguli C E K, K E A simul æquales sunt duobus rectis: Igitur, & anguli



 A E H,

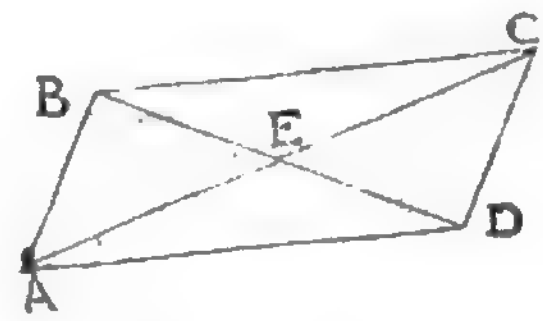
Digitized by Google

A E H, K E A ſimul æquales ſunt duobus rectis: Quare *per 14. primi Euclidis*, lineæ H E, E K ſunt vna recta linea (& inter ſe æquales, quoniam congruunt: Sunt autem triãgula A B C, C D A inter ſe æqualia: & ideo *per 16. præcedentis*, æqualiter diſtant eorum centra H, K à communi centro, quod *per 6. eiuſdem*, eſt in linea H K: punctum autem in linea H K, à quo centra H, K æqualiter diſtant, eſt punctum E: Igitur punctum E eſt commune centrum ipſorum triangulorũ A B C, C D A, hoc eſt parallelogrammi A B C D: Quod erat demonſtrãdũ.

PROPOSITIO IV.

Centrum parallelogrammi eſt in ſectione diametrorum.

ESto parallelogrammum A B C D, cuius diametri A C, B D ſe viciſſim ſecent in puncto E: Aio quod E punctum eſt centrum grauitatis parallelogrammi: Nam propter æquidiſtantiam linearum triangulum A E B æquiangulum eſt triangulo C E D: & *per 34. primi Euclidis*, latus C D æquum lateri A B: Igitur triangulum A E B æquilaterum triangulo C E D *per 26. eiuſdem*; Itaque latus C E æquale lateri E A: & perinde diameter A C per æqualia ſecatur in puncto E: *per præcedentem* ergo punctum E centrũ grauitatis parallelogrammi A B C eſt: Quod fuit demõſtrandum.



PROPOSITIO V.

Si per centra partium, & centrum totius tres æquidiſtantes lineæ ducantur, quæ per centrum totius media erit linearum; Segmenta autem cuiuslibet lineæ ſectæ ab æquidiſtantibus inter æquidiſtantes recepta erunt grauibus vice verſa proportionalia: Vnde ſi grauia ſint æqualia: ſegmenta prædicta æqualia erunt: & è contrario.

DVorum grauium partialia centra ſint A, B, commune vero centrum eorum tanquam vnius ſit C: ducantur per tria puncta A, B, C tres æquidiſtantes D A, E B, F C: Aio quod harum trium linearum media eſt F C, quæ per centrum totius: Item ſuper inducatur æquidiſtantibus vtcumque linea D F E: Aio quod ſicut eſt graue A ad graue B, ſic eſt ſpatium E F ad ſpatium F D: coniugatur enim A B, eritque *per 6. præcedentis libri*, centrum C in recta A B: & perinde F C media eſt inter ipſas A D, B E: Quod eſt primum: Alterum ſic patet: Si D F E æquidiſtant ipſi A B: Iam *per 34. primi Euclidis*, tunc E F ipſi B C, atque F D ipſi C A æqualis eſt: ſed *per 27. præmiſſi libri*, ſicut graue A ad graue B, ſic ſpatium B C ad ſpatium C A: ergo & ſicut ſpatium E F ad ſpatium F D; ſic graue A ad

graue

Digitized by Google

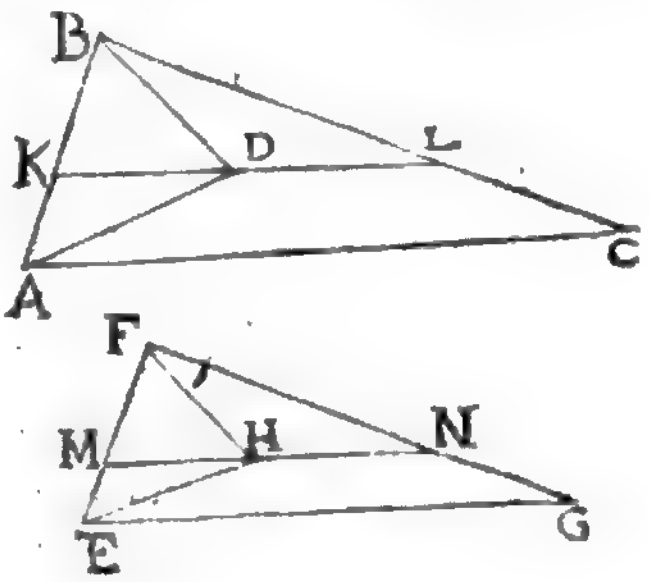
graue B: Quod eſt propoſitum: Si verò D F E non ſit æquidiſtans ipſi A B, tunc ducatur D H G ipſi A B æquidiſtans, eritque, vt iam oſtenſum eſt, ſicut graue A ad graue B, ſic iam G H ad H D: Sed *per 2. ſexti Euclidis*, ſicut G H ad H D, ſic E F ad F D: Ergo ſicut E F ad F D, ſic graue A ad graue B: Quod erat demonſtrandum.

Corollarium autem, quod infertur, eſt per ſe manifeſtum.

PROPOSITIO VI.

Si per centra ſimilium triangulorum æquidiſtantes correlatiuis lateribus aganrur, actæ ad eandem rationem ſecabunt reliqua latera.

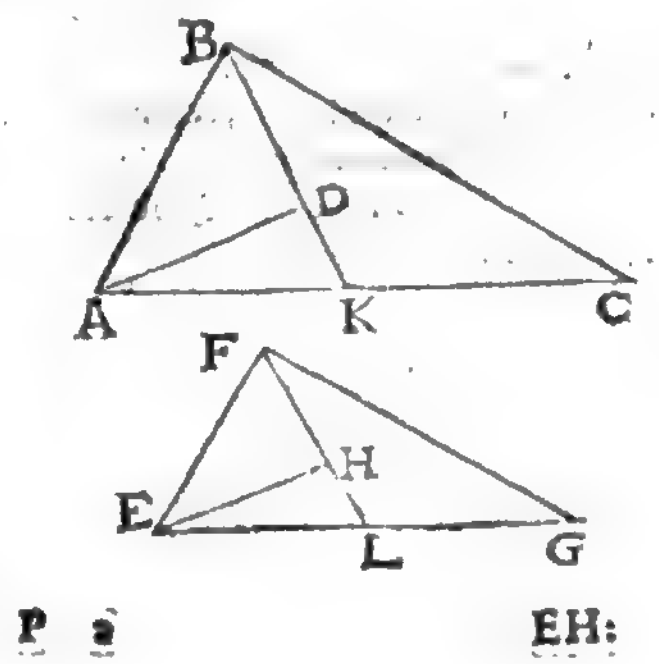
SVnto duo triangula ſimilia A B C, cuius centrum D, & E F G, cuius centrum H, & per centra D, H ducantur ipſis A C, E G baſibus correlatiuis æquidiſtantes K D L. M H N ſecantes apud K, L, M, N triangulorum latera. Aio quod ſicut A K, ad K B ſic E M ad M F: coniungantur enim A D, D B, E H, H F, eruntque *per 7. poſtulatum*, triangula A D B, E H F ſimilia; quandoquidem ſimilium triangulorum A B C, E F G, cẽtra ſunt D, H: Igitur anguli B A D, F E H æquales: ſed anguli B A C, F E G *per hypotheſim* æquales: Ergo anguli D A C, H E G reſidui æquales: Quare, & eorum coalterni A D K, E H M æquales; Vnde, in triangulis A D K, E H M reliqui anguli A K D, E M H ſunt æquales: Similia igitur ſunt triangula A D K, E H M quando æquiangula ſunt: & perinde reſidua triangula K D B, M H F æquiangula, & perinde ſimilia inter ſe ſunt. Quamobrem *per 4. ſex Euclidis*, eorum latera proportionalia: Hoc eſt in triangulis A D K, E H M, ſicut iam eſt A K, ad E M, ſic K D ad M H: In triangulis autem K D B, M H F, ſicut eſt K D ad M H, ſic K B ad M F: Igitur ſicut K B ad M F ſic A K ad E M: & permutatim: ſicut A K ad K B, ſic E M ad M F: Quod fuit demonſtrandum: & *per 2. ſex Euclidis*, ad eandem rationem ſecantur latera reliqua B C, F G, in ipſis L, N punctis: quemadmodum proponitur.



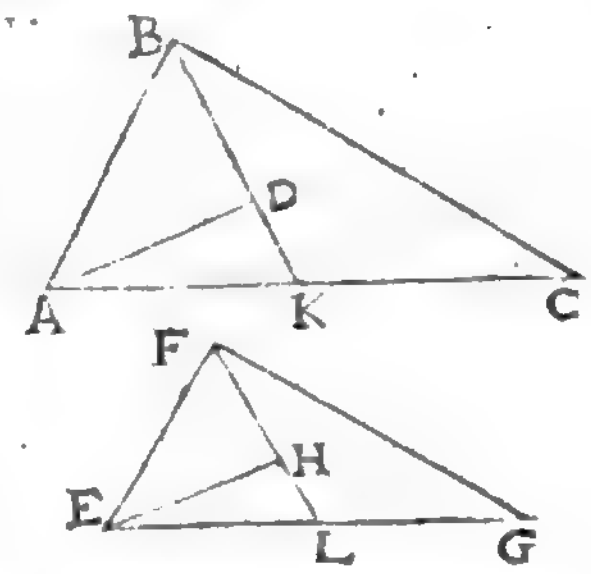
PROPOSITIO VII.

Si à relatiuis angulis ſimilium triangulorum per centra grauitatum rectæ agantur: actę ad eamdem rationem ſecabunt oppoſita latera.

SVnto ſimilia triangula A B C, cuius centrum D, & E F G, cuius centrum H, & ab angulis æqualibus B, F per centra D, H agantur rectæ B D K, F H L coincidentes oppoſitis lateribus apud K, L puncta: Aio quod portiones A K, K C proportionales ſunt portionibus E L, L G: Coniungantur enim A D,



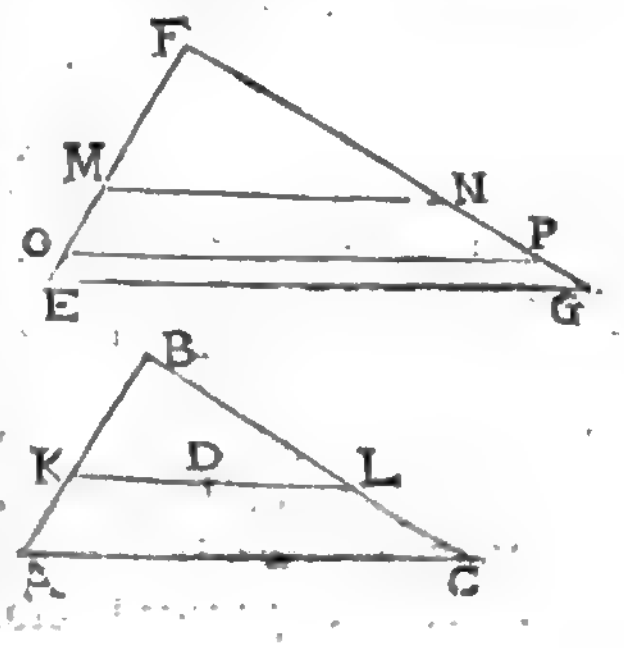
EH: eruntque *per 7. poſtulatum*, triangula ABD, EFH ſimilia: Quandoquidem ſimiliũ triangulorum ABC, EFG centra ſunt D, H: Ergo angulus ADB æqualis angulo EHF: & angulus BAD æqualis angulo FEH: Itaque ſuperſunt triãgula ADK, EHL æquiangula: Quamobrẽ *per 4. ſexti Euclidis*, in triangulis ABC, EFG, ſicut AC, ad EG, ſic AB ad EF: & in triangulis ABD, EFH, ſicut AB ad EF, ſic AD ad EH: & in triãgulis ADK, EHL ſicut AD ad EH, ſic AK ad EL. Igitur & ſicut AK, ad EL, ſic AC ad EG: Quapropter *per 19. quinti*, ſicut AC ad EG, ſic KC ad LG: & ideo ſicut KC ad LG, ſic AK ad EL: proportionalia igitur ſunt ſegmenta AKC ſegmentis ELG: Quod eſt propoſitum.



PROPOSITIO VIII.

Si per centrum grauitatis trianguli linea æquidiſtans vni laterum, & reliqua ſecans ducatur; & in triangulo ſimili linea correlatiuo lateri æquidiſtans ad eandem rationem ſecet latera, ibit per centrum.

SVnto ſimilia triangula ABC, cuius centrum D, & EFG; & per centrum D ipſi AC lateri æquidiſtãs ducatur KDL. In triangulo autem EFG ducatur linea MN æquidiſtans lateri EG; quod correlatiuum eſt lateris AC, & ſecans latera FE, FG in punctis M, N ad eam rationem, ad quam ſecantur latera AB, BC in punctis K, L. Aio quod MN it per centrum grauitatis trianguli EFG: nam ſi linea MN per centrum non it; eat, ſi poſſibile eſt, per centrum linea OP ipſi EG æquidiſtans, eritq; *per 6. huius*, ſicut FO ad OE, ſic BK, ad KA: ſed per hypotheſin, ſicut iam BK ad KA, ſic FM ad ME: Igitur ſicut FM ad ME, ſic FO ad OE: Et coniunctim ſicut FE ad EM, ſic FE ad EO: Quare, OE, EM æquales: pars, & totum: quod eſt abſurdum. Omnino igitur MN per centrum trianguli EFG incedit: Quod erat demonſtrandum.



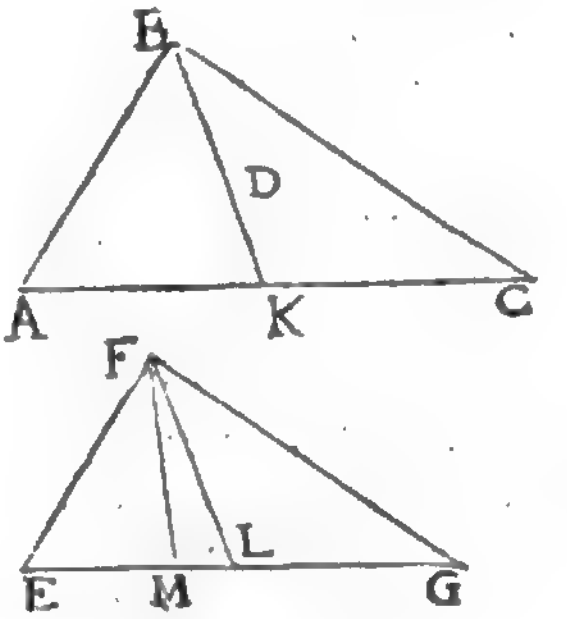
PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO IX.

Si ab angulo trianguli cuiuſpiam per centrum ad oppoſitum latus linea ducatur, linea in ſimili triangulo ducta ab angulo correlatiuo, & oppoſitum latus ad eandem rationem ſecans ibit per centrum.

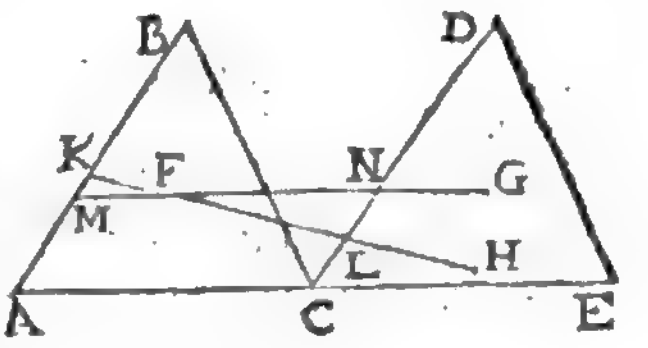
SVnto ſimilia triangula A B C, cuius centrũ D, & E F G, & ab angulis correlatiuis B, F ducantur lineæ B K per centrum D: & F L ſecans latus E G in puncto L ad eam rationem, ad quam ſecatur latus A C in puncto K. Aio iam quod F L per centrum trianguli E F G incedit: Nam ſi F L per centrum trianguli E F G nõ incedit; eat per centrum, ſi poſſibile eſt linea F M, eritque *per 7. huius*, ſicut E M ad M G, ſic A K ad K C: Supponitur autem ſicut A K ad K C, ſic E L ad L G: Ergo ſicut E L ad L G, ſic E M ad G M, & coniunctim ſicut E G, ad G L ſic E G, ad G M: Quare L G, G M æquales: pars, & totum, quod eſt impoſſibile: Aſtruitur ergo propoſitum.



PROPOSITIO X.

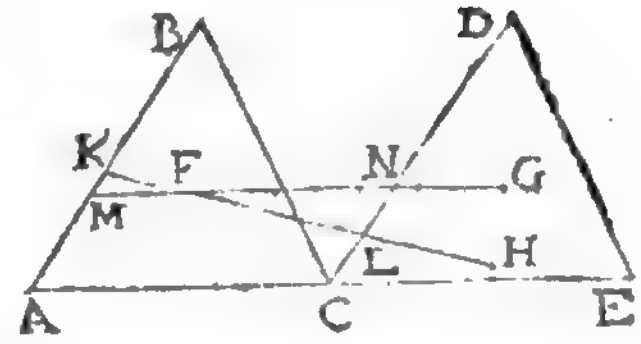
Si duo triangula inuicem æquilatera ſuper eamdem lineam ſimiliter poſita ſint; eorum centra, & commune centrum erunt in vna recta æquidiſtante illi, ſuper quam triangula ſunt poſita, ſecante & reliqua latera.

SInt duo triangula A B C, C D E inuicem æquilatera, quorum baſes A C E ſint æquales, & in eadem recta. Item latus A B lateri C D, & reliqueum reliquo æquale; & quorum centra grauitatum ſint F, G: Aio quod F, G centra ſunt in linea æquidiſtante ipſi A C E: Coniugatur enim F G, quæ ſi non æquidiſtat ipſi A C E, æquidiſtet F H, & producta coincidat lateribus A B, C D apud K, L; Eritque A K L C parallelogrammum: Et perinde A K, C L æquales: Quare B K, D L æquales; Igitur cum linea K L per centrum eat trianguli A B C, æquidiſtans baſi A C, & in triangulo ſimili C D E linea L H correlatiuo lateri C E æquidiſtans ad eandẽ rationem ſecet latus C D, ad quam latus A B ſecatur: Iam ideo *per 8. huius*, L H ibit per centrum trianguli C D E: quod eſt impoſſibile: Nam centrum per hypotheſim eſt G punctum extra lineam L H: omnino igitur linea F G æquidiſtabit ipſi A C E ſicut proponitur.



Vel ſic, per centrum F ducatur ipſi A C E æquidiſtans, lateribuſque A B, C D apud M, N

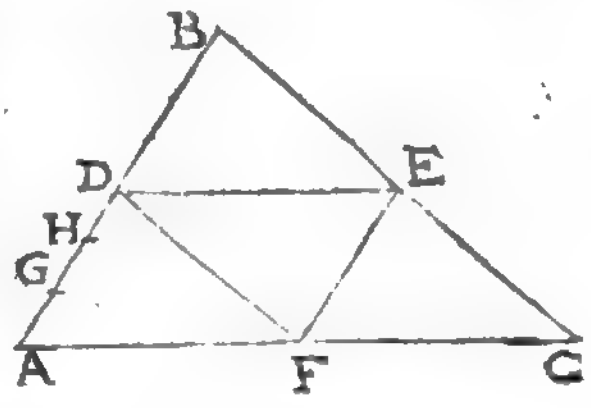
M,N puncta coincidens M F N linea: eruntque in parallelogrammo A M N C latera A M, C N æqualia: & ideo B M, D N æquales: Itaque linea M F N æquidistans basibus A C E ad eandem rationem secat latera A B, C D in punctis M,N, quæ sunt latera correlatiua similium triangulorum. Itque per centrum F trianguli A B C: Igitur *per 8. huius*, linea M F N producta per centrum G trianguli C D E ibit: & perinde centra F, G sunt in linea M F N G æquidistante ipsi A C E, & *per 6. præcedentis* centrum commune triangulorum A B C, C D E in linea F G, sicut proponitur demonstrandum.



PROPOSITIO XI.

Si in quolibet Triangulo linea basi æquidistans secet reliqua latera per æqualia, centrum grauitatis trianguli erit in trapetio ad basim relicto.

SIt triangulum A B C, in quo linea D E basi A C æquidistans secet A B, B C latera singula per æqualia in punctis D,E: Aio quod centrum grauitatis triāguli A B C est in trapetio A D E C: secetur enim A C basis per æqualia in puncto F, & coniungantur D F, F E: quæ *per secundam sexti Euclidis*, æquidistantes erunt ipsis A B, B C lateribus; Vnde triangulum A B C secatur in quatuor triangula sibi similia, & inter se æqualia, & æquilatera. Itaque *per præcedentem*, triangulorum A D F, F E C inter se æquilaterorum, & super vnam lineam A F C, similiter positorum commune centrum est in linea æquidistāte ipsi A F C, & secante cætera triangulorum latera: secabit igitur talis æquidistans ipsam A D secet in puncto G; *per 3. autem huius*, centrum grauitatis parallelogrammi B D F E est in diametro D E æquidistente iam ipsi A F C: Cum igitur per centra partium eant duæ æquidistantes, hoc est, quæ per punctum G, & ipsa D E: quę scilicet per punctum G, per centrum commune triangulorum A D F, F E C tanquam vnius partis, & ipsa D E per centrum parallelogrammi B F tanquam alterius partis: Iam *per 5. huius*, æquidistans tertia, quæ per centrum totius trianguli A B C media erit prædictarum: ibit igitur per medium punctum inter puncta D,G quod sit H: sed talis æquidistans ducta per punctum H fertur intra quadrilaterum A D E C: Ergo centrum trianguli totius A B C, erit intra quadrilaterum A D E C: Quod fuit demonstrandum.



PROPOSITIO XII.

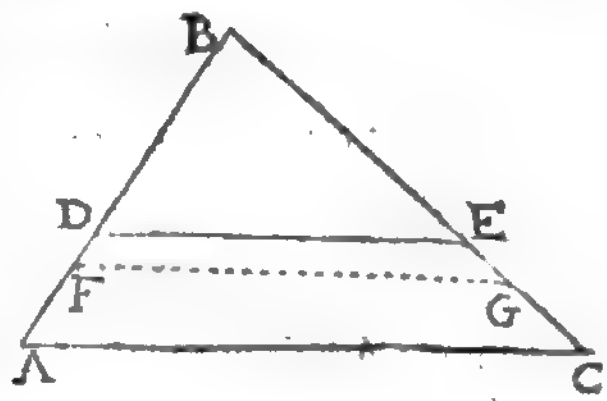
Si per centrum grauitatis trianguli cuiuslibet basi æquidistans ducatur secans reliqua latera, portio lateris ad verticem trianguli recepta maior erit quam reliqua.

IN triangulo A B C agatur basi A C æquidistans per centrum trianguli, & reliqua latera A B, B C secans linea D E: Aio quod portio B D maior est portione D A:

Nam

Digitized by Google

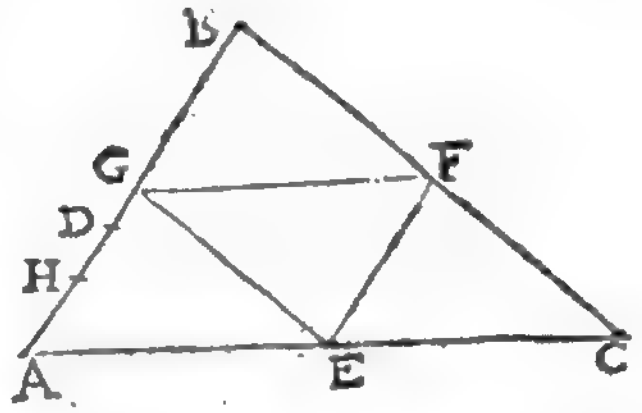
Nam ſi B D non ſit maior quam D A, erit aut ei æqualis, aut ea minor: ſi æqualis, tunc *per præcedentem* centrum trianguli A B C erit intra quadrilaterum A D E C: Quod eſt contrarium ſuppoſito, ſupponitur enim centrum in linea D E. Si autem B D ſit minor, quam D A, tunc eo magis centrum trianguli A B C erit intra relictũ trapeziũ A D E C: Quod rurſum aduerſatur hypotheſi: Non eſt ergo B D æqualis ipſi D A, neque minor ea: Maior ergo erit: ſicut proponitur demonſtrandum.



PROPOSITIO XIII.

Si per centrum grauitatis cuiuslibet trianguli ducatur linea æquidiſtans baſi, & ſecans reliqua latera; portio lateris ad verticem, recepta erit ad reliquam dupla.

IN triangulo A B C ducatur linea per centrum æquidiſtans baſi A C, & ſecans reliqua latera, vt pote latus A B apud D punctum: Aio quod B D portio dupla eſt ipſius D A: Nam *per præcedentem*, B D maior erit, quam D A: ſecetur ergo A B per æqualia in puncto G, cadetque punctum D in linea A G: ſecentur itẽ latera B C, C A per æqualia in punctis E, F, & coniungantur E F, F G, G E: eruntque facta triangula inter ſe æquilatera, & æqualia: ſecetur itaque A D per æqualia in puncto H, eruque ſicut B A ad A G, ſic iam D A ad A H: vtraque enim dupla ad vtramque, & permutatim, ſicut B A ad A D, ſic G A ad A H; & diſiunctim, ſicut B D ad D A, ſic G H ad H A: Itaque cum æquidiſtans baſi A C ducta per centrum trianguli A B C, ſecet latus A B apud punctum D: Iam *per 8. huius*, linea ducta per punctũ H æquidiſtans correlatiuæ baſi A E, ibit per centrum trianguli A G E, & ideo per centrum trianguli E F C, & per centrum commune triangulorum A G E, E F C *per x. huius*, ſed *per 3. huius*, centrum parallelogrammi B G E F eſt in diametro G F æquidiſtante ipſi A E C: Trium igitur æquidiſtantium euntium per puncta D, G, H, quæ per punctum D it per centrum totius trianguli ſcilicet A B C: quæ autem per puncta G, H eunt per centra partium, hoc eſt, quæ per punctum H, it per centrum commune triangulorum A G E, E F C tanquam vnius partis: quæ autem per punctum G it per centrum parallelogrammi B G E F alterius partis: ſuntque partes ipſæ æquales: Æquale eſt enim parallelogrammum B G E F triangulis A G E, E F C ſimul ſumptis: Igitur *per corollarium quinti huius*, ſegmenta G D, D H æquidiſtantibus intercepta ſunt æqualia: Æquales autem fuerunt D H, H A: æquales ergo ſunt G D, D H, H A, & perinde G H dupla ad H A, fuitque ſicut G H ad H A, ſic B D ad D A; & B D igitur dupla ipſius D A: Quod erat demonſtrandum.

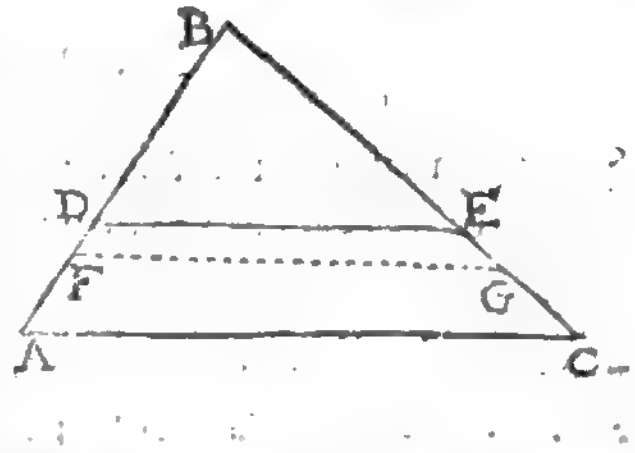


PRO-

PROPOSITIO XIV.

Si in quolibet triangulo linea basi æquidistans ita secet reliqua latera, vt portio ad verticem recepta dupla sit reliquæ: secans it per centrum grauitatis trianguli.

IN triangulo A B C ducatur basi A C æquidistans linea D E, ita secans latera, vt B D portio dupla sit ipsius D A: Aio quod D E incedit per centrum trianguli A B C: Nam si D E per centrum non it, eat si possibile est per centrũ ipsa F G æquidistans ipsi A C: eritque *per præcedentem*, B F dupla ipsius F A: est autẽ per hypothesim B D dupla ipsius D A: Igitur F A tertia pars est totius A B, & D A tertia pars eiusdem: & perinde æquales sunt D A, A F: pars & totum: Quod est impossibile: Omnino igitur D E per centrum it trianguli A B C,



Alia demonstratio (in figura sequentis propositionis:) Ex triangulo A B C sumo latus A B, quod secetur per aqua apud G, & A G linea in tria æqualia G D, D H, H A: & per punctum D ducatur linea parallelus basi A C: Aio quod talis parallelus it per centrum trianguli A B C: secto enim triangulo A B C in duo triangula similia, & æqualia super basim A C relicto parallelogrammo: Erit centrum parallelogrammi in parallelo per punctum G: centrum autem commune triangulorum ad basim in parallelo per H *per* 3. 2. *& per vltimum postulatum*: Itàq; congruit ratio ponderum suppositio: quandoquidem centra partium æqualium æqualiter hinc inde distant à centro communi totius: Nam duo triangula partialia cõponunt simul æquum parallelogrammo, & spatia sunt H D, D G, & centrum totius trianguli in linea per punctum D, neque aliter se habere centra possibile est. Sit enim si possibile est centrum totalis trianguli in parallelo per punctum M versus partes B per spatium D M recedens: & tunc *per vltimum postulatum*, centrum commune triangulorum partialium ad basim secedet eodem versus per spatium H N, quod sit dimidium ipsius D M, quando latus trianguli partialis dimidium est lateris trianguli totalis, correlatiua comparando: Maior ergo fiet linea M N, quàm linea M G: Igitur centrum commune partium æqualium non æqualiter distabit à centris partium: quod est absurdum: Astruitur ergo propositum.

COROLLARIVM.

EX his duabus sequitur vt trium linearum per centrum grauitatis trianguli cuiuslibet ductarum, & lateribus singulis æquidistantium vnaquæque, ita secet reliqua latera, vt portio ad angulum recepta dupla sit reliquæ, & vicissim, si vnaquæque trium linearum singulis lateribus cuiuslibet trianguli æquidistantium, ita secet reliqua latera, vt portio ad angulum recepta dupla sit reliquæ: tunc tres huiusmodi lineæ se inuicem super centro grauitatis trianguli secabunt.

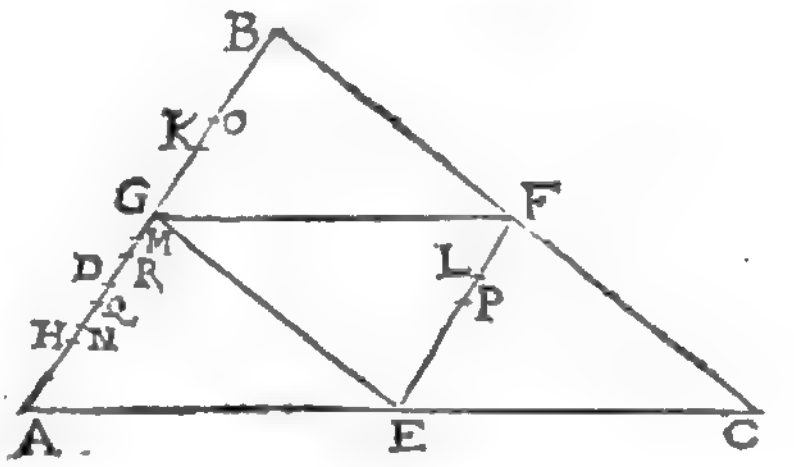
PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO XV.

Quod præcedens propoſuit aliter oſtendere.

IN triangulo A B C latus quoduis vt pote A B ſecetur apud D; Ita vt dupla ſit portio B D ipſius D A: Aio quod ducta linea per punctum D æquidiſtans baſi A C incedit per centrum trianguli A B C: ſecẽtur enim latera ſingula trianguli A B C per medium in punctis E,F,G: quæ coniungantur ductis lineis: Sic triangulum A B C ſectum erit in quatuor triangula ſibi ſimilia, & inter ſe æquilatera, & æqualia: Et quoniam A G eſt dimidium ipſius A B: Atque A D tertia pars eiuſdem A B,per hypotheſim: Idcirco erit D G ſexta totius A B,hoc eſt tertia pars ipſius A G: Secetur A D per æqualia in puncto H: Erunt A H,H D,D G æquales: harum vni ponatur æqualis tam G K,quam F L: ſic enim latus trianguli magni A B in puncto D,& latera triangulorũ partialium A G,G B,F E in punctis H,K,L ad eandem rationem ſecantur: Quamobrẽ ſi æquidiſtans baſi A C ducta per punctum D,it per centrum trianguli magni: æquidiſtans ducta per punctum H ibit per centrum trianguli A G E,& per centrum trianguli E F C *per* 8. *huius*,& per centrum commune ipſorum *per x*. Item æquidiſtans ducta per punctum K ibit per centrum trianguli G B F *per* 8. Sicut autem eſt aggregatum ex triãgulis A G E, E F C tanquã vna pars ad triangulum G B F tanquam alteram partem, ſic eſt ſpatium K D ad ſpatium D H, vtraq; enim ratio dupla: Igitur cum æquidiſtantes per puncta H,K ductę eant per centra partium: æquidiſtans ducta per punctum D ibit, *per* 5. *huius*, per centrum totius,hoc eſt per centrum commune trium triangulorum A G E, E F C,G B F; Sed talis æquidiſtans per punctum D it per punctum L (quandoquidem æquales,& æquidiſtantes ſunt D G, L F) ergo *per* 8. it per centrum trianguli F E G: Itaque centrum commune trium triangulorum A G E, E F C, G B F tanquam vnius partis,& centrum trianguli F E G tanquam alterius partis ſunt in æquidiſtante ducta per punctum D. Quare *per 6. præcedentis libri*, cẽtrum totius,hoc eſt trianguli magni A B C erit in eadem æquidiſtãte, ſicut iam ſuppoſitum eſt. Conuenit itaque ratio centrorum hypotheſi. Quod ſi ſecus ſupponatur,abſurditas ſequetur: Sit enim,ſi poſſibile eſt, centrum trianguli A B C in æquidiſtante per aliud,quam per punctum D ducta,vt pote in æquidiſtante per punctum M, & ponantur ipſius D M ſpatij dimidia ipſa ſpatia H N, K O, L P, D Q, ſic enim latus trianguli magni A B in puncto M,& latera triangulorum partialium A G, G B, F E in punctis N,O,P,rurſus ad eandem rationem ſecabuntur,quandoquidem dimidijs adiecta ſunt dimidia eius, quod duplo eſt adiectum: Item ſecetur per æqualia D M in puncto R, eritque O R æqualis ipſi K D,atque R N æqualis ipſi D H,cumque dupla ſit K D ipſius D H,& ipſa O R dupla erit ipſius R N,quapropter per ea,quę prius adducta ſunt;quoniam centrum trianguli A B C ponitur in æquidiſtante ipſi A C ducta per punctum M: erit iam centrum commune triangulorum A G E,E F C in æquidiſtante ducta per punctum N: centrum trianguli G B F in æquidiſtante ducta per punctum O: centrum porro commune trium triangulorum A G E, E F C, G B F in æquidiſtante ducta per punctum R, tanquam vnius partis; centrum denique trianguli F E G tamquam alterius



rius partis in æquidiſtante ducta per puncta P, Q: Fuit verò centrum totius hoc eſt trianguli magni A B C in æquidiſtante ducta per punctum M: Itaque æquidiſtans ducta per centrum totius non eſt media intra æquidiſtantes ductas per centra partium. Quod eſt impoſſibile *per 5. huius*. Centrum igitur trianguli A B C non eſt in alia æquidiſtante quã per D punctum ducta. Quẽadmodum proponitur demonſtrandum.

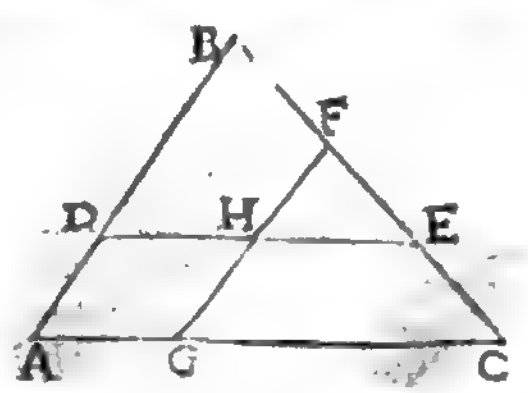
ALIA BREVIS DEMONSTRATIO.

EX triangulo A B C, præcedentis propoſitionis, capiatur latus A B, & ſimiliter ſecetur, vt dictum eſt: & per punctũ D ducatur parallelus baſi A C: Oſtendam rurſus quod talis parallelus it per centrum trianguli A B C: Nam diuiſo triangulo A B C in quatuor triangula æqualia, & ſimilia, quorũ tria angularia ſimilem ſitum habent: medium verò conuerſam poſitionem; Item *per vltimum, & penultimum poſtulatum, & per 27. primi*. Centrum commune trium triangulorum angularium erit in parallelo per punctum D, & centrum triãguli medij in eodem parallelo: Congruitque ratio põderum ſuppoſito, neque aliter ſe habere centra poſſibile eſt: Nam ſi centrum totalis trianguli ſit in parallelo per punctum M, tunc centrum trium triangulorum angularium erit in parallelo per punctum R, ita vt D R ſpatium ſit dimidium ſpatij D M *per vltimum poſtulatum*. Centrum autem trianguli mediani in parallelo per punctum Q per tantumdem ſpatium D Q ad partes diuerſas recedente propter contrariam trianguli mediani poſitionem: Vnde centrum commune totalis trianguli ſcilicèt, non interiacebit centris partium: Quod eſt abſurdum: Superest Ergo propoſitum.

PROPOSITIO XVI.

Duarum linearum duobus lateribus cuiuslibet trianguli æquidiſtãtium, & latera reliqua ità ſecantium, vt portio ad angulum recepta, dupla ſit reliquæ, vtraque alteram per æqualia diuidit.

IN triangulo A B C linea D E æquidiſtet lateri A C, & linea F G æquidiſtet lateri A B, quæ duæ lineæ ità ſecent reliqua latera, vt portiones ad angulos B, C receptæ duplæ ſint reliquarum, hoc eſt, vt B D ipſius D A, & ideo B E ipſius E C dupla ſit: Itemque G F ipſius F B, & ideò C G ipſius G A dupla ſit, quæ lineæ ſecãt ſe inuicẽ in puncto H: Aio quòd per æqualia ſe inuicem ſecabunt; hoc eſt quod ipſe D H, H E inter ſe æquales, & ipſæ F H, H G inter ſe æquales erunt: Nam cum per hypotheſim, & 2. *ſex. Euclidis*. B E dupla ſit ipſius E C: Iam tota B C tripla erit ipſius C E: Itemque cum C F per eadem dupla ſit ipſius F B, Iam tota B C tripla item erit ipſius B F: Itaque tàm C E quàm F B tertia pars eſt totius B C, & perinde F E tertia pars reſidua eiuſdem: Æquales ergo ſunt C E, E F, F B lineæ: Et ideo *per 2. ſex. Euclidis*. in triangulo D B E ipſæ D H, H E æquales inter ſe; & in triangulo G F C ipſæ F H, H G ſimiliter æquales inter ſe erunt; Cum æquidiſtans baſi ad eamdem rationem ſecet latera reliqua; Et hoc fuerat demonſtrandum.



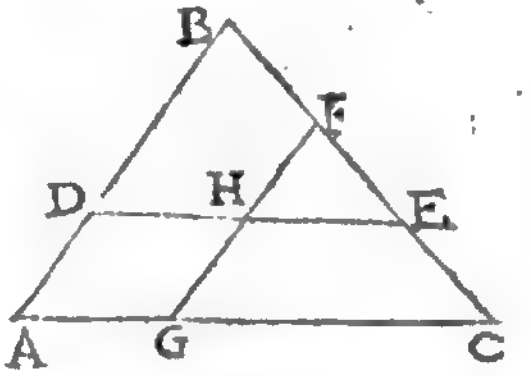
PR O-

Digitized by Google

PROPOSITIO XVII.

Si in quolibet triangulo ducatur linea æquidiſtans baſi,& ſecans reliqua latera, ita vt portio ad verticem recepta dupla ſit reliquæ;tunc quæ per punctum mediæ diuiſionis ductæ vni-ſectorum laterum æquidiſtat, ſimiliter ſecat latera, & viciſſim per æqualia ſecatur à ducta.

SIt vt prius triangulum A B C, in quo D E æquidiſtans baſi A C ſecet reliqua latera in punctis D,E,ita vt portiones D B,B E duplæ ſint portionũ A D,E C: Et D E per æqualia diuiſa apud H ducatur F H G æquidiſtans ipſi A B: Aio quod F C, C G portiones duplæ ſunt reliquarum B F, G A: Quodque F G per æqualia ſecatur apud H: Nam cum per hypotheſim D H, H E ſint æquales: erunt *per 2. 6. Euclidis*, & B F, F E æquales: ſed per hypotheſim E C dimidiũ eſt ipſius B E: Æquales ergo ſunt B F, F E, E C: Et perinde C F dupla ipſius B F, atque C G dupla ipſius G A: Itaque *per præcedentem.* ipſarum D E, F G lateribus trianguli A B C æquidiſtantium,& latera ſic ſecantium, vt portiones ad angulos duplæ ſint reliquarum, vtraque reliquam per æqualia diuidit; & idcirco F G bifariam ſecatur apud H: Quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO XVIII.

Si in quolibet triangulo ducatur linea vni laterum æquidiſtans, & reliqua ſecans, ita vt portiones ad angulum ſub ſectis contentum receptæ duplæ ſint reliquarum: Centrum grauitatis trianguli erit punctum, in quo ducta per æqualia diuiditur.

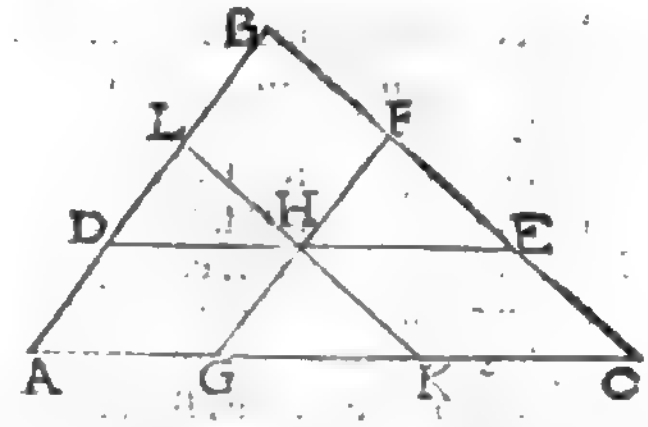
IN triangulo A B C ducatur linea D E vnilaterum vt pote A C æquidiſtans,& reliqua ſecans apud D,E puncta, ita vt portiones D B,E B duplæ ſint reliquarum D A, E C, ſeceturque D E per æqualia in puncto H: Aio quod H eſt centrum trianguli A B C. Ducatur enim per H punctum linea F H G vni ſectorum laterum, vt pote ipſi A B æquidiſtans: Eruntque *per præcedentem*, portiones F C, C G duplæ ipſarum B F, G A reliquarum: atque ideo *per 14. vel 25. huius*, tam linea D E, quam linea F G ibit per centrum trianguli A B C, nullum autem punctum in vtraque linea eſſe poteſt, niſi punctum communis earum ſectionis, quod eſt H, itaque H punctum erit centrum grauitatis trianguli A B C: Quod fuit demonſtrandum.

Digitized by Google

PROPOSITIO XIX.

Si tres lineæ tribus lateribus trianguli cuiuslibet æquidistantes ducantur ità secantes latera singula, vt portio ad angulum subsectis contentum recepta dupla sit reliquæ; ductæ se per æqualia viciſſim & ſuper vno puncto diuident, quod eſt trianguli centrum.

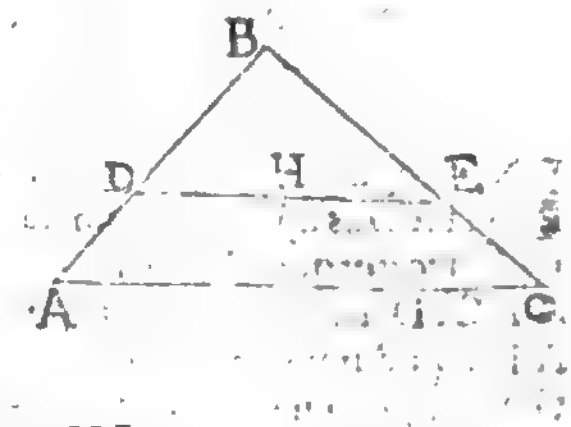
IN triangulo A B C duabus lineis D E, F G, quæ lateribus C A, A B æquidistantes sic secãt latera, vt proponitur; superueniat tertia linea K L æquidistãs tertiò lateri B C, & similiter secans latera A B, A C in pũctis K, L: Aio quod K L per punctum H ibit, omnesq; tres per æqualia in H puncto, quod trianguli A B C centrum eſt, se se dispescent: Namque *per 16. huius*, ipsarum D E, F G vtraque alterã per æqualia secat, & *per eandem* K L per æqualia secabit ipsam D E ipsamque F G, & perinde per punctum H ibit, *& per 17.* viciſſim per æqualia secabitur ab eis in puncto H: omnes igitur tres lineæ D E, F G, K L se viciſſim per æqualia secant in puncto H: Et *per præcedentem*, ipsum H punctum centrum grauitatis trianguli A B C exiſtit: Quemadmodum proponebatur demonſtrandum.



PROPOSITIO XX.

Si per centrum grauitatis trianguli cuiuslibet linea ducatur vni laterum æquidistans: portiones ipsius ductæ à centro ad latera trianguli receptæ inuicem æquales erunt.

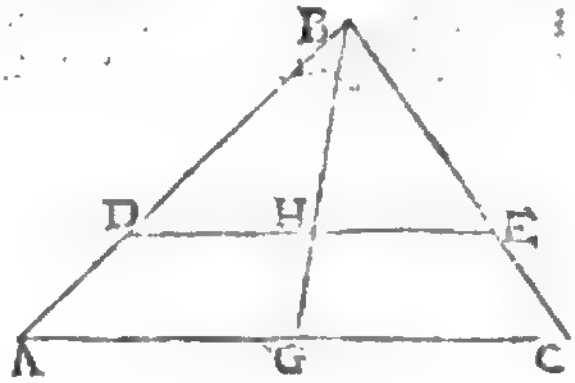
IN triangulo A B C ducatur per centrum vni laterum vt pote ipsi A C æquidistans linea D E: Aio quod D E bifariam secatur in centro: *Nam per 13. huius*; quoniam D E linea it per centrum trianguli A B C, portio B D dupla erit ipsius D A: & similiter B E ipsius E C: Igitur *per 18. huius*, centrum trianguli A B C, erit punctum, vt pote H, in quo D E per æqualia diuiditur: Æquales ergo sunt D H; H E: & hoc fuit demonſtrandum.



PROPOSITIO XXI.

Si ab angulo cuiuslibet trianguli per centrum grauitatis linea ducatur, producta per æqualia secabit ſubtenſum latus.

IN triangulo A B C ducatur à quouis angulo, vt pote B, per centrum trianguli, quod ſit H linea B H, quæ producta coincidat oppoſito lateri A C apud G punctum: Aio quod A C latus



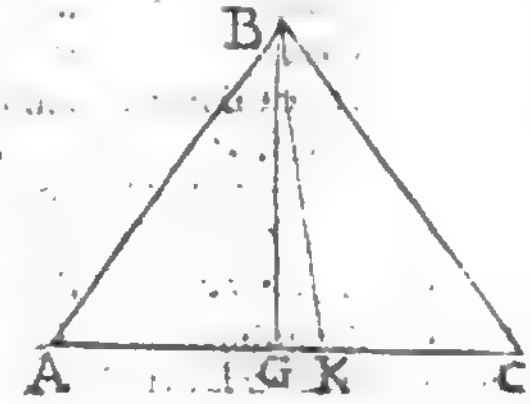
per

Digitized by Google

per æquaiia ſecatur apud G punctum: ducatur enim per centrum H ipſi A C æquidiſtans linea D H E: Eruntque per præcedentem ipſæ D H, H E portiones æquales: ſed propter æquidiſtantiam linearum D E, A C, & ſimilitudinem triangulorum A B G, D B H; & ſimilitudinem triangulorum B H E, B G C, erit ſicut A G ad D H, ſic B G ad B H: & ſicut B G ad B H, ſic G C ad H E: Igitur, & ſicut G C ad H E, ſic A G ad D H: & permutatim, ſicut A G, ad G C, ſic D H ad H E: fuit autem D H æqualis ipſi H E. Ergo, & æqualis erit A G ipſi G C: Itaque A C per æqualia ſecatur apud ipſum G punctum: Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXII.

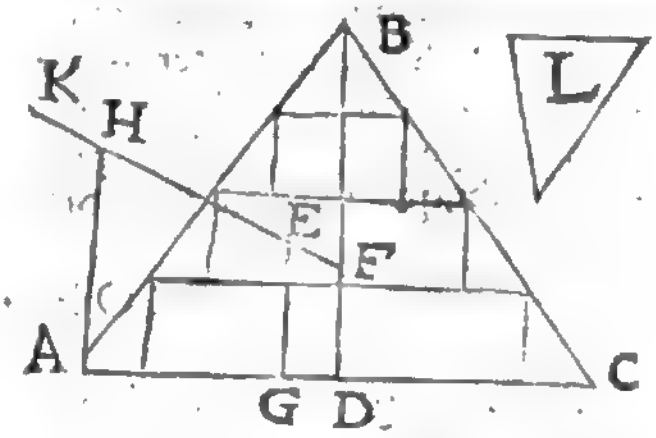
Si trianguli cuiuslibet latus quoduis per æqualia ſecetur, quæ à ſectionis puncto ad oppoſitum angulum linea ducitur, per centrum grauitatis trianguli tranſit.



IN triangulo A B C latus quodlibet vt A C per medium ſecetur in puncto G, & ducatur B G: Aio quod B G tranſit per centrum trianguli A B C: Nam ſi B G per centrum non it, eat ſi poſſibile eſt, per centrum K B incidens lateri A C apud K punctum; & ſecabitur A C apud K per æqualia *per precedentem*, ſecatur, & per æqua apud G, per hypotheſim: Quod eſt impoſſibile: Aſtruitur ergo propoſitum.

Alia demonſtratio, qua vtitur Archimedes.

IN triangulo rectilineo A B C quoduis latus vt puta A C ſecetur per æqualia in puncto D, & ducatur B D linea: Oſtendendum eſt quod centrum trianguli A B C eſt in linea B D, ſecus ſit, ſi poſſibile eſt, centrum extra lineam B D vt puta in puncto E, & ipſi B D paralleli agantur E G, A H, ſitq; ſicut A D ad D G, ſic iam triangulũ A B C ad ſuperficiem L: Mox ductis intra triangulum A B C lineis ipſi A C baſi æquidiſtãtibus, & per earum extrema alijs ipſi B D æquidiſtantibus: donec facta ſcalatim parallelogramma relinquant ſpatia trigona lateralia, quod aggregatum ſit minus ſuperficie L. Erit iam maior ratio trianguli A B C ad dictum aggregatum, quam triangulum A B C ad ſuperficiem L, hoc eſt quam lineæ A D ad lineam D G; cunque centrum commune dictorũ parallelogrammorum *per 3. ſecũdi, & per 6. primi* erit in lineæ B D, ſit illud punctum F, & coniungatur, ac producatur F E H in indefinitum: eritq; propter æquidiſtantiam linearum ſicut A D ad D G, ſic iam H F ad F E: Maior ergo erit ratio trianguli A B C ad aggregatum dictorum lateralium trigonorum, quam ratio lineæ H F ad lineam F E: ponatur itaque ſicut triangulum A B C ad dictum aggregatum relictorum lateralium trigonorum, ſic iam linea K F ad lineam F E: Eritque diſiunctim ſicut linea K E ad lineam E F, ſic iam congeries factorum parallelogrammorum ad dictum aggregatum relictorum trigonorum: Cumque E ſit centrum totius trianguli A B C, atque punctum F centrum partis vnius, ſcili-



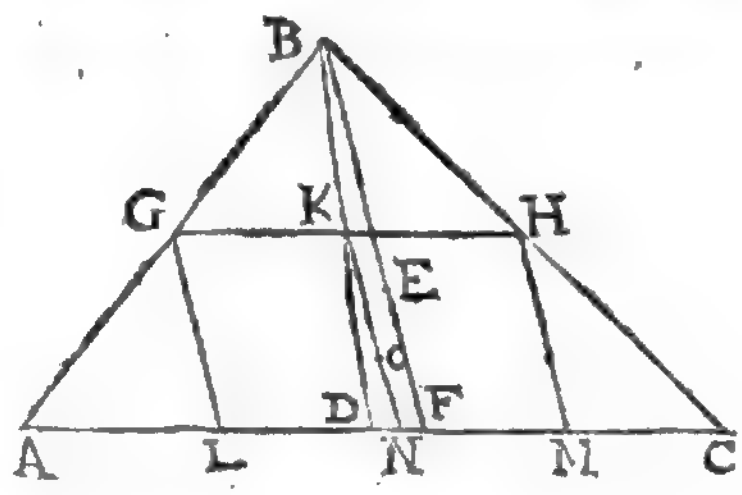
Digitized by Google

ſcilicet congeriei factorum parallelogrammorum: *Erit per* 28. *primi*, K centrum reliquæ partis, ſcilicet aggregati relictorum trigonorum: Quod eſt impoſſibile *per vltimum poſtulatum*; non enim poſſibile eſt centrum ſit extra ipſius grauis ambitum. Conſtat ergo propoſitum.

PROPOSITIO XXIII.

Idem aliter demonſtrare.

TRianguli A B C latus quodlibet A C per æqualia ſecetur in puncto D, & coniungatur B D: Aio quod B D per centrum grauitatis trianguli A B C incedit: Sit enim ſi poſſibile eſt, trianguli A B C centrum extra lineam B D vt puta in puncto E; & coniugatur B E, & producta coincidat baſi apud F, diuiſiſque per æqualia lateribus A B, B C apud puncta G, H: coniungatur G H ſecans ipſam B D apud K; coniungantur, & G D, & D H: & ipſi B F æquidiſtantes ducantur G L, H M ad baſes in triangulis A G D, D H C, ſic enim fiet, vt propter æquidiſtantiam linearum, & ſimilitudinẽ factorum triangulorum, vt ad quam rationem linea B F ſecat baſim A C in triangulo A B C totali: ad eam vtiq; rationem lineæ G L, H M in triangulis A G D, D H C partialibus ſecent baſes A D, D C: Verum B F incedit per centrum trianguli A B C: Igitur *per* 9. *huius*, lineæ G L, H M incedent per centra triangulorum A G D, D H C: ducatur ergo per centrum commune triangulorum A G D, D H C ipſis G L, H M, B F æquidiſtans linea: ibit vtiq; per punctum K; aliter enim non eſſent æqualia ſpatia inter æquidiſtantes ductas per centra partium æqualium, & per centrum totius: Quandoquidem G K æqualis ipſi K H: Quod eſſet impoſſibile *per* 5. *huius*. Sit ergo per centrum commune ipſorum triangulorum A G D, D H C ipſis G L, H M, B F æquidiſtans linea K N, in qua centrum commune dictorum triangulorum ſit O punctum *per* 4. *autem huius*, centrũ parallelogrammi B G D H eſt punctum K, in quo ſe viciſſim ſecant diametri: Itaq; cum centrum commune triangulorum A G D, D H C tanquam vnius partis ſit in puncto O: Centrũ autẽ parallelogrammi B G D H ſit in puncto K tanquam alterius partis: Iam *per* 6. *præcedentis libri*, centrum totius ex partibus compoſiti, hoc eſt centrum totalis trianguli A B C erit in linea K O: Fuit vero extra in puncto E lineę B F: quod eſt abſurdum: Non eſt ergo centrum trianguli A B C alibi, quam in linea B D: Sicut erat demonſtrandum.



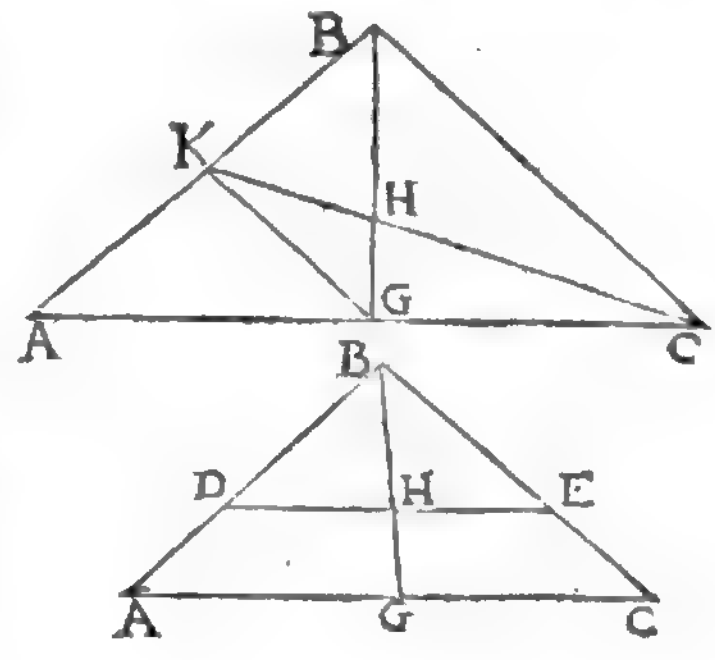
PROPOSITIO XXIV.

Centrum grauitatis trianguli ſic diuidit lineam ductam ab angulo ad medium punctum ſubtenſi lateris, vt portio ad angulum recepta dupla ſit reliquæ.

IN triangulo A B C linea à quouis angulo vt B coincidat baſi A C in punctum G bifariæ ſectionis, quæ *per præcedentem* it per centrum trianguli A B C: ſit ergo cẽtrum

Digitized by Google

trum in linea B G in puncto H: Demonſtrandum eſt, quod B H dupla eſt ipſius H G. Sic, coniungatur C H, & producta coincidat A B lateri apud K punctum: Quæ *per* 21. *huius*, per æqualia ſecabit ipſum latus A B apud K, coniugatur K G, quæ *per* 2. *ſex Euclidis*, æquidiſtabit ipſi B C, & perinde æquiangula, hoc eſt ſimilia erunt triangula B H C, G H K: Itaque vt B C ad K G ſic B H ad H G, dupla autem eſt B C ipſius K G (quandoquidem ſicut A B ad A K) ergo & dupla B H ipſius H G: quod eſt propoſitum.

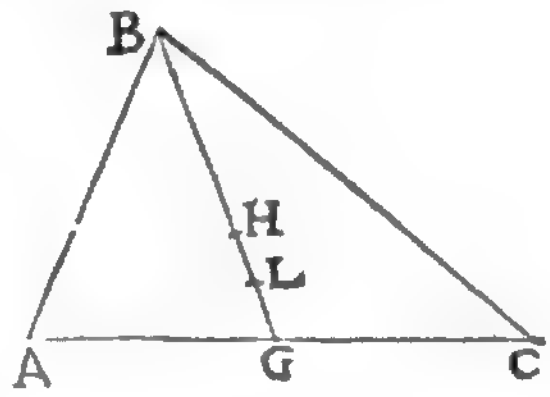


Idem aliter: ducatur per H centrũ ipſi A C æquidiſtans linea D E ſecans latera in punctis D, E: Eritque *per* 13. *huius*, B D dupla ipſius D A: ſed ſicut B D ad D A, ſic B H ad H G *per* 2. *ſex Euclidis*; Ergo, & B H dupla ipſius H G: Quod fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO XXV.

Si linea ab angulo quolibet trianguli ad medium punctum ſubtenſi lateris, ſic ſecetur, vt portio ad angulum recepta duplà ſit reliquæ, punctum ſectionis erit centrum grauitatis trianguli.

IN triangulo A B C ab angulo quolibet B cadat in pũctum G linea B G, in quo A C per æqualia diuiditur, quæ in puncto H ita ſecetur, vt B H dupla ſit ipſius H G: Demonſtrandum eſt, quod H punctum eſt centrũ grauitatis trianguli A B C. Omnino enim *per* 22. *vel per* 23. *præmiſſas*, centrum trianguli A B C eſt in linea B G, in ea ergo ſi centrum non eſt H punctum, ſit ſi poſſibile eſt L punctum: Eritq; *per præcedentem*, B L portio dupla ipſius L G: ſed per hypotheſim B H dupla ipſius H G: Igitur tam H G, quã G L fiet tertia pars ipſius B G: & perinde æquales erunt ipſæ H G, G L: pars, & totum: quod eſt impoſſibile: Non eſt ergo centrum trianguli A B C aliud quam H punctum:



Vel ſic (vt in ſecunda deſcriptione præcedentis) per punctum H ducatur ipſi A C æquidiſtans D H E: Et quoniam ſupponitur B H duplà ipſius H G: *per* 2. *ſex*, & B D dupla ipſius D A: Quare *per* 14. *vel* 15. *huius*, D E it per centrum trianguli A B C, ſed & B G it per idem centrum *per* 23. omnino ergo H punctum erit centrum trianguli A B C: Quod eſt propoſitum.

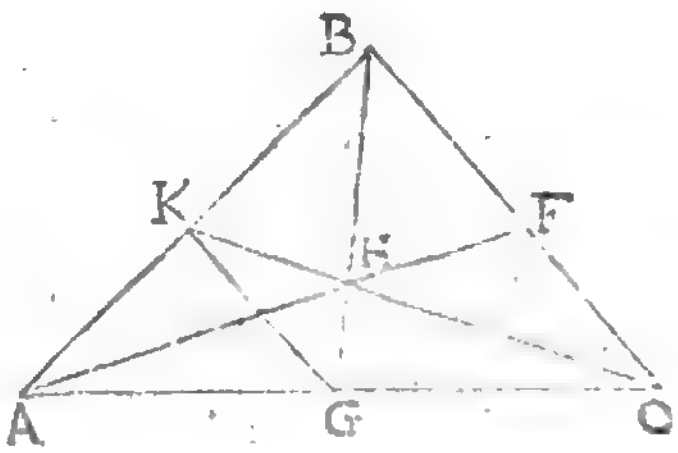
PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO XXVI.

Si tres lineæ à tribus angulis trianguli cuiuslibet productæ oppoſita latera ſingulæ per æqualia diuidant, ſe inuicem ſuper vno puncto, quod trianguli centrum eſt, ſecabnnt, ita vt earum vnius cuiuſq; portio ad angulum recepta dupla ſit reliquæ.

IN triangulo A B C latera A B, B C, C A ſingula per medium diuidantur in punctis K, F, G. Demonſtrandum eſt, quod lineæ B G, C K, A F ſeſe ſuper vno puncto quod trianguli centrum eſt, ſecant. Ita vt portiones ad angulos duplæ ſint reliquarum; Inprimis enim ipſæ B G, C K productæ ſecent ſe ſuper H puncto, & cõiungatur K G: Quæ *per* 2. *ſex Euclidis*, æquidiſtabit ipſi B C, & idcirco triangula B H C, G H K ſimilia erunt: Quare vt B C, ad K G, ſic B H ad H G, & C H ad H K: dupla autem eſt B C ipſius K G: (quandoquidem, ſicut A B ad A K) ergo, & dupla erit tam B H ipſius H G, quam & C H ipſius H K; ſimiliter autem oſtendemus quod A F producta abſcindet ex ipſa B G verſus angulum B portionem duplam reliquæ, & perinde ibit per punctum H: & viciſſim ſic ſecabitur, vt portio A H dupla ſit reliquæ H F: porrò cum ipſarum B G, C K, A F vnaquæque incedat per trianguli A B C centrum *per* 23. *huius*. Omnino centrum erit ipſum H punctum. Quæ proponebantur demonſtranda:

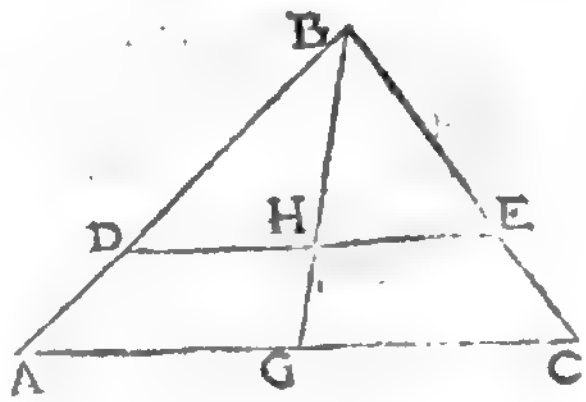


Vel ſic procede: Nam ſi trium linearum B G, C K, A F *per* 23. *huius*, it per centrum: omnino ſe viciſſim ſuper vno puncto, quod centrum eſt, ſecabunt: Quare *per* 24. portio vnius cuiuſque earum ad centrum per angulum recepta dupla erit reliquæ; & hæc fuerant demonſtranda.

PROPOSITIO XXVII.

Quod decima octaua huius propoſuit aliter demonſtrare.

IN triangulo A B C ducatur vni laterum vt pote A C æquidiſtans linea D E, & reliqua latera apud puncta D, E ita ſecans, vt B D, B E portiones duplæ ſint reliquarum D A, E C; & ipſa D E per æqualia ſecetur in puncto H: Demonſtrandum eſt quod H punctũ eſt grauitatis centrum trianguli A B C; per alia media, quam *in* 18. *huius*, oſtenſum eſt. Sic, coniungatur B H, quæ producta coincidat baſi A C in puncto G. Itaque quoniam æquidiſtat D E ipſi A C, & per æqualia ſecatur apud H, idcirco ex ſimilitudine triangulorum, & A C per medium ſecatur apud G: Quare *per* 23. *huius*, linea B G per centrum trianguli A B C incedit; eſt & B H dupla ipſius H G *per* 2. *ſex Euclidis*.



Quando

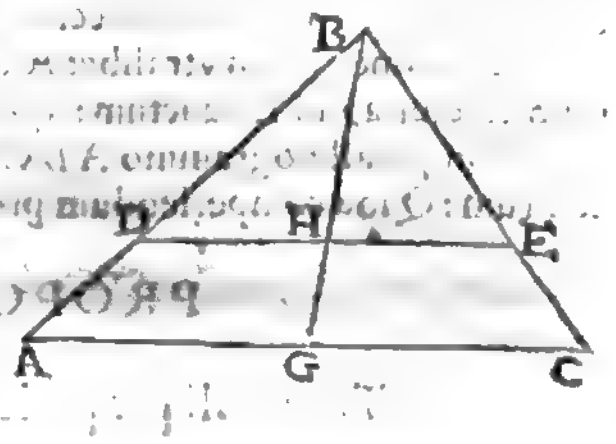
Digitized by Google

Quando æquidiſtat D H ipſi A G : & B D dupla eſt ipſius D A . Igitur *per 25. præcedentem*, H punctum eſt centrum grauitatis trianguli A B C. Quod demonſtrandum fuit: Quæ demonſtratio quoniam innititur 23. quæ non indiget adminiculo duodecim propoſitionum immediatè præcedentium, ſtat ſine earumdem auxilio: & id circo dictæ duodecim propoſitiones rurſus ex hac 27. nouo medio demonſtrari poſſent; quod nos exercitio perſpicacis ingenij relinquimus.

PROPOSITIO XXVIII.

Si linea à quolibet angulo trianguli producta ſubtenſum latus per medium ſecet, & alia eidem lateri æquidiſtans ſuſcipiat reliquorum laterum portiones ad dictum angulum duplas relictarum; punctum in quo productæ ſe inuicem ſecant eſt centrum grauitatis trianguli.

IN triangulo A B C ab angulo quolibet, vt B, producta linea B G baſim A C per æqualia ſecet in puncto G, linea verò ipſi A C æquidiſtans D E abſcindat portiones B D, B E duplas ipſarum D A, E C ſecans ipſam B G apud H: Demonſtrandum eſt, quod punctũ H centrũ eſt trianguli A B C;



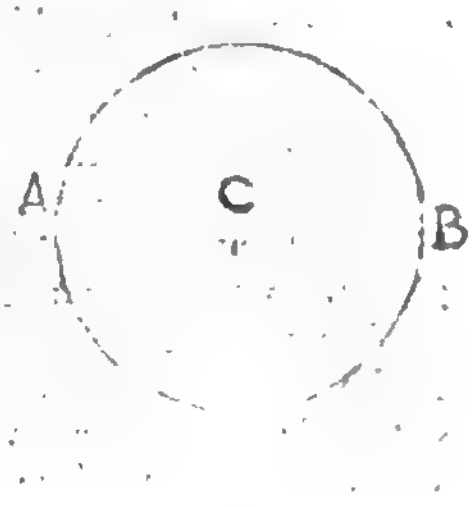
Sic, Nam cum D H æquidiſtet ipſi A G, atque B D dupla ſit ipſius D A: Iam *per 2. ſex Euclidis*, & B H dupla erit ipſius H G: Quare *per 25. huius*, H centrum erit trianguli A B C.

Vel procede ſic: Nam cum B G ſecet per æqua latus A C oppoſitum: iam *per 23. huius*, it per centrum trianguli A B C: Item cum D E æquidiſtans lateri A C ſuſcipiat portionem B D duplam ipſius D A: Iam *per 15. huius*, ibit & per centrum trianguli A B C: omnino igitur trianguli A B C centrum erit communis huiuſmodi linearũ ſectio, quod eſt ipſum H punctum; quod erat demonſtrandum: Et hæc de centro grauitatis trianguli ſatis.

PROPOSITIO XXIX.

Propoſiti circuli centrum grauitatis comperire.

SIt propoſitus circulus A B, oportet in eo grauitatis centrum inuenire: comperiatur in eo magnitudinis centrum *per primam 3. elementorum Euclidis*, quod ſit C punctum, eritque *per primam huius*, ipſum C grauitatis centrum in propoſito circulo A B: Quod erat inueniendum.

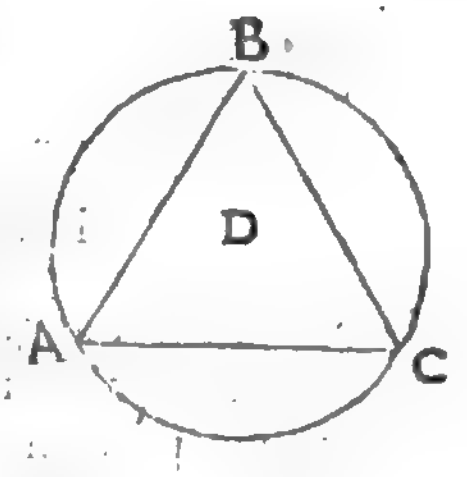


PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO XXX.

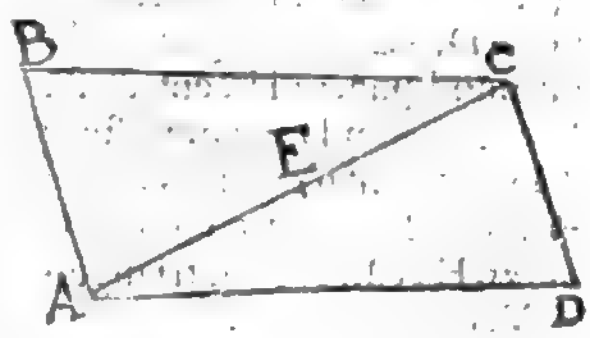
Figuræ æquilateræ, & æquiangulæ propoſitæ grauitatis centrum comperire.



SIt figura æquilatera,& æquiágula propoſita A B C: oportet eius grauitatis centrum comperiré: ſit cẽtrum circuli figuram A B C circumſcribentis punctum D, *per doctrinam 4. Euclidis inuentum*, nam *per corollarium 2. huius*; ipſum eſt, & centrum grauitatis propoſitæ figuræ A B C: Quod erat comperiendum.

PROPOSITIO XXXI.

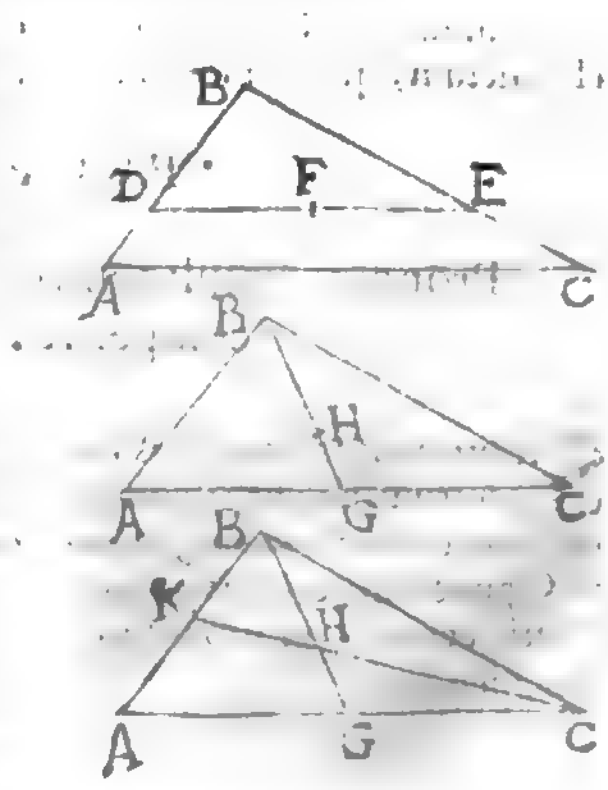
Parallelogrammi propoſiti grauitatis centrum comperire.



SIt propoſitum parallelogrammum A B C D: oportet eius grauitatis centrum inuenire. ducatur diametrorum vtralibet A C, quæ bifariam ſecetur apud E punctum: quod *per 3. huius*, erit in parallelogrammo A B C D grauitatis centrum: Quod comperiendum proponitur.

PROPOSITIO XXXII.

Trianguli propoſiti centrum grauitatis cómperire.



SIt triangulum propoſitum A B C oportet eius grauitatis centrum inuenire: Secetur vnum laterum dati trianguli, vt pote ipſum A B in puncto D, ita vt B D dupla ſit ipſius D A, & per D punctum ducatur ipſi A C æquidiſtans D E, quæ per æqualia ſecetur in puncto F, quod *per 18. huius*, erit centrum grauitatis trianguli A B C. Quod erat comperiendum.

Vel ſic à quolibet dati trianguli angulo, vt pote B ducatur ad punctũ G, in quo A C per æqualia ſecetur linea B G, quæ ita ſecetur in puncto H, vt B H dupla ſit ipſius H G, eritque punctum H centrum grauitatis quæſitum *per 25. huius*.

Vel ſic duo quelibet latera dati trianguli A B, A C per æqualia ſecẽtur in punctis K, G, & ducantur B G, C K, quæ ſe viciſſim ſecabũt in puncto H; Quod *per 26. huius*, erit quæſitũ centrum.

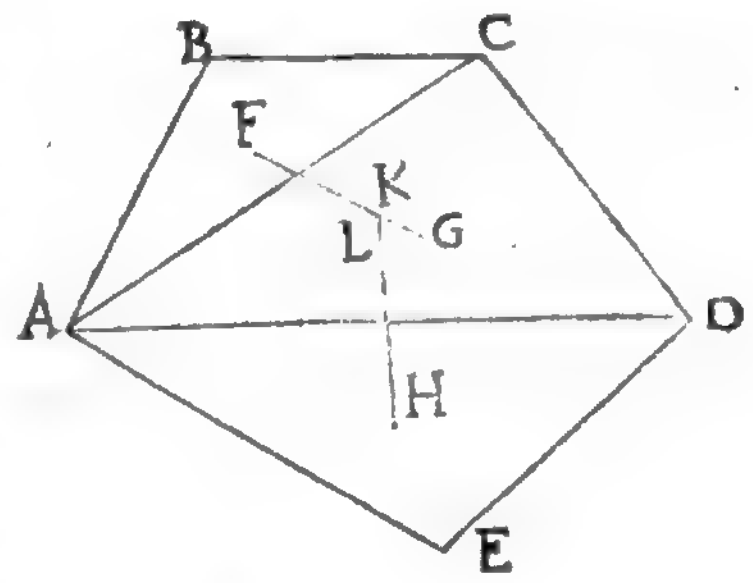
PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO XXXIII.

Dati rectilinei cuiuslibet centrum grauitatis comperire.

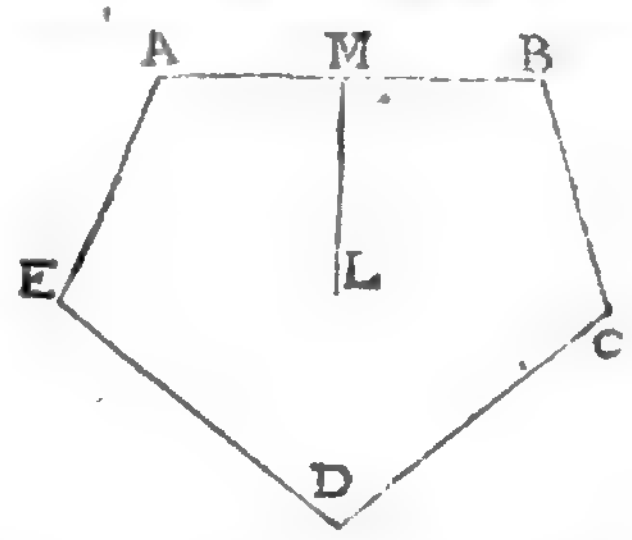
ESto datum rectilineum A B C D E, oportet ipsius grauitatis centrum inuenire. Distinguatur datum rectilineum A B C D E in triangula A B C, C A D, D A E ductis scilicet lineis A C, A D; & inueniantur *per præcedentem*, horum triangulorum centra, quæ sint puncta F, G, H. deinde comperiatur ipsorum A B C, C A D triangulorum commune centrum, quod sit K, rursum inter duo grauia A B C D quadrilaterum, cuius centrum K, atque triangulum A D E, cuius centrum H, comperiatur *per 29. præmissi libri*, centrum commune, quod sit L punctum; & illud erit centrum pentagoni A B C D E, quod erat comperiendum. Similiter, & in quolibet quotcumque laterum rectilineo grauitatis centrum inuenietur.



PROPOSITIO XXXIV.

Datum rectilineum sic suspendere, vt assignatum in eo latus æquependeat.

SIt exempli gratia datum pentagonum rectilineum A B C D E oportet ipsum A B C D E pentagonum ab aliquo puncto ita suspendere, vt datum in eo latus, quod sit A B æquependeat, hoc est æquidistet horizonti: comperiatur per præcedentem rectilinei A B C D E grauitatis centrum, quod sit L punctum; à quo ducatur ad dati latus A B perpendicularis linea L M quousque feratur ad ambitum rectilinei. Dico itaque quod A B C D E rectilineum à puncto M suspensum sic pendet, vt A B æquidistet horizonti. Nam si rectilineum A B C D E liberè pendeat à puncto M, iam *per 2. præcedentis libri*, cẽtrum L erit in linea, quæ à puncto M perpendicularis cadit ad horizontem. Ergo ipsa L M perpendicularis erit ad horizontem; sed cum perpendicularis sit ad ipsam A B, iam æquidistabit A B horizonti, & ideo *per definitionem* æquependebit.



Vel sic collocetur rectilineum A B C in tali situ, vt L M perpendicularis sit ad horizontem, & suspendatur à puncto M. Nam *per 3. præcedentis libri*, sic pendebit vt locatũ est, ipsa scilicet M L perpendiculari existente ad horizontem; & ideo sicut prius, suspenso rectilineo à puncto M æquependebit latus A B: Quod quidem proponebatur faciendum.

Digitized by Google

DE MOMENTIS ÆQVALIBVS

LIBER TERTIVS.

PRÆFATIO.

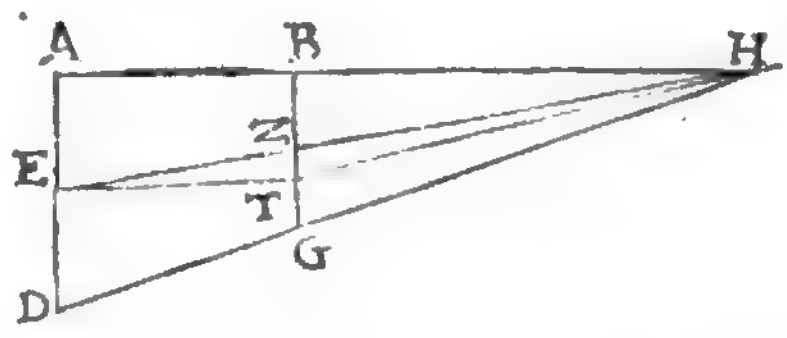
NOn exactum planè mihi videbatur opus de Momentis Æqualibus, niſi centris planorum, quorum inuentio in præcedenti libello traditur, ſubiungerem ea, quæ de centro Paraboles demonſtrat Archimedes præclariſſimus. Id itaque faciam in hoc tertio volumine, vt quidquid ille ſuper hoc haud contemnendo in mathematicis negotio, diſtinctis propoſitionibus, atque præmonſtratis neceſſarijs facilius innoteſcat. Itaque abſolutis quibuſdam ſuper menſulæ, cuius duo tantum latera æquidiſtant centro, reliqua opportuna ex conicis elementis aſſumpta citantes ad inuentionem centri paraboles veniemus.

Propoſitiones, quarum multa ſunt theoremata, non nulla verò problemata.

PROPOSITIO PRIMA.

Si latera trapetij, æquidiſtantia ſingula bifariam ſecentur, puncta ſectionum, & punctum coincidentiæ reliquorum laterum erunt in eadem recta linea.

ESto trapetium A B G D, cuius latera A D, B G æquidiſtantia ſingula per æqualia ſecentur in punctis E, Z reliqua verò latera A B, D G coincidant in puncto H: Aio iam quod puncta E, Z, H ſunt in eadem recta linea, hoc eſt quod recta linea E H incedit per punctum Z, coniugatur enim E H, & incedat, ſi poſſibile eſt, per aliud, quam Z punctum, vt per T punctum; eritque propter triangulorũ ſimilitudinem B T ad A E, ſicut H T ad H E, & ſicut H T ad H E, ſic T G ad E D: Igitur ſicut T G ad E D, ſic B T ad A E; & permutatim ſicut B T ad T G, ſic A E ad E D: Aequalis autem per hypotheſim A E ipſi E D: Ergo & B T æqualis ipſi T G: fuit vero per hypotheſim B Z æqualis ipſi Z G Igitur B Z, B T dimidiæ ſunt eiuſdem B G, & proinde æquales: pars & totũ, quod eſt abſurdum: Omnino itaque recta E H it per punctum Z: quapropter puncta E, Z, H ſunt in eadem recta: Quod erat demonſtrandum.



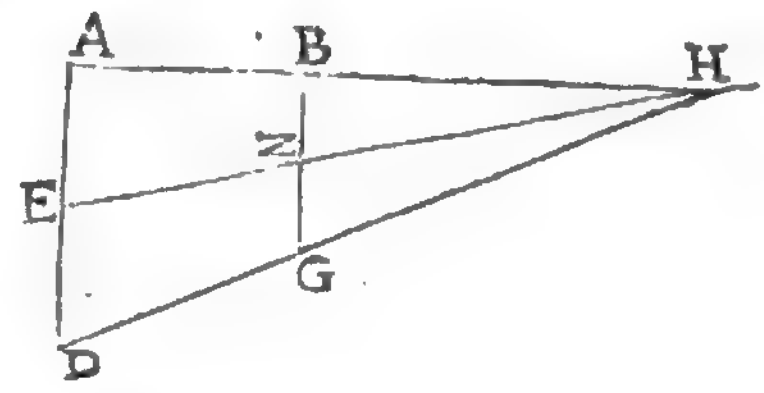
PROPOSITIO II.

Quæ trapetij latera æquidiſtantia bifariam ſecat, rectalinea incedit per centrum grauitatis trapetij.

TRapetij A B G D latera A D, B G ſint æquidiſtantia, quæ ſingula bifariam ſecentur in punctis E, Z: Aio quod coniuncta E Z recta incedit per centrum grauitatis

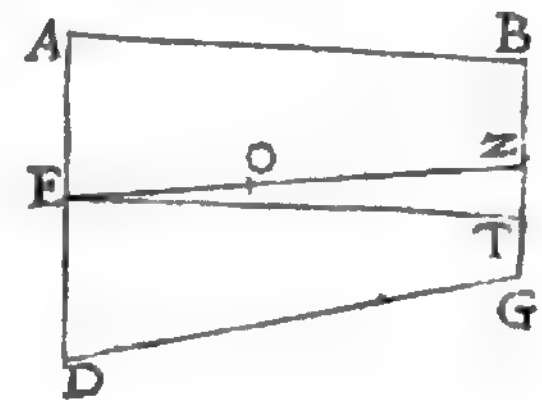
Digitized by Google

tis trapetij A B G D: Coincidãt enim reliqua A B, D G latera ad punctum H: eruntq; *per præcedentem*, puncta E,Z,H in eadem recta linea: Itaque E Z producta it per punctum H, eat,eritq; *per 22. præcedentis libelli*, centrum trianguli A H D in linea E H, atque centrum trianguli B G H in linea Z H: Itaque cũ centrum totius trianguli A H D, & centrum partialis trianguli B G H sint in vna recta,erit,& centrum reliquæ partis scilicet trapetij A B G D in eadem recta E H: Quandoquidem *per 7. primi æqualium momentorum*, recta per centrum vnius partis, & per centrum totius ducta it per centrum reliquæ partis: sed *per vltimum postulatum*, omnis figuræ, cuius ambitus in eadem caua constiterit; centrum grauitatis intra figuram esse oportet: Igitur centrum trapetij A B G D in linea E Z existet: Sicut proponitur demonstrandum.



PROPOSITIO III.

Quæ punctum bifarię sectionis alterius æquidistantium trapetij laterum cum centro grauitatis trapetij recta linea coniungit; producta, secabit,& bifariam reliquum æquidistantium laterum.



ESto iusdem trapetij A B G D vnum æquidistantiũ laterrm A D, B G, quod sit A D bifariam secetur apud E punctum, quod coniugatur cum centro grauitatis trapetij,quod sit O: *per 33. præcedentis libelli repertum*. Dico ergo,quod E O linea producta secat latus B G bifariam: Coincidat ergo E O producta ipsi B G apud *Z*. Demonstrandum est quod B Z, Z G sunt æquales; secetur enim si possibile est B G bifariam alibi,quam in puncto Z, vt pote in puncto T, & coniungatur E T. Itaque *per præcedentem* E T incedit per centrum grauitatis trapetij A B G: quod est impossibile: Fiat enim centrum punctum O in linea E Z: restat ergo propositum.

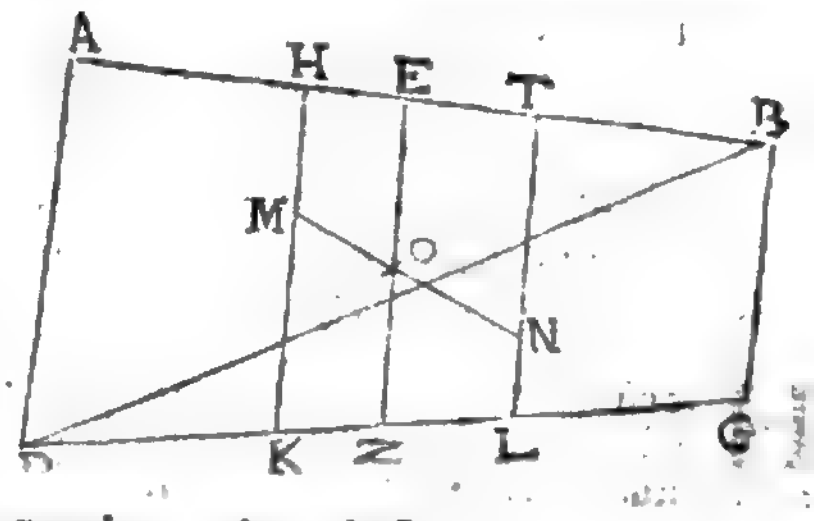
PROPOSITIO IV.

Si duo trapetij latera tantum æquidistent, & vnum reliquorum laterum ità secetur,vt segmentum æquidistantium laterum maiori contiguum ad reliquum segmentum sit, sicut aggregatum ex duplo æquidistantis minoris, & ex æquidistante maiori ad aggegatum ex duplo paralleli maioris, & ex parallelo minori, & per sectionis punctum ducatur linea æquidistans ipsis lateribus parallelis;ducta ibit per centrum granitatis trapetij.

ESto trapetium A B G D,cuius latera A D,B G æquldistent,alterum autem ipsorũ A B,G D,quod sit A B secetur apud E, ita vt A E,ad E B sit sicut aggregatum ex

Digitized by Google

ex duplo ipſius BG, & ex AD ad aggregatum ex duplo AD, & ex BG; & per punctum E ducatur ipſis AD, BG æquidiſtans EZ: Demonſtrandum eſt, quod EZ incedit per centrum trapetij ABG: erit enim ex tali proportione, linea BE pluſquam dimidium AB: capiatur ergo BT pars tertia totius AB, & ipſi BT æqualis AH: Vnde HT erit tam ipſi TB, quã ipſi AH æqualis; eritque E punctum intra T, H puncta: ducantur itaque HK, TL ipſis AD, BG æquidiſtantes, & diameter BD, eritque *per 14. precedentis libri*, trianguli ABD centrum in ipſa HK linea, trianguli vero BGD centrum in linea TL. Et quoniam per hypotheſim.



BG AD
BG ad AD eſt ſicut AH vel HT ad ET
AD BG HE TB videlicet HT

Ideo coniunctim.

Triplum AD
Totius ad AD erit ſicut
AD,BG BG

Triplum ET
ipſius HT ad TH & ex æquali.
quod eſt totum,
AB

Sicut AD ad $\frac{AD}{BG}$ ſic erit HT ad $\frac{ET}{TH}$ & conuerſim,
BG

Sicut AD ad $\frac{AD}{BG}$ ſic $\frac{ET}{TH}$ ad HT, & diſiunctim.
BG

Sicut AD ad $\frac{AD}{BG}$ ſic ET ad HT, & conuerſim.

Sicut $\frac{AD}{BG}$ ad AD ſic HT ad ET, & diſiunctim.

Sicut BG ad AD ſic iam HE ad ET, *ſed per primam ſexti Euclidis*,

Sicut BG ad AD Sic triangulum BGD ad triangulum ABD. Igitur

Sicut triangulum BGD ad triangulum ABD ſic HE ad ET.

Sint ergo triangulorum ABD, BGD centra M, N in lineis HK, TL: & coniungatur MN, quæ ſecet ipſam EZ in puncto O. Eritque *per 2. ſex Euclidis*, MO ad ON, ſicut HE ad ET, & ideo iam ſicut triangulum BGD ad triangulum ABD: Itaq; reciproca ſunt triangula BGD, ABD ſpatijs, quibus eorum centra M, N abſunt à puncto O in recta MN poſito: Quare *per 28. primi momentorum æqualium*; punctum O erit centrum commune triangulorum BGD, ABD, hoc eſt centrum trapetij ABGD: ſed O punctum eſt in linea EZ, igitur EZ incedit per centrum trapetij ABG, quod fuit demonſtrandum.

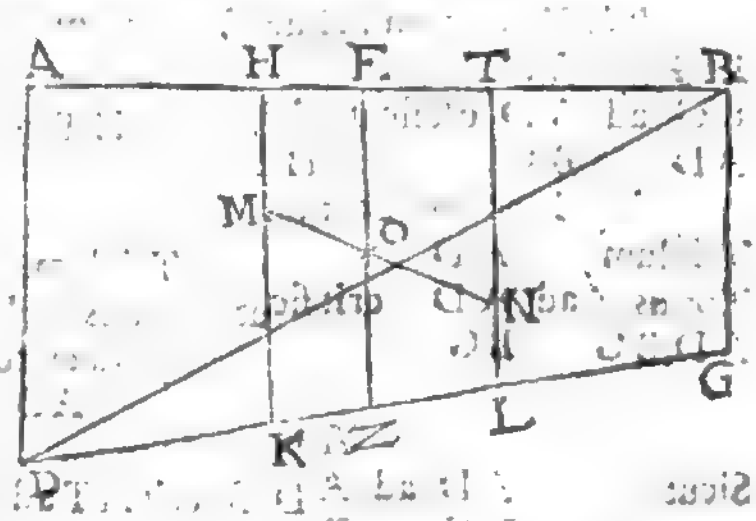
PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO V.

Contra ſi per centrum grauitatis ipſius trapetij ducatur linea parallelus lateribus parallelis; ducta ita ſecabit vnumquodque reliquorum laterum, vt ſegmentum æquidiſtantium laterum maiori conterminum ad reliquum eam habeat rationem, quam aggregatum ex duplo minoris æquidiſtantium laterum, & ex minori ad aggregatum ex duplo maioris,& ex minori.

HOc eſt ſi per centrum grauitatis trapetij A B G, quod ſit O punctum ducatur E Z ipſis A D, B G parallelis lateribus æquidiſtãs. Dico quod A E ad E B erit ſicut aggregatum ex duplo ipſius B G minoris, & ex A D maiori æquidiſtantium ad aggregatum ex duplo ipſius A D maioris,& ex B G minori: Quod ſic oſtendetur: per centrã M, N triangulorum A B D, D B G ducãtur H K, T L ipſis A D, B G paralleli: Eruntque *per 6. primi momentorum æqualium*, centra M, O, N in vna recta: Et quoniam *per 27. pradicti*, grauia reciproca ſunt diſtantijs, quibus eorum centra remouentur à communi centro, ideo erit ſicut linea M O ad O N, ſic triangulum B D G ad triangulum A D B: ſed *per primam ſex Euclidis*, triangulũ B D G ad triangulum A D B; eſt iam ſicut baſis B G ad baſim A D, igitur,& ſicut B G ad A D, ſic M O ad O N: Verum *per 2. ſexti Euclidis*,



Sicut M O ad O N, ſic H E ad E T. Igitur

Sicut H E ad E T. ſic B G ad A D. & coniunctim

Sicut $\frac{HE}{ET}$ ad E T ſic $\frac{BG}{AD}$ ad A D. & rurſus coniunctim

$\frac{HE}{ET}$ $\frac{BG}{AD}$

Sicut E T ad E T ſic A D ad A D. Sed H T, T B æquales *per 13. premiſſ.*,

quandoquidem H K, T L paralleli eunt per centra triangulorum A B D, B D G: ergo appoſita vtrobique, E T erit B E æqualis

$\frac{HE}{ET}$

Quamobrem erit

$\frac{BG}{AD}$

Sicut B E ad E T. ſic A D ad A D. & ſimiliter oſtendemus quod

$\frac{AD}{AD}$

$\frac{AD}{BG}$

Sicut A E ad E H. ſic B G ad B G. & permutatim erit.

$\frac{BG}{BG}$

Sicut

Sicut $\frac{BG}{AD}$ BE ad AD ſic ET ad AD; atque ſicut $\frac{AD}{BG}$ AE ad BG ſic EH ad BG.

Fuit autem $\frac{HE}{AD}$ ad ET, ſicut $\frac{BG}{AD}$ ad AD; & permutatim $\frac{HE}{BG}$ ad BG, ſicut ET ad AD.

Igitur Sicut $\frac{AD}{BG}$ AE ad BG ſic $\frac{BE}{AD}$ ad AD; & permutatim erit iam

Sicut $\frac{AD \quad BG}{BG \quad AD}$ AE ad EB, ſic BG ad AD

Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIVM I.

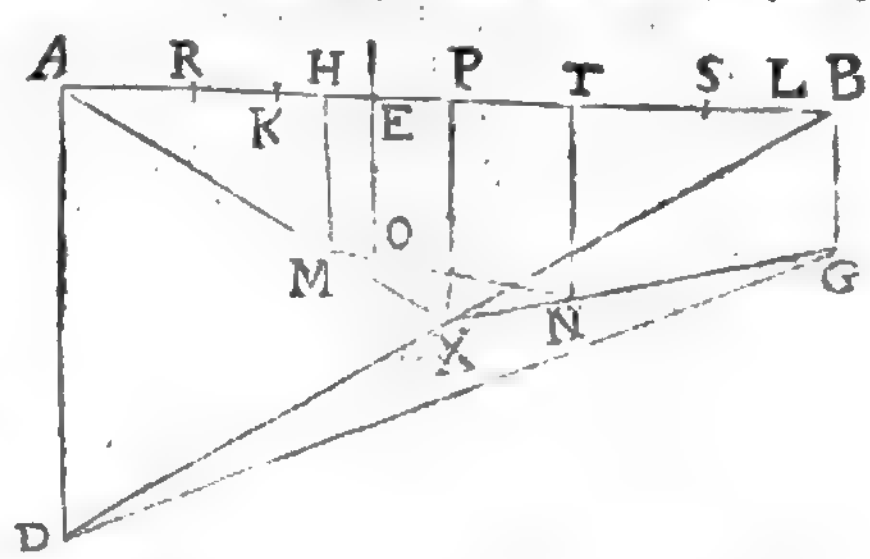
EX his iam manifeſtum eſt, quod ſi in trapetio, cuius duo tantum latera æquidiſtant, alterum ex reliquis lateribus in tria æqualia diuidatur, & media tertia rurſum in puncto quodam ſecetur, vt ſegmenta reciproca ſint lateribus æquidiſtantibus: linea ijſdem lateribus æquidiſtans ducta per punctum illud ibit per centrum grauitatis trapetij; hoc enim oſtenſum eſt in quarta præmiſſa.

COROLLARIVM II.

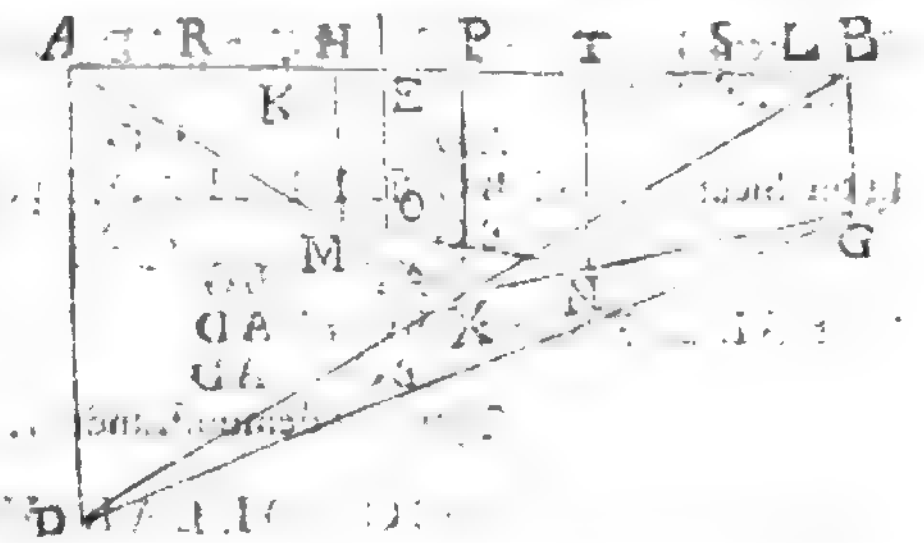
CONtra ſi per centrum grauitatis trapetij ducatur linea lateribus parallelis, æquidiſtans: ducta ſic ſecabit mediam tertiam vtriuslibet reliquorum laterum trifariam diuiſi, vt ſegmenta reciproca ſint lateribus æquidiſtantibus; hoc eſt ordine permutato proportionalia: Et hoc in præcedenti 5. fuit demonſtratum.

Alia demonſtratio eiuſdem quintæ.

ESto trapezium ABGD cuius latera AD, BG æquidiſtent; ductaque diametro BD, diuiſaque per medium in puncto X: in productis AX, XG puncta ſumantur M, N; ita vt tam AM ipſius MX, quam & GN ipſius NX dupla ſit: eruntque *per* 25. *ſecun: mem: æqual.* puncta M, N centra triangulorũ ABD, DBG, itaque coniuncta MN recta ponatur MO, ad ON ſicut BG ad AD, hoc eſt ſicut triangulum DBG ad triangulum ABD; eritque *per* 28. *primi mem: æqual:* punctum O centrum aggregati ex triangulis dictis, hoc eſt cẽtrum totius trapezij ABGD: ducatur ergo ipſis AD, BG parallelus OE occurrens lateri AB in puncto E. Et demonſtrandum erit quod AE ad EB erit ſicut duplum ipſius BG vnà cum AD ad duplum ipſius AD vnà cum BG. hoc modo, ducantur ipſi OE paralleli ad dictum vſque latus MH, NT, XP: eritque AP ipſi PB æqualis quoniam DX ipſi XB æqualis fuit; & ſimiliter tam AH ipſius HP, quàm BT ipſius TP dupla: ſecentur per



medium H A, B T singulæ in punctis R, S; eruntque sex portiones A R, R H, H P, P T, T S, S B inter se æquales: erit autem sicut M O ad O N, hoc est sicut B G ad A D, sic H E ad E T, propter æquidistãtiam linearum; ponatur H K æqualis ipsi H E, itemque T L æqualis ipsi T E: eritque per conceptionem A K æqualis ipsi E T; itemque B L æqualis ipsi E H: quamobrem linea A E constabit ex duplo ipsius E H (quod est K E) & ex ipsa E T (quæ est A K): item linea E B constabit ex duplo ipsius E T (quod est E L) & ex ipsa E H (quæ est B L); sed quoniam



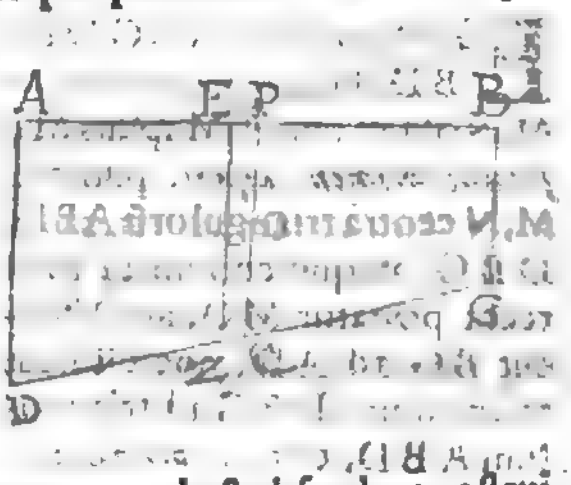
tur sicut B G ad A D, sic H E ad E T: idcirco propter proportionalitatem talem bis arguendo per coniunctam proportionem erit sicut duplum ipsius B G cum A D ad duplum ipsius A D cũ B G, sic iam linea A E ad lineam E B; quod fuit demonstrandũ.

Huius autem propositionis conuersa, quæ est quarta huius demonstrabitur ex hac indirectè sicut in secunda parte sextæ sequentis perficietur.

PROPOSITIO VI.

Quod duæ præcedentes proponunt, aliter demonstrare.

NEutra præcedentium indiget adminiculo alterius, hoc est vtraque per se demonstrata est: potest igitur vtraque ipsarum rursum demonstrari per reliquam indirectè: Sic, in trapetio A B G D, cuius latera A D, B G æquidistent, alterum reliquum vt A B secetur in puncto E, sic vt A E ad E B sit sicut aggregatum ex duplo B G & ex A D ad aggregatum ex duplo A D & ex B G, & per punctum E ducatur ipsis A D, B G æquidistans E Z: Demonstrandum est rursum, quod E Z incedit per centrum grauitatis trapetij A B G: Nam si centrum grauitatis, si possibile est extra lineam E Z in puncto O, & ducatur per punctum O ipsis A D, B G parallelus P O Q: eritque *per 5. præcedentem*, A P ad P B, sicut congeries ex duplo B G, & ex A D ad congeriem ex duplo A D, & ex E G: sed sic est per hypothesim A E ad E B: Igitur sicut A E ad E B, sic A P ad P B, & coniunctim sicut A B ad B E, sic iam A B ad B P: æquales ergo sunt E B, B P, totum & pars, quod est absurdum, astruitur ergo propositum: sic *ex 5.* rursum demonstratur, *quod 4.* proponit.



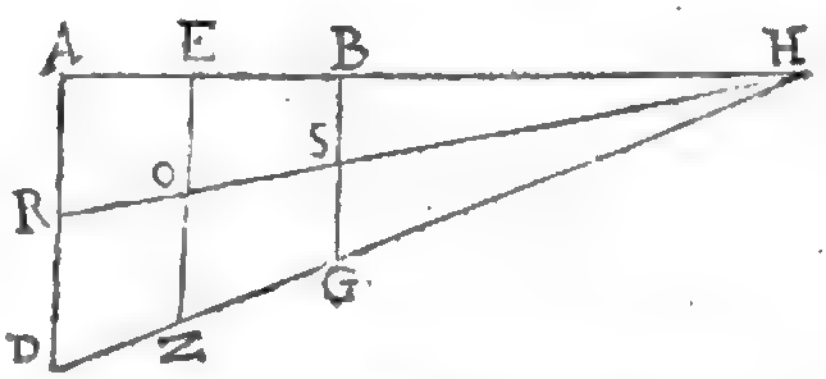
Contra in eodem trapetio ducatur per centrum grauitatis linea E Z æquidistans ipsis A D, B G: Demonstrandum rursus est, quod A E ad E B est sicut congeries ex duplo B G, & ex A D ad congeriem ex duplo A D & ex B G: Namque si A E ad E B talem rationem non habeat; secetur A B in puncto P, itaut A P ad P B dictam teruet rationem, & per punctum P ducatur P Q ipsis A D, B G æquidistans: Ibunque *per 4. huius*, ipsa P Q per centrum grauitatis trapetij A B G: Quod est impossibile: Nam centrum ipsum fuit in linea E Z: astruitur ergo propositum, vt scilicet A E ad E B dictam habeant rationem: sic vicissim *ex 4. premissa*, rursus demonstratur, quod quinta præcedens proposuerat.

PRO-

PROPOSITIO VII.

Si in Trapetio, cuius duo tantum latera æquidiſtant, vnum ex reliquis ad dictam rationem ſecetur: & per punctum ſectionis linea parallelus æquidiſtantibus lateribus ducatur, & per æqualia ſecetur, punctum ſectionis erit centrum grauitatis trapetij.

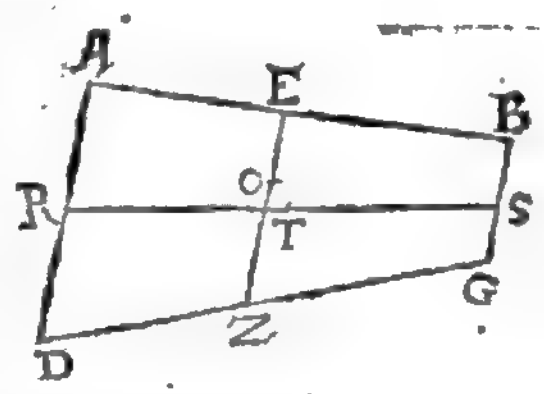
IN trapetio A B G D, cuius latera A D, B G æquidiſtant, & alterum reliquorum vt A B ſecetur in puncto E, itaut A E ad E B ſit ſicut congeries ex duplo B G & ex A D ad congeriem ex duplo A D, & ex B G; & per punctum E ducatur ipſis A D, B G parallelus linea E Z, quæ ſecetur per æqualia in puncto O: Dico quod O centrum eſt grauitatis trapetij A B G D: ſecetur enim A D per æqualia in puncto R, & coincidant A B, D G in puncto H: Eruntque *per primam huius*, puncta R O H in vna linea recta: Itaque R O producta ibit per H punctum, producatur, & eat, ſecetque ipſam B G apud S: eruntque propter ſimilitudinem triangulorum, & ipſæ B S, S G æquales. Quare *per* 2. *huius*, linea R S incedet per centrum grauitatis trapetij A B G. Sed *per præcedentem ſextam*, ſiue *per* 4. linea ipſa E Z incedit per centrum trapetij. Igitur centrum trapetij A B G erit in communi ſectione ipſarum linearum R S, E Z, hoc eſt in puncto O, ſicut proponebatur demonſtrandum.



PROPOSITIO VIII.

Centrum grauitatis trapetij ſic diuidit axem, qui per media puncta æquidiſtantium laterum, vt ſegmentum maiori laterum contiguum eam habeat rationem ad reliquum, quam congeries ex duplo minoris lateris, & ex maiori habet ad congeriem ex duplo maioris lateris, & ex minori.

IN deſcriptione præmiſſæ axis trapetij A B G D eſt linea R S, quæ per æqualia ſecat tam latus A D, quam latus B G in punctis R S. Itaque *per* 2. *huius* centrum grauitatis trapetij eſt in ipſo axe R S, ſit illud punctum O: demonſtrandum eſt quod R O ad O S eſt ſicut cumulus ex duplo ipſius B G & ex A D ad cumulũ ex duplo ipſius A D & ex B G: agatur enim per O punctum ipſis A D, B G parallelus E Z: Eritque *per* 5. *huius* ſicut iam $\frac{BG}{AD}$ ad $\frac{AD}{BG}$, Sic A E ad E B. Sed *per* 2.



Digitized by Google

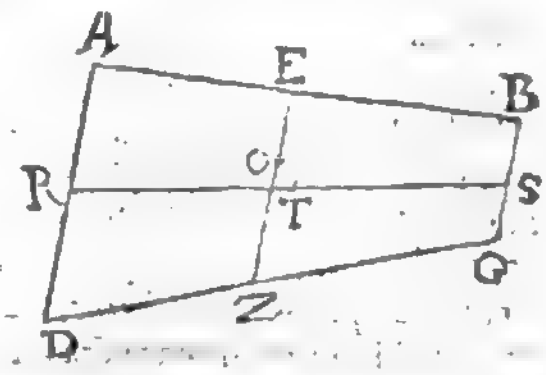
sex. Euclidis. Sicut A E ad E B, sic R O ad O S: Igitur sicut R O ad O S sic $\frac{BG}{AD}$ ad $\frac{AD}{BG}$.

Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO IX.

Quod si axis trapetij ad dictam iam pridem secetur rationem; punctum sectionis erit centrum grauitatis trapetij.

HOc est si axis R S in puncto O ad dictam rationem secetur: Aio tunc quod ipsum O punctum erit centrum grauitatis trapetij A B G D; sit enim, si possibile est in axe R S centrum aliud, quam O punctum, vt pote punctum T; & habebit per præcedentẽ R T ad T S dictam rationem: Itaq; R S in duobus punctis T, O secatur ad eandem rationem, vt scilicet R T ad T S sit sicut R O ad O S; Quod est absurdum. Superest ergo verum esse, quod proponitur.

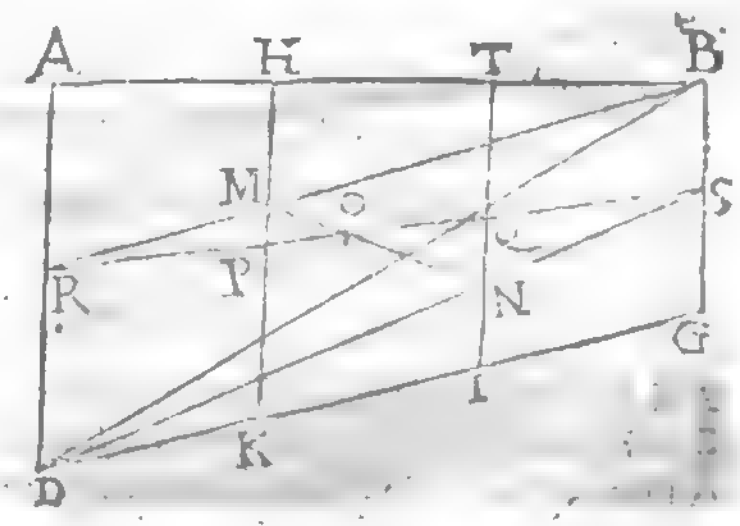


Vel sic, quoniã per hypothesim O R ad O S dictã habet rationem, *& per 2. 6. Euclidis*, A E ad E B eandem seruat rationem: Ideo *per 4. huius*, B Z incedet per centrum trapetij A B C D: cumque *per 2. huius*, centrum sit in axe R S; erit omnino illud punctum O; sicut proponebatur demonstrandum.

PROPOSITIO X.

Quod proposuit octaua præcedens aliter demonstrare.

ESto trapetium A B G D, cuius axis R S per æqualia secans æquidistantia latera A D, B G in punctis R, S, in quo centrum grauitatis trapetij sit punctum O, in axe enim est cẽtrum *per 2. huius*; Quod cẽtrum potest, & sic determinari: coniungantur R B, B D, D S, & diuisa A B in tres partes æquales in punctis H, T, ducantur ipsis A D, B G æquidistantes H K, T L, quarum H K coincidat ipsis B R, R S, D G apud M, P, K puncta: Ipsa vero T L coincidat ipsis R S, S D, D G apud Q, N, L puncta; eritque *per 28. præcedentis*, centrum trianguli A B D, punctum M: centrum verò triãguli B G D punctum N. Quare *per 6. primi æqualium momentorum*, centrum commune triãgulorum A B D, B G D,



hoc est centrum trapetij totius A B G D erit in linea M N: sed *per 2. huius*, centrum ipsius trapetij A B G D est in linea R S: Igitur erit in communi sectione linearum R S, M N, quod sit O punctum: Demonstrandum est igiiur, quod linea R O ad lineam O S est sicut $\frac{BG}{AD}$ ad $\frac{AD}{BG}$ hoc quidem modo. *Per primam 6. Euclidis*, sicut B G ad A D,

sic

ſic triangulum B G D ad triangulum A B D; quãdo autem *per 27. primi momentorum æqualium*, reciproca ſunt grauia diſtantijs, quibus eorum centra abſunt à centro communi. Propterea erit ſicut triangulum B G D ad triangulum A B D, ſic ſpatium M O ad ſpatium O N; & propter ſimilitudinem triangulorum O M P, O N Q. ſicut M O ad O N, ſic P O ad O Q. quare ſicut P O ad O Q ſic B G ad A D. igitur ſicut

P O O Q B G A D P O
P O ad O Q ſic erit B G ad A D: verum P O ſimul æqualia ſunt ipſi R Q
O Q P O A D B G O Q

O Q
Atque O Q ſimul æqualia ſunt ipſi O S. quandoquidem æquales ſunt portiones R P,
P O B G A D
P Q, Q S. ergo erit, & R O linea ad O S lineam ſicut B G ad A D quod erat demõ-
A D B G
ſtrandum.

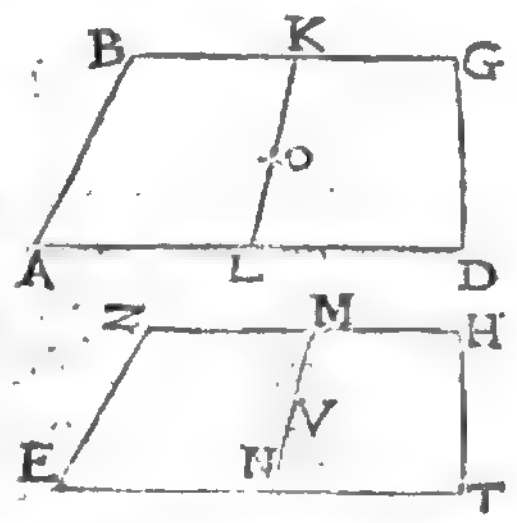
SCHOLIVM.

ET hæc eſt demonſtratio Archimedis præclariſſimi, ex qua indirectè poteſt demonſtrari eius conuerſa, quemadmodum in prima demonſtratione præcedentis nonæ factum eſt; & quoniam demouſtratio huius decimæ non indiget, quemadmodum octaua, quinque propoſitionibus præcedentibus octauam ipſam: idcirco ex hac decima rurſum alio modo poſſent demonſtrari propoſitiones prædictæ.

PROPOSITIO XI.

Trapetiorum, quorum latera æquidiſtantia ſunt proportionalia: grauitatum centra ſimiliter diuidunt axes.

DVorum trapetiorum A B G D, E Z H T, quorum latera A D, B G æquidiſtant; & latera E T, Z H æquidiſtant; & quorum axes K L, M N ſecantes per medium æquidiſtantia latera, in axibus autem centra grauitatum O, V; ſitq; ſicut latus A D ad latus B G, ſic latus E T ad latus Z H: Aio quod eſt ſicut K O ad O L, ſic M V ad V N: Nam *per præcedentem* 10. ſiue *per* 8. eſt K O ad O L, ſicut



A D B G E T Z H
A D ad B G. Itemque ſicut E T ad Z H:
B G A D Z H E T
ſic M V ad N V: Illæ autẽ duæ rationes ſunt æquales (quando per hypotheſim, ſicut A D ad B G, ſic E T ad Z H), igitur, & ſicut M V ad V N, ſic K O ad O L: Quod proponitur demonſtrandum.

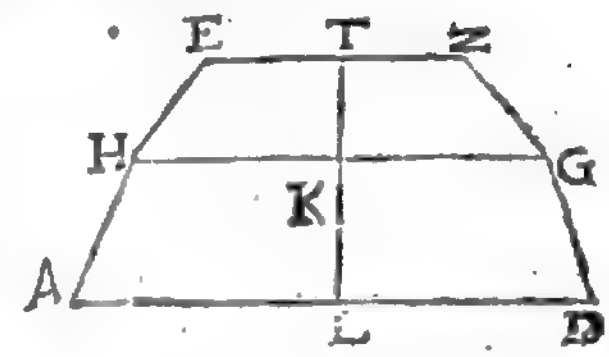
PROPOSITIO XII.

In rectilineo ex trapetijs æquidiſtantium laterum bifariam ab axe diuerſorum compoſito centrum grauitatis eſt in axe.

SIt exempli gratia, hexagonum compoſitum ex duobus trapetijs A H G D, H E Z G, quorum latera A D, H G, E Z æquidiſtantia ſecentur ſingula bifariam ab axe vno

T K L

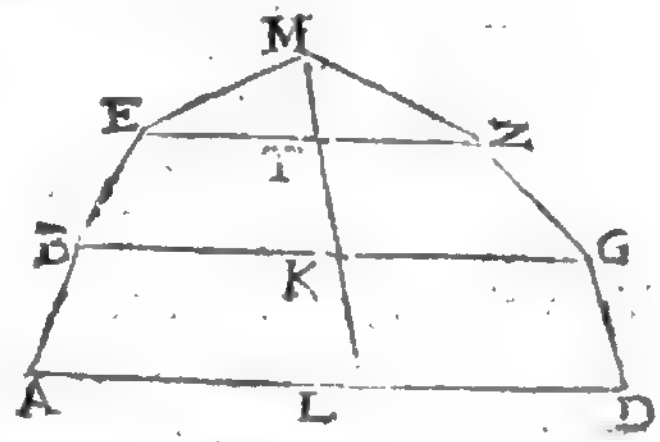
T K L apud eadem puncta; Aio quod huiusmodi hexagoni A H E Z G D centrum est in ipso axe T L: nam *per 2. huius*, centrum trapetij A H G D est in axe partiali K L: Centrum quoque reliqui trapetij H E Z G est in axe T K; sed centra partium, & centrum totius sunt *per 6. primi aqualium momentorum*, in eadem linea; Ergo centrum totius rectilinei A H E Z G D est in linea T L. Quod fuit demonstrandum. Et similiter idem demonstrabimus de rectilineo ex quotcumque trapetijs composito, dum axis æquidistantia trapeziorum latera singula secet bifariã.



PROPOSITIO XIII.

In rectilineo ex trapetijs æquidistantium laterum, & ex triangulo ad summum, axe à vertice trianguli secante latera æquidistantia singula bifariam, composito, centrum grauitatis est in axe.

PAtet similiter: nam *per 13. praecedentis libelli*, centrum trianguli est in linea, quæ à vertice ad medium basis, quæ linea, est pars axis ipsius rectilinei. Vnde *per 6. primi*, quoties opus fuerit, assumptam, constat id, quod proponitur demonstrandum.



PROPOSITIO XIV.

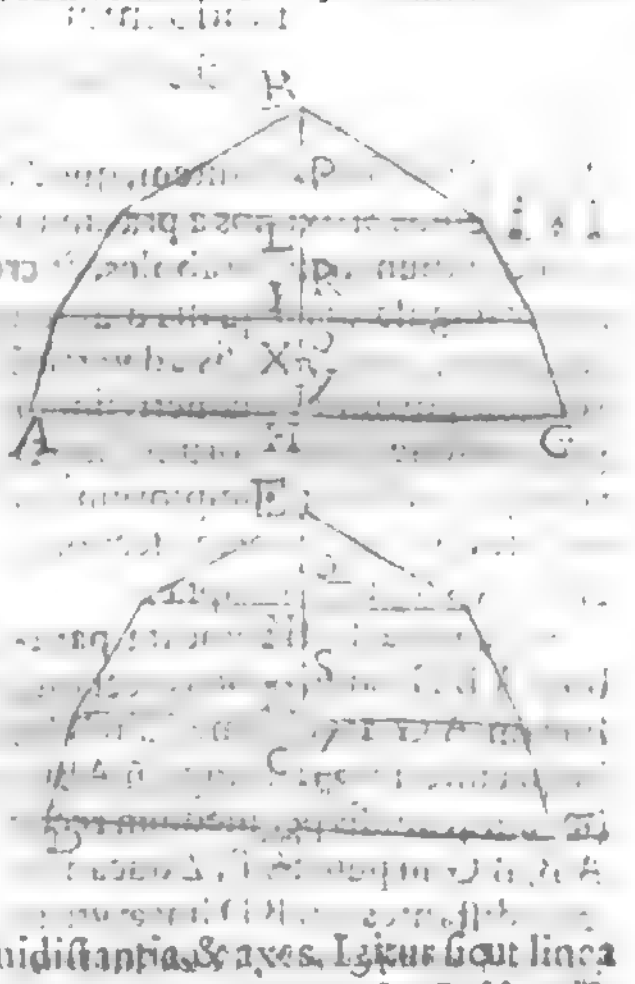
Rectilineorum, quæ ex trapetijs numeri eiusdem, siue ex trapetijs numeri eiusdem, & ex triangulis singulis ad verticem, qualibus dictum est, componuntur, (si æquidistantia latera respondentia ipsorum fuerint proportionalia, & axes respondentium trapetiorum proportionales): centra grauitatum similiter diuidunt axes.

SVnto duo rectilinea A B G, D E Z, quorum ipsum A B G componitur ex trapetijs duobus H K, K L, & ex triangulo L B: Ipsum autem D E Z ex duobus trapetijs T M, M N, & triangulo N E, itaut sicut est latus A G ad latus D Z, sic cætera latera æquidistantia in rectilineo A B G ad cætera latera æquidistantia in rectilineo D E Z, singula singulis correlatiuis conferendo, existant: Item, sicut est axis H K ad axem T M, sic K L ad M N, atque sic L B ad N E, totales autem axes B H, E T per æqualia secent vnumquodque æquidistantium laterum in trapetijs; horum itaque duorum rectilineorum A B G, D E Z centra grauitatum, *per praemissam* 13. vel *ante praemissam* 12. erunt in axibus B H, E T: sint ergo centra puncta O, V, in axibus. Demonstrandum est, quod talia puncta similiter, hoc est ad eandem rationem secant axes, vt scilicet si-

cut

Digitized by Google

cut est B O ad O H, sic omnino sit E V ad V T: Id enim sequitur, quoniam centra partialium trapetiorum proportionaliter diuidunt partiales axes *per* 11. *huius*, & centra triangulorum proportionaliter secant axes: *per* 24. *precedentis libelli*, sint enim centra triangulorum P, Q centra trapetiorum L K, M N puncta R, S: centra trapetiorum K H, M T puncta Y, F. eruntque portiones axis B H proportionales partibus axis E T: Nam *per* 24. *precedentis*, in triangulis ipsa B P dupla ipsius P L, & E Q dupla ipsius Q N, & *per* 11. *huius*, in trapetijs, sicut est L R ad R K, sic N S, ad S M, & sicut K Y ad Y H, sic M F ad F T, quo fit vt segmenta axis B H segmentis axis E T sint proportionalia, singula singulis; quandoquidem axes partiales trapetiorum, & trianguli axibus partialibus trapetiorum, & trianguli proportionales supponuntur: Vt igitur B P ad E Q sic P L ad Q N, sic L R ad N S, sic R K ad S M, sic K Y ad M F, sic Y H ad F T. Et quoniam proportionalia supponuntur, latera æquidistantia trapetiorum, & proportionales axes: Ideo sicut trapetium H K ad trapetium K L; sic iam trapetium T M ad trapetium M N. Trapetiorum itaque H K, K L centrum commune sit X; trapetiorum vero T M, M N centrum commune sit C, & quoniam *per* 27. *primi*, grauia reciproca sunt distantijs, quibus eorum centra absunt à communi centro, ideo erunt sicut quadrilaterum H K ad quadrilaterum K L, sic linea R X ad lineam X Y, & similiter sicut quadrilaterum T M ad quadrilaterum M N, sic linea S C ad lineam C F, sed eadem fuit ratio trapetiorum: Igitur sicut linea R X ad X Y, sic linea S C ad lineam C F. Vnde sequitur vt pũcta X, C cadant inter correlatiua puncta, vtq; ad eandem rationem diuidant axes B H, E T. quoniam igitur trapetiorum H K, K L eamquã vnius centrum est X, & trianguli L B tamquam vnius centrum P, sit centrum amborum commune O, eritque vt prius, sicut aggregatum ex trapetijs H K, K L ad triangulum L B, sic linea P O ad lineam O X, & similiter sicut aggregatum ex trapetijs T M, M N ad triangulum N E, sic linea Q V ad lineam V C. Quandoquidem V est cẽtrum commune duorum grauium, hoc est trapetiorum T M, M N tanquam vnius, & trianguli N E tanquam alterius, hoc est totius rectilinei D E Z. sed sicut aggregatum trapetiorum H K, K L ad triangulum L B, sic trapetia T M, M N simul ad triangulum N E, quandoquidem proportionalia supponuntur latera æquidistantia, & axes. Igitur sicut linea P O ad lineam O X, sic linea Q V ad lineam V C; Vnde sequitur vt puncta O, V cadãt inter correlatiua puncta, vtque ad eandem rationem diuidant axes B H, E T. Quamobrem ex tali diuisione proportionali, erit sicut B O, ad O H, sic E V ad V E, quod iam proponitur demonstrandum.



Quod autem trapetium H K ad trapetium K L sit sicut trapetium T M ad trapetium M N: patet quoniam eorum latera æquidistantia supponuntur proportionalia, & axes item proportionales, ex quorum ratione componuntur arearum rationes; Namque trapetij area producitur ex axe in dimidium aggregati ex æquidistantibus lateribus. quando axes perpendiculares sunt lateribus.

Similiter illud idem ostendemus de rectilineis, quæ ex quotcumque trapetijs tantũ, vel ex quotcumque trapetijs, & singularibus triangulis, sub dicta conditione componuntur; Nam tali æquidistantium laterum, & ex axium proportione supposita sequi-

tur

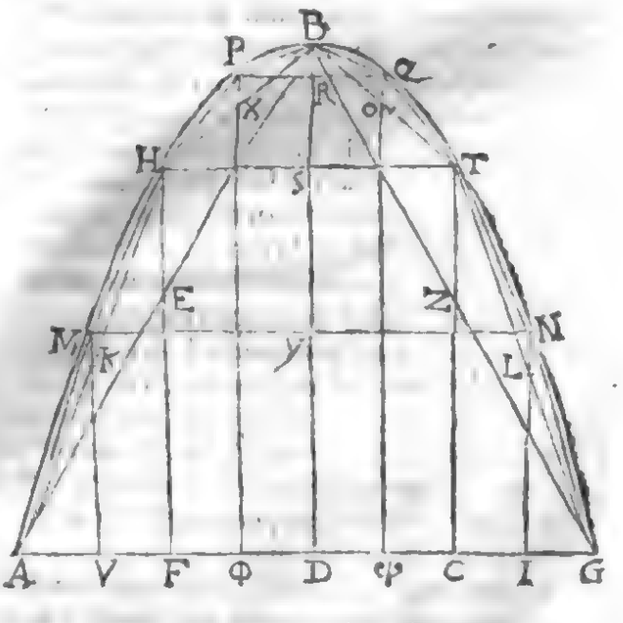
tur ſimilis axium diuiſio, vt ſcilicet proportionales ſint inter axium ſegmenta, inter correlatiua centra iterum, atq; iterum recepta: ſicut propoñebatur demonſtrandum.

Quando autem axes non ſunt perpendiculares lateribus, tunc pro axibus ſumantur perpendiculares inter latera æquidiſtantia, tales enim perpendiculares ſunt proportionales axibus æque inclinatis; & trapetij area producitur tunc ex perpendiculari inter æquidiſtantia latera in dimidium aggregati ex ipſis æquidiſtantibus.

PROPOSITIO XV.

Si intra ſectionem vocatam Parabolen triangulum inſcribatur habens eandem baſim cum ſectione, & verticem eundem, & rurſum in ſuſceptis periferiæ proportionibus triangula inſcribantur eaſdem cum portionibus baſes, & vertices habẽtia; Itemque in relictis portionibus eadem triangulorum inſcriptio cõtinuetur; figura in ſectione hoc modo inſcripta, *γναμων*, hoc eſt perſpectè inſcribi dicitur ab Archimede.

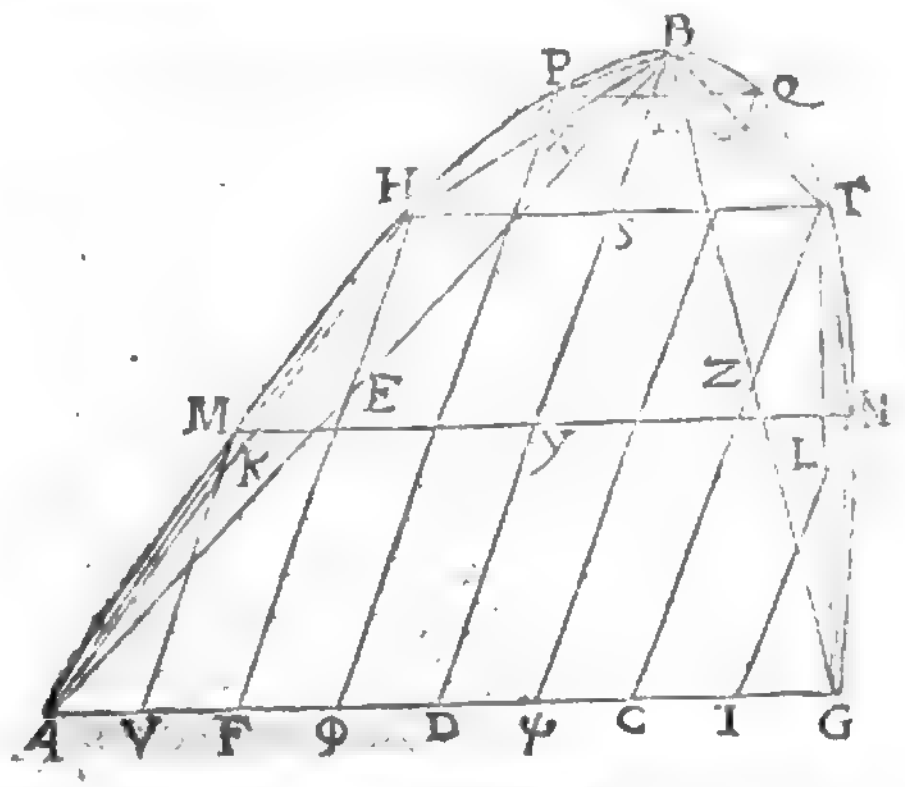
MAnifeſtum eſt autem, quod in huiuſmodi figura lineæ rectæ, quæ iungunt angulos proximos à præcipuo vertice, & binos per ordinem hinc inde ſequentes, æquidiſtabunt baſi paraboles, & creſcent à prima ſecundum crementum æquale primæ, & ſingulæ per æqualia diuidentur à præcipua diametro, & viciſſim ipſæ diametrũ ſecabunt, itaut ab ipſis ad verticẽ receptæ portiones diametri ſint in proportione numerorum imparium per ordinem ſumptorum ab vnitate; Vnde diameter ſectionis eſt & axis figuræ inſcriptæ.



Sit conica ſectio vocata parabole A B G baſim habens rectam lineam A G atq; diametrum B D, in qua inſcribatur triangulũ A B G: rurſumq; diuiſis per medium rectis A B, B G in punctis E, Z ducantur æquidiſtantes ipſi B D lineæ vtrinque ad periferiam, & baſim productæ H E F, T Z C: tales enim lineæ diametri erunt *per 46. primi conicorum elementorum*; & *per 5. ſecundi eorumdem*, lineæ tangentes ſectionem apud H, T puncta æquidiſtãt ipſis A B, B G, & ideo H T puncta vertices erunt relictarum ſectionum A H B, B T G: In his itaque portionibus inſcribantur rurſus triangula A H B, B T G, & ſimiliter diuiſis per medium rectis A H, H B, B T, T G in puuctis K, X, O, L: & per talia puncta productis ad æquidiſtantiam ipſius B D præcipuę diametri tertijs diametris vtrinque ad peripheriam, & baſim M K V, P X ●, Q O ●, N L I; ſimiliter atque tertio in relictis portionibus quatuor totidem triangula inſcribantur A M H, H P B, B Q T, T N G: Itaque figura rectilinea ex

nouem

nouem lateribus A M H P B Q T N G intra peripheriam paraboles A B G inſcripta dicitur ab Archimede perſpectè, ſiue cognitè inſcripta. Similiter pentagonum A H B T G figura notè inſcripta in parabola vocatur, & omnis alia eodem ordine continuato deſcripta: diuiſis ſcilicet deinceps chordis ſingulis bifariam; ductiſque per puncta diuiſionum diametris, triangulique per relictas portiones diſtributis. Demondum eſt igitur, quod coniunctæ lineæ P Q, H T, M N, æquidiſtabunt ipſi baſi A G; quodque H T eſt maior quam P Q in quantitate P Q, & ſic deinceps; quodque in punctis R, S, Y bifariã ſecantur; quodque portiones diametri B D ipſæ ſcilicet B R, R S, S Y, Y D, ſunt ad inuicẽ in proportione impariũ numerorũ ab vnitate ordinatorum. Sic, quoniã per hypotheſim H X æqualis X B, æquidiſtant autem P ⋆ B D; Ideo & F ⋆, ⋆ D æquales, quando ijſdem interponuntur æquidiſtantibus, quibus ipſæ H X, X B: Nec non & ipſę D ⋆, ⋆ C æquales, quippe quæ ijſdẽ interſunt æquidiſtantibus, quibus ipſę B O, O Γ, per hypotheſim ęquales. Item quoniam per hypotheſim A K, K H æquales, & T L, L G æquales, iam cum ſimili ratione ipſæ A V, V F inter ſe æquales, & ipſæ C I, I G inter ſe æquales erunt; Adhuc quoniam per hypotheſim æquales ſunt A E, E B. Item, & æquales B Z, Z G; Ideo A F, F D æquales inuicem; & D C, C G æquales inuicem erunt: Cum igitur A G ſecetur apud D in dimidia, apud F, C in quartas; ſecabitur iam apud reliqua puncta V ⋆, ⋆ I in octauas, & perinde octo portiones A V, V F, F ⋆, ⋆ D, D ⋆, ⋆ C, C I, I G inuicem æquales erunt: quoniam ergo ⋆ D, D ⋆ æquales: Ideo & P R, R Q ijſdem æquidiſtantibus interiectæ æquales erunt; & ſimiliter quoniã F D, D C æquales, ideo & H S, S T æquales; Ideo, & M Y, Y N æquales erunt. Itaque P Q, H T, M N per æqua ſecantur in punctis R, S, Y: Quamobrem diameter cum ſit B D linea tangens ſectionem apud B, æquidiſtabit vnicuique ipſarum P Q, H T, M N, A G *per* 5. *ſecundi Conicorum elementorum*, & idcirco ipſæ P Q, H T, M N, A G æquidiſtantes erunt. Item ſicut A G quadrupla eſt ad ⋆ ⋆, ita, & quadrupla ad P Q, & ſicut V I tripla ad ⋆ ⋆, ita & M N tripla ad P Q, & ſicut F C dupla ad ⋆ ⋆, ſic H T dupla ad P Q. Itaque P Q, H T, M N, A G, ſunt ad inuicem in proportione numerorum ab vnitate, & per vnitatem creſcentium; ſed *per* 20. *primi conicorum elementorum*, ſicut ſunt ad inuicem quadrata linearum P Q, H T, M N, A G; ſic ſunt in proportione lineæ B R, B S, B Y, B D; igitur lineæ B R, B S, B Y, B D ſunt in proportione quadratorum numerorum, qui fiunt à numeris ab vnitate naturali ordine creſcentibus. Et perinde talium linearum differentiæ ſcilicet ipſæ portiones B R, R S, S Y, Y D, ſunt in proportione illa, in qua talium quadratorum numerorum differentiæ: ſed quadratorum ab vnitate diſpoſitorum differentiæ ſunt impares numeri ab vnitate ordinati, ſicut oſtendit *Iordanus in Arithmeticis*: Ergo, & portiones B R, R S, S Y, Y D ſunt in proportione imparium numerorum ab vnitate ordinatorum; & hæc fuerant in propoſitione demonſtranda.



Digitized by Google

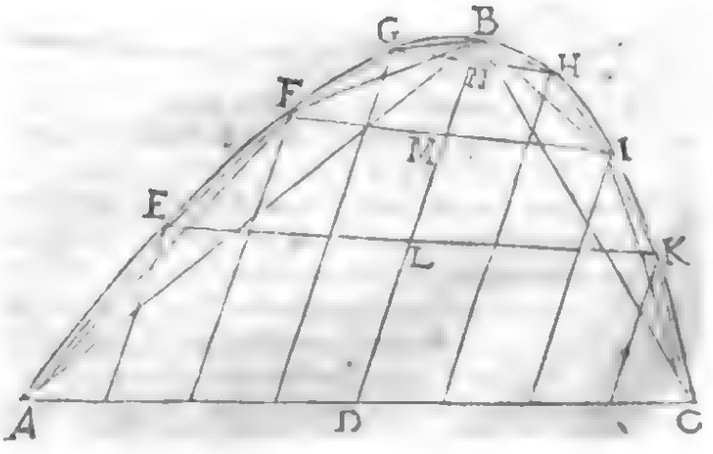
SCHOLIVM.

ET notandum, quod lineæ A B, H T, P ♦ ſecant ſe ſuper vno puncto, ſuper quo quidem ipſæ E B, H S ſingulæ per medium ſecantur. Item lineæ B G, H T, Q * ſuper vnico puncto ſe inuicem ſecant, ſuper quo ipſæ B Z, S T ſe ſingulæ per æqualia diſpeſcunt. Item attendendum, quod in præſenti demonſtratione vtrum B D diameter præcipua ſit axis in ſectione, hoc eſt ad rectos ipſis P Q, H T, M N, A G ordinate ductis, an non ſit axis, hoc eſt non ad rectos ipſis ordinate ductis, non refert: Nam propoſitiones conicorum adductæ ad omnem diametrum faciunt.

PROPOSITIO XVI.

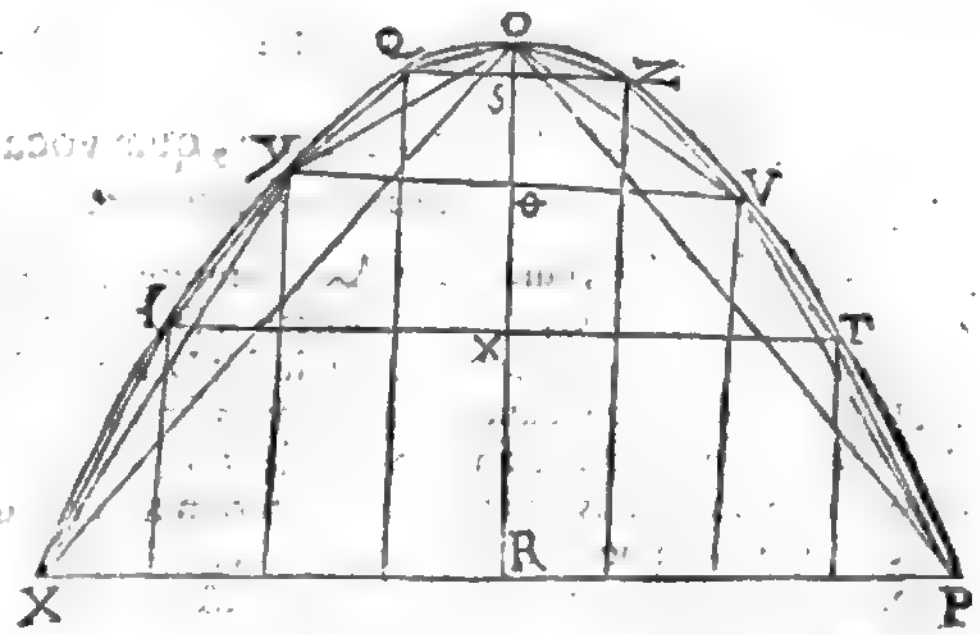
Si in duabus conicis ſectionibus, quæ vocantur parabolæ inſcribantur perſpectè duo eiuſdem numeri laterum rectilinea eaſdem cum ſectionibus baſes habentia talia rectilinea componẽtur ex ſingulis ad verticem triangulis, & ex eiuſdem numeri trapetijs æquidiſtantium laterum, in quibus correlatiua latera æquidiſtantia erunt proportionalia, & correlatiui axes proportionales, & axes rectilineorum totales per medium ſecabunt ſingula æquidiſtantium laterum.

SInt duæ parabolæ A B C, X O P, in quibus inſcribantur ſingula rectilinea nouem laterum, vt in præcedenti dictum eſt, habentia eaſdem baſes cum parabolis, quę ſint A E F G B H I K C, cuius axis B D: atque X L Y Q O Z V T P, cuius axis O R; & coniungantur G H, F I, E K, quæ *per præcedentem*, æquidiſtabunt baſi A C. Item coniungantur Q Z, Y V, L T, quę ſimiliter æquidiſtabunt baſi X P. Dico igitur, quod huiuſmodi rectilinea conſtabũt ex ſingulis triãgulis G B H, Q O Z ad vertices, & ex ternis trapetijs, ſcilicet F G H I, E F I K, A E K C, & reliquum ex ipſis Y Q V Z, L Y V T, X L T P, in quibus correlatiua latera æquidiſtantia erunt proportionala, hoc eſt G H ad Q Z, & F I ad Y V, & E K ad L T, & A C ad X P, eandem proportionem habebunt, & axes correlatiui proportionales, hoc eſt B N ad O S, &



N M

NM ad Se, & ML ad eX, & LD ad XR, eandem rationem habebũt quod ex præcedenti cõstat, nam vt est ostensũ, proportio æquidistantiũ est sicut numerorum ab vnitate ordinatorum naturali ordine procedentium, & proportio axium est sicut numerorum imparium ab vnitate ordinatorũ in omni tali rectilineo perspecte in quauis parabola inscripto;



Item axes bifariam secabunt singulas æquidistantes. Quippe quæ demonstranda proponuntur.

PROPOSITIO XVII.

Figuræ rectilineæ in sectione vocata parabola perspectè inscripta centrum grauitatis est in axe, quæ diameter est sectionis.

SIt in parabola A B C rectilineum A B C perspectè inscriptum, cuius diameter B D, quæ & diameter erit sectionis *per 15. huius*. Aio quod rectilinei A B C centrum est in axe B D: Nam *per 15. dictam*, tale rectilineum constatur ex trapetijs æquidistantium laterum, & ex triangulo ad verticem, axe latera æquidistantia singula per medium secante: Quamobrem *per 13. huius*, centrum grauitatis talis rectilinei erit in axe rectilinei: Quod fuit demonstrandum.

PROPOSITIO XVIII.

Figurarum rectilinearum in duabus conicis sectionibus, quæ dicuntur parabolæ perspectè inscriptarum eiusdem numeri laterum, centra similiter diuidunt axes.

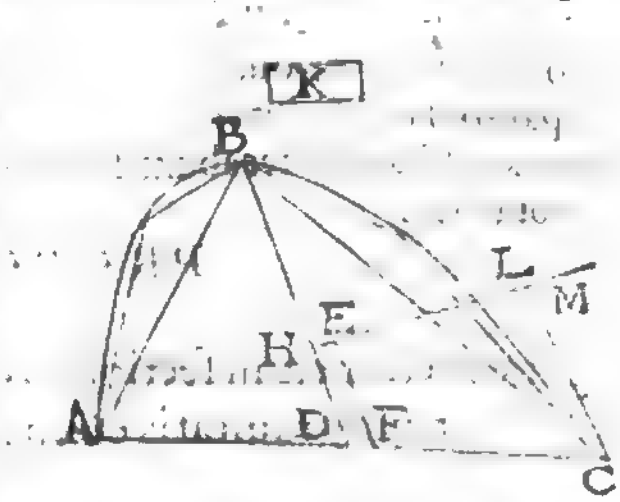
SInt in parabolis A B C, X O P duo rectilinea A B C, X O P perspectè inscripta, & eiusdem numeri laterum: Dico quod rectilineorum A B C, X O P centra grauitatum similiter, hoc est ad eandem rationem diuidunt axes B D, O R, *nam per 16. precedentem*, talia rectilinea constituuntur ex singulis triangulis ad vertices, & ex eiusdẽ numeri trapetijs quorum correlatiua latera sunt proportionalia, & correlatiui axes proportionales axibus singula æquidistantia per medium secantibus, quare *per 14. huius*, in huiusmodi rectilineis centra grauitatum similiter, hoc est ad eandem rationem secabunt axes. Quemadmodum proponitur demonstrandum.

Digitized by Google

PROPOSITIO XIX.

Centrum grauitatis sectionis conicæ, quæ vocatur parabola, est in diametro sectionis.

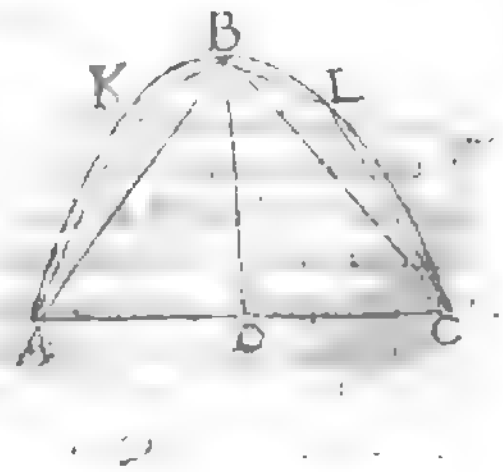
ESto parabola A B C, cuius basis A C, diameter B D: Aio quod centrum grauitatis paraboles A B C, erit in diametro B D, sit enim centrum, si possibile est, extra diametrum, in puncto E: sitque E F ipsi B D æquidistans, & inscribatur sectioni triangulum A B C habens eandem axem, & basim; & sicut est C F ad F D, sic sit triãgulum A B C ad quadrilaterum K: & inscribatur parabolæ figura perspectè ita vt relictæ portiones sint minus, quam quadrilaterum K; eritque *per 17. huius*, inscriptæ figuræ centrum in diametro B D: Sit itaque centrum ipsum punctum H, tum coniungatur H E, & producatur; & C L æquidistet ipsis B D, E F, quibus peractis, maior erit ratio figuræ inscriptæ ad relictas portiones, quam triãguli A B C ad quadrilaterum K, hoc est, quam C F ad F D, hoc est, quam L E ad E H: sit ergò sicut figura inscripta ad relictas portiones, sic M E ad E H; & quoniã E centrum est totius scilicet paraboles: Centrum autem vnius partis, scilicet figuræ inscriptæ est H punctum. Ideo *per 35. primi æqualium momentorum*, erit punctum M centrum reliquæ partis integrantis totum, hoc est portionum relictarum. Verum si M punctum est centrum ipsarum relictarum portionum, sic centrum grauitatis est extra ambitum grauis: Quod *per vltimum postulatum*, est inconueniens: superest ergo vt centrum sectionis A B C omnino sit in diametro B D, sicut proponitur demonstrandum.



PROPOSITIO XX.

Si figura perspectè inscribatur in parabola sectione, centrum commune grauitatis relictarum portionum erit in diametro sectionis.

IN parabola A B C perspectè inscribatur rectilineũ A K B L C super eandem basim A C, eandemque diametrum B D. Aio iam quod commune grauitatis centrum relictarum portionum est in diametro B D: Nam *per præcedentem*, centrum totius sectionis A B C est in diametro B D: *per 17. autem huius*, centrum vnius partis scilicet figuræ inscriptæ A K B L C est in eadem diametro. Igitur *per 7. primi, æqualium momentorum*, centrum grauitatis relictarum portionum erit in eadem diametro B D. Quod est demonstrandum.



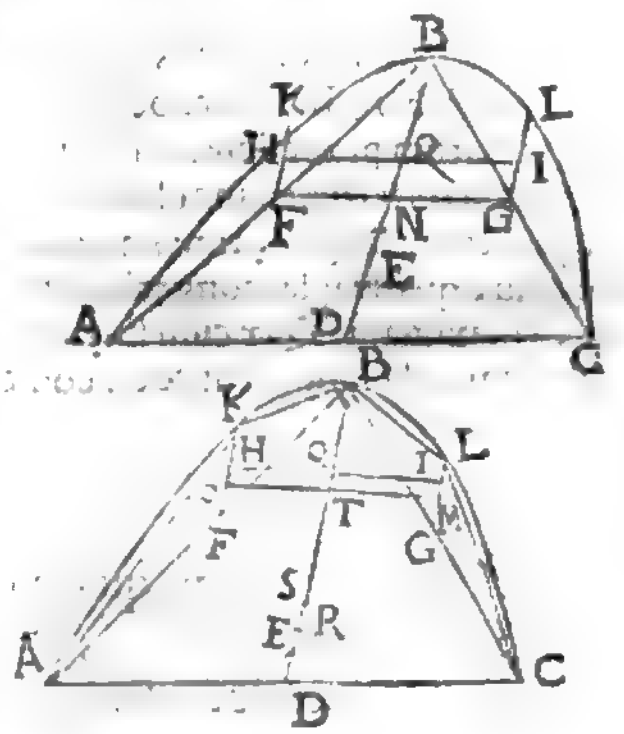
PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO XXI.

Centrum grauitatis ſectionis conicæ, quæ vocatur parabola, propinquius eſt vertici, quam centrum grauitatis figuræ perſpectè inſcriptæ in ſectione.

ESto parabole A B C, cuius baſis A C diameter B D, in qua ſuper eandem baſim, circaq; eandem diametrum triangulum deſcribatur A B C, ſitq; ſectionis cẽtrum Q trianguli A B C centrum E, in diametro enim eſt vtrumque, *per 19. huius*, & *per demonſtrata in præcedenti libro*. Dico itaque quod Q propinquius eſt vertici, quam E: nam ſectis per medium rectis A B, B C in punctis F, G. ductiſque diametris F K, G L; erunt *per 19. huius*, centra portionum A K B, B L C in diametris K F, L G. ſint talia centra puncta H, I, & coniuncta H I ſecet ipſam diametrum B D in puncto Q; & coniuncta F G ſecet eandem in puncto N, eruntq; H Q, Q I æquales. Et quoniam A K B, B L C, portiones æquales, & ſpatia H Q, Q I æqualia: Idcirco *per 16. primi, æqualium momentorum*, Q punctum erit commune centrum ipſarum portionum A K B, B L C. Cum autem E ſit centrum trianguli A B C erit *per 14. præcedentis libri*, D E pars tertia ipſius B D, cuius dimidium eſt D N; Itaque Q punctum propinquius vertici, quam E punctum; & ideo cum portionum A K B, B L C tanquã vnius partis centrum ſit Q: trianguli autem A B C tanquam alterius partis centrum ſit E, iam *per 6. primi æqualium momentorum*, centrum totius, hoc eſt ipſius ſectionis A B C centrũ erit in linea E Q coniungẽte centra partiũ, & perinde propinquius erit vertici quã E centrũ trianguli A B C: Quod erat demõſtrandũ.



Rurſum inſcribatur in eadem ſectione A B C perſpectè pentagonum A K B L C; rurſum dico quod & pentagoni A K B L C centrum propinquius eſt vertici, quam centrum trianguli A B C remotius verò à vertice, quam cẽtrum ſectionis A B C. hoc modo, cum centra portionum A K B, B L C ſint puncta H, I, iam vt dudum oſtenſum eſt, centra triangulorum A K B, B L C erunt infertora ipſis H, I, punctis; ſint O, M puncta; & coniuncta O M ſecet B D apud T, eritque *per 16. primi, dictam* T centrum commune triangulorum A K B, B L C, tanquam vnius partis: Sed centrum trianguli A B C tanquam alterius partis eſt E; igitur totius compoſiti, figurę ſcilicet rectilineæ A K B L C centrum eſt in linea E T, ſit in puncto R, eritque *per 27. primi, æqualium momentorum* ſicut T R ad R E, ſic triangulum A B C ad triangula A K B, B L C. Item portionum A K B, B L C tanquam vnius partis commune centrum fuit Q; trianguli A B C tanquam alterius partis centrum E: igitur totius compoſiti, ſectionis ſcilicet A B C totalis centrum in linea E Q, ſit in puncto S; eritque *per 27. prædictam*, Q S ad S E, ſicut triangulum A B C ad portiones A K B, B L C: ſed maiorem habet rationem triangulum A B C ad triangula A K B, B L C, quam ipſum idem triangulum A B C ad portiones A K B, B L C: Ergo maior eſt ratio T R ad R E, quam Q S ad S E; & coniunctim maior eſt ratio T E ad E R, quam Q E ad E S; & à for-

Digitized by Google

fortiori, maior est ratio T E ad E R, quam T E ad E S. Igitur maior E S quàm E R: & propterea S centrum sectionis A B C propinquius est vertici, quam R centrum pentagoni perspectè inscrrpti in sectione; estque centrum pentagoni inter E centrum trianguli A B C, & S centrum sectionis; sicut erat demonstrandum. Idipsum de omni rectilineo intra parabolam perspectè inscripto demonstrabimus. Vnde si nouem laterum rectilineum in parabola A B C perspectè inscribatur, per eadem ostendemus talis rectilinei centrum interiacere punctis R, S; & similiter deinceps in reliquis.

SCHOLIVM.

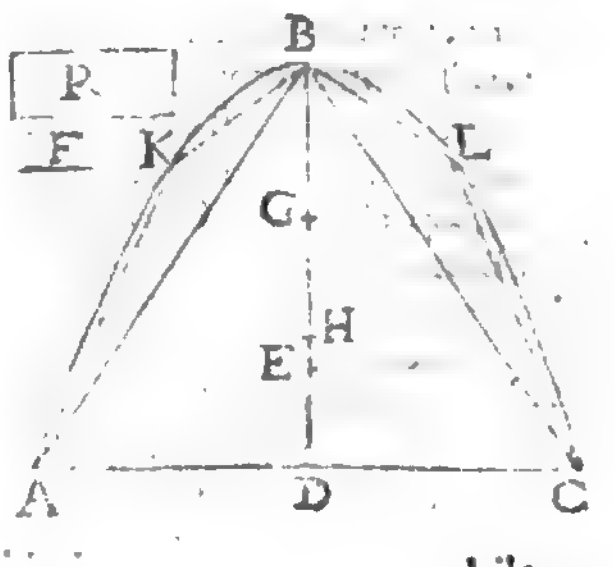
NOtandum, quod in libro Archimedis de quadratura parabolæ ostensum est, quod omnis portio sub peripheria parabolæ, & recta linea comprehensa est sesquitertia ad triangulum super eandem basim, & sub eodem vertice constitutum; Hoc est, quod sectio A K B L C sesquitertia est ad triangulum A B C. Itemque sectio A K B sesquitertia est ad triangulum A K B: & similiter sectio B L C sesquitertia ad triangulum B L C. Et quoniam triangula A K B, B L C sunt inuicem æqualia, quando eorum vtrumlibet est trianguli A B C pars octaua, sicut in dicto libro ostenditur. Ideo, & portiones ipsæ A K B, B L C sunt æquales, & vtralibet earum totius sectionis A K B L C pars octaua.

Vnde ambo triangula A K B, B L C sunt quarta pars trianguli A B C. Et similiter quatuor triangula in relictis portionibus perspectè inscripta sunt quarta pars triangulorum A K B, B L C: & octo triangula in relictis facta, sunt quarta pars quatuor triangulorum præcedentium, & sic in infinitum. Relictæ autem vltimo portiones semper sunt pars tertia triangulorum postremo inscriptorum: & sic fit vt tota sectio sit iã sesquitertia trianguli primi: nam si fuerint quotlibet magnitudines in proportione continua quadrupla, congeries earum, cum tertia parte minime semper est sesquitertia ad maximam: Quæ cum singula in libello superius memorato sint demonstrata, inde sumenda sunt: sicut & ex conicis elementis quidquid oportunum est, hic adductum citatur.

PROPOSITIO XXII.

Datæ sectioni conicæ, quæ parabola vocatur, figuram rectilineam perspectè ità inscribere, vt linea centro sectionis, & figuræ interiecta sit quocumque dato spatio minus.

SIt data parabola A B C datumque spatium F, oportet parabolæ A B C inscribere, quale dictum est, rectilineum. Inscribatur parabolæ A B C perspecte triangulũ A B C, sitque centrum parabolæ *per 5. primi, æqualium momentorum*, compertum H, & sicut est B H ad F spatium, sic sit triangulũ A B C ad quadrilaterum R. Inscribatur deinde parabolæ rectilineũ A K B L C, perspecte; itaut relictæ portiones sint minus ipso quadrilatero R; sitq; inscripti rectilinei centrum E: erit enim *per præcedentem*, H propinquius vertici B quam punctum E: Dico itaque quod linea H E minor est dato spatio F; nam maior erit ratio rectilinei A K B L C ad relictas portiones quã triangulum A B C ad quadrila-



drila-

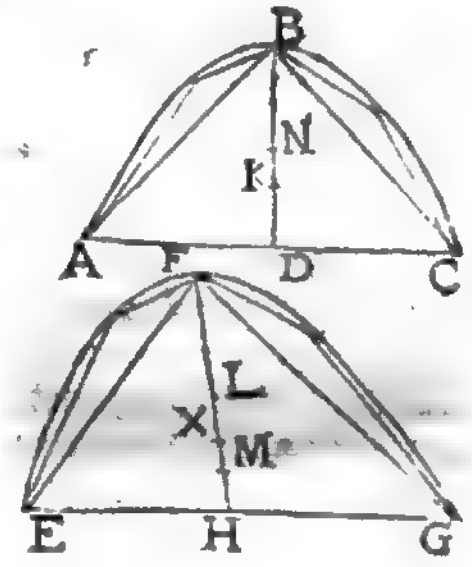
Digitized by Google

drilaterum R, & ideo maior ratio quam B H ad F: ſit autem relictarùm portionum centrum G: (omnino erit in linea H B *per* 20. *huius*, eritque *per* 19. *præcedentis libelli*, ſicut G H ad H E, ſic rectilineum A K B L C ad portiones relictas: Ergo maior erit ratio G H ad H E, quam B H ad F; & à fortiori maior ratio B H ad H E quam B H ad F. Igitur maior F quam E H: & ideo in data parabola A B C rectilineum A K B L C perſpectè ità inſcriptum eſt, vt diſtantia centrorum paraboles, & rectilinei, hoc eſt linea E H minor ſit ſpatio F: Quod faciendum proponebatur.

PROPOSITIO XXIII.

Sectionum conicarum, quæ parabolæ vocantur centra grauitatum ad eandem rationem ſecant diametros.

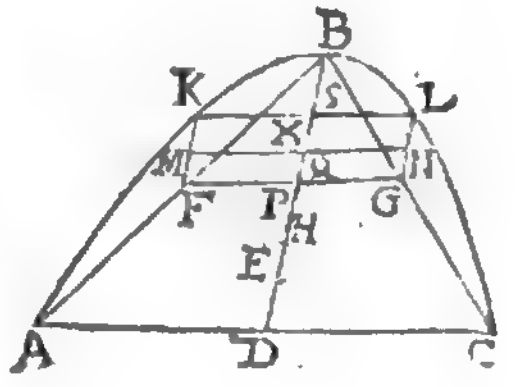
PArabolæ ſint A B C, E F G, quarum diametri B D, F H, centra verò in diametris *per* 19. *huius*, ſint K, L puncta: Demonſtrandum eſt quod ſicut eſt B K ad K D, ſic eſt F L ad L H: Nam ſi non, ſit, ſi poſſibile eſt, ſicut B K ad K D, ſic F M ad M H, & inſcribatur *per præcedentem*, ipſi E F G parabolæ rectilineum perſpectè, itaut ſpatium inter centra rectilinei, & parabolæ ſit minus ſpatio L M, ſitque rectilinei talis centrum X in ipſa diametro *per* 17. *huius*, & ſimile rectilineum inſcribatur, & ipſi A B C parabolæ, cuius centrum ſit N, cadet enim ſupra punctum K, ſicut in parabola E F G rectilinei centrum X, cadit ſupra M punctum (cum *per* 18. *huius* figurarum in parabolis inſcriptarum perſpectè, & eiuſdem numeri laterum centra proportionaliter ſecent diametros) ſic fiet, vt N centrum rectilinei propinquius erit vertici, quam K centrum parabolæ: quod cum impoſſibile ſit *per* 21. *huius*, aſtruitur id, quod proponitur demonſtrandum.



PROPOSITIO XXIV.

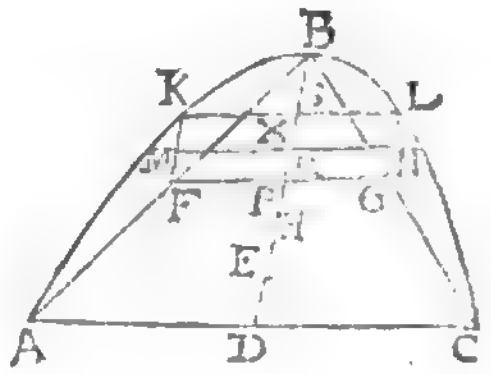
Si in ſectione conica, quæ parabolæ vocatur, triangulum ſuper eandem baſim, & eandem diametrum inſcribatur: diameter eius quadrupla erit ad diametrum tam vnius, quam alterius relictarum portionum: quadrupla item ad ſui ſegmentum à vertice ad lineam, quæ coniungit vertices portionum.

IN parabola A B C, cuius diameter B D, baſiſque A C, inſcriptum ſit triangulum A B C ſuper eandem baſim, eandemque diametrum, ſectiſque bifariam A B, B C in punctis F, G: ducantur relictarum portionum diametri K F, L G, & coniuncta K L ſecet diametrum B D in puncto S. Demonſtrandum vtique eſt, quod B D quadrupla eſt tam ipſius K F, quam ipſius L G, quamque ipſius B S. hoc modo *per* 20. *primi conicorum elementorum*, ſicut B D ad



B S,

B S, ſic quadratum A D ad quadratum K S. coniungatur F G ſecans ipſam B D apud P punctum: Aequidiſtabit autem K L ipſi A C *per* 15. *huius*, & F G æquidiſtabit ijſdem *per* 2. *ſexti Euclidis*. Quare F P æqualis ipſi K S. Igitur ſicut D B ad B S, ſic quadratum A D ad quadratum F P: ſed quadratũ A D quadruplum eſt ipſius quadrati F P: Quandoquidem A D dupla eſt ipſius F P, ſicut A B dupla ipſius F B: ergo quadrupla eſt D B ipſius B S: cumque B P ſit dimidium ipſius B D; quando F B dimidium eſt ipſius B A: Iam S P & ipſi æqualis tam K F, quam L G æqualis erit ipſi B S. Quamobrem & ipſa B D quadrupla erit ipſius tam K F, quam L G: Sicut proponitur demonſtrandum.



PROPOSITIO XXV.

Centrum grauitatis conicæ ſectionis, quæ vocatur parabole, ſic ſecat ſectionis diametrum, vt portio ad verticem recepta ſeſquialtera ſit ad reliquam.

ESto parabole A B C, cuius baſis A C, diameter B D, in qua *per* 19. *huius*, centrum ſit H; Aio vtiq; quod linea B H ſeſquialtera eſt ad lineam H D. Inſcribatur enim in ſectione ſuper eandem baſim, eandemque diametrum triangulum A B C ſectiſque bifariam A B, B C in punctis F, G, ducantur relictarum portionum diametri K F, L G, & coniuncta K L, ſecet diametrum B D in puncto S: Item F G coniuncta ſecet eandẽ in puncto P: centra autem relictarum portionum A K B, B L C ſint *per* 19. *huius*, puncta M, N in ipſarum diametris, & coniuncta M N, ſecet ipſam B D apud Q, centrum autem trianguli A B C ſit punctum E: eritque *per* 24. *precedentis libri*, D E tertia pars ipſius B D; & *per* 21. *huius*, H centrum ſectionis erit propinquius vertici, quam E centrum trianguli A B C. Item *per* 23. *huius*, B H ad H D erit ſicut K M ad M F, & coniunctim B D ad D H ſicut K F ad F M; & permutatim B D ad K F, ſicut D H ad F M: ſed *per precedentem*, B D quadrupla eſt ipſius K F, igitur H D quadrupla eſt ipſius M F. quare reſidua B H quadrupla reſiduæ K M, hoc eſt ipſius S Q: & vtraq; ergo B S, Q H reliquarum tripla eſt ipſius S Q: Eſto B S tripla ipſius S X, & Q H ergo tripla erit ipſius X Q. Et quoniam B D *per præmiſſam*, quadrupla eſt B S, & B S tripla ipſius S X, ideo B X erit pars tertia ipſius B D; fuit & E D pars tertia ipſius B D; & reliqua igitur X E pars tertia eiuſdem B D; verum totius ſectionis centrum H, centrum commune portionum A K B, B L C tanquam vnius partis eſt punctum Q; Centrum trianguli A B C tanquam alterius partis eſt punctum E: Suntque *per* 27. *primi momentorum æqualium*, partes reciprocæ diſtantijs centrorũ earum à centro communi: Triplum eſt autem triãgulum A B C ad relictas portiones A K B, B L C; vt demonſtratur *in libro de quadratura parabole*: Igitur tripla erit Q H ipſius H E, fuit autem Q H tripla ipſius Q X: ergo X E quintupla ipſius E H, hoc eſt D E quintupla ipſius E H: Quare D H ſexcupla ipſius H E: Vnde ſi ponatur D E quinque partium, erit E H vna pars, & reliquum H B nouem partes; & idcirco cum H D ſit ſex partium: erit B H ad ipſam H D ſexquialtera, quod erat demonſtrandum.

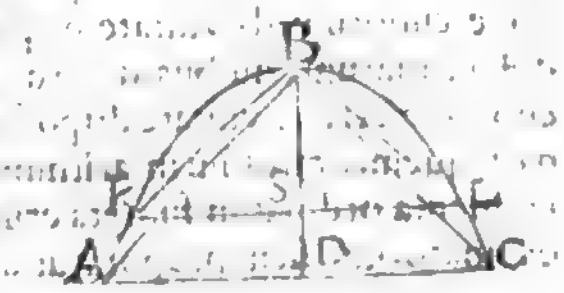
PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO XXVI.

Si recta æquidistans basi conicæ sectionis, quæ parabolæ dicitur ducatur; sectio tota ad abscissam portionem erit sicut cubus basis ad cubum ductæ æquidistantis.

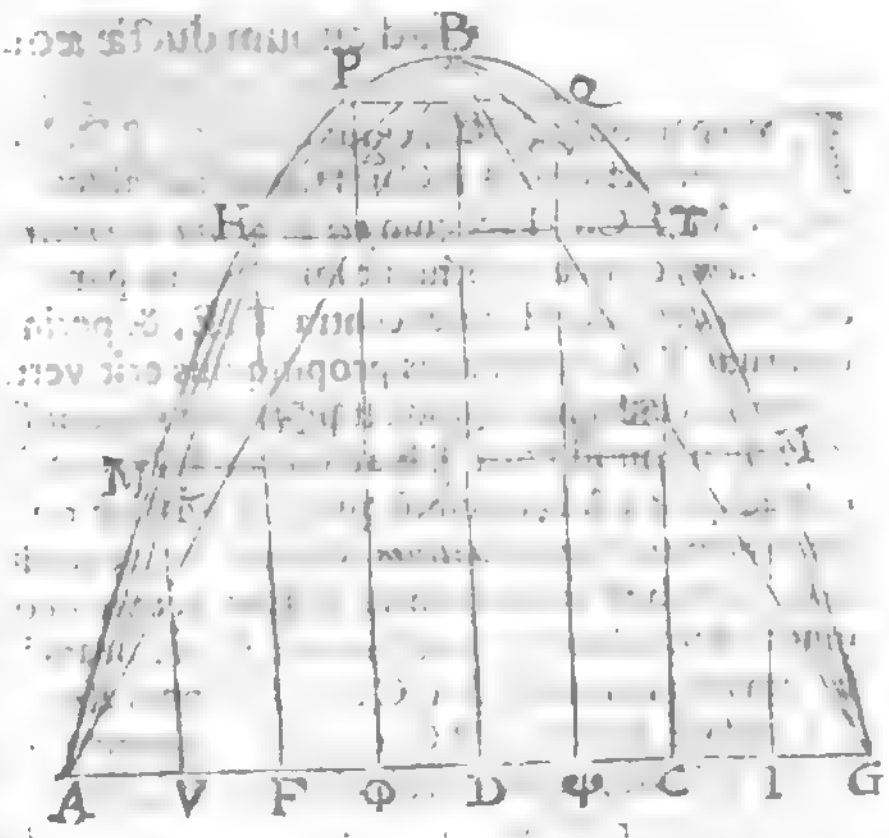
SIt parabole A B C, cuius diameter B D, basis A C, cui æquidistans ducatur K L secans ipsam B D apud S: Dico quod sectio A B C ad portionem K B L est sicut cubus, qui ex A C ad cubum, qui ex K L: Nam cum diameter sectionis sit B D, linea tangens sectionem apud B æquidistabit *per* 5. 2. *conicorum elementorum*, ipsi A C, & perinde ipsi K L: Quare *per* 46. *primi conicorum*, K L bifariam secatur apud S. Demonstrandum est igitur quod sectio A B C ad sectionem B K L est sicut cubus, qui ex A D ad cubum, qui ex K S. Sic Coniungantur A B, B C, & K B, B L: & quoniam ratio triangulorum componitur ex basium, & altitudinum rationibus; Ideo ratio trianguli A B C ad triangulum K B L componetur ex rationibus duabus, scilicet ex ratione A D ad K S, & ex ratione D B ad B S: sed *per* 20. *primi conicorum elementorum*, sicut B D ad B S, sic quadratum A D ad quadratum K S. Igitur ratio trianguli A B C ad triangulum K B L componetur ex ratione A D ad K S, & ex ratione quadrati A D ad quadratum K S: dupla est autem ratio quadrati A D ad quadratum K S rationis A D ad K S: Ergo ratio trianguli A B C ad triangulum K B L tripla erit rationis A D ad K S. Verum ratio cubi, qui ex A D ad cubum qui ex K S tripla est rationis A D ad K S. Igitur sicut cubus, qui ex A D ad cubum, qui ex K S, sic triangulum A B C ad triangulum K B L: sed *per demonstrata de quadratura parabolæ*, sicut est triangulum A B C ad triangulum K B L, sic sectio A B C ad sectionem K B L, (omnis enim parabola sesquitertia est sui trianguli) ergo sicut sectio A B C ad sectionem K B L, sic cubus, qui ex A D ad cubum, qui ex K S: Quod iam erat demonstrandum.



PROPOSITIO XXVII.

Si intra conicam sectionem, quæ parabole dicitur, figura rectilinea perspectè inscribatur, abscissæ portiones à coniungentibus angulos à vertice per ordinem ad verticem receptæ erunt ad inuicem in proportione cuborum numerorum ab vnitate ordinatorum.

REpetatur descriptio 15. *huius*: in qua demonstrandum est, quod portiones P B Q, H B T, M B N, A B G sunt in proportione cuborum numerorum ab vnitate: Namque *per* 15. *huius*, Ipsæ lineæ P R, H S, M Y, A D sunt in proportione numerorum ab vnitate per ordinem naturalem



lem procedentium: & *per præcedentem*, prædictæ portiones sunt in proportione cuborum, qui ex ipsis P R, H S, M Y, A D fiunt: cubi autem tales sunt, qui ab vnitate per ordinẽ disponuntur: Igitur portiones P B Q, H B T; M B N, A B G sunt in proportione cuborum numerorum ab vnitate ordinatorum: Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXVIII.

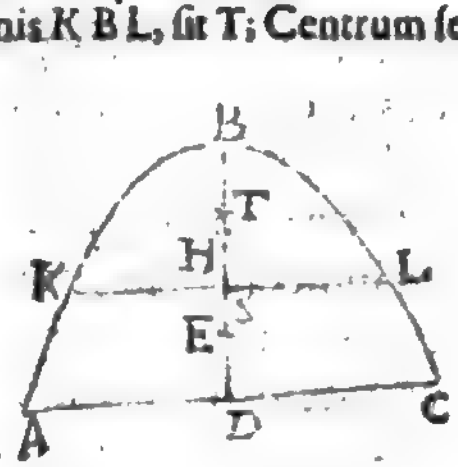
Iisdem suppositis segmenta sectionis lineis coniungentibus angulos interiecta erunt in proportione sexagonorum numerorum æquiangulorum ab vnitate ordinatorum.

NAmque cum talia segmenta sint differentiæ portionum à coniungentibus angulos ad verticem receptarum, & portiones ipsæ *per præcedentem*, sint in proportione cuborum ab vnitate dispositorum: Iam talia segmenta erunt in proportione differentiarum, quibus differunt cubi numeri: Verum differentiæ, quibus differunt cubi numeri, ab vnitate dispositi sunt numeri hexagoni æquianguli ab vnitate ordinati, quemadmodum in arithmeticis nostris demonstrauimus. Igitur, & memorata segmenta ordinatim sumpta erunt in proportione ipsorum hexagonorum ab vnitate ordinatorum; sicut proponitur demonstrandum.

PROPOSITIO XXIX.

Si paraboles sectionis basi æquidistans linea ducatur, centrum grauitatis abscissæ portionis erit propinquius vertici, quam centrum totius sectionis: linea autem inter centrum abscissæ portionis & centrum segmenti æquidistantibus lineis interiecti ad lineam inter centrum dicti segmenti, & centrum totius sectionis erit sicut cubus basis ad cubum ductæ æquidistantis.

ESto parabole A B C, cuius diameter B D, basis A C, cui æquidistans sit K L, centrum sectionis A B C sit H, centrum abscissæ portionis K B L, sit T; Centrum segmenti A K L C, sit E: & cum *per 6. primi momentorum aqualium*, centrum totius sit inter centra partium; erit iam centrum H, inter centra T, E, & perinde centrum T abscissæ partis propinquius erit vertici, quam H centrum. Quod est primum ex propositis. Item dico, quod linea T E ad lineam E H, erit sicut cubus, qui ex A D ad cubũ qui ex K S. Nam *per 27. primi momentorum aqualium*; Grauia reciproca sunt spatijs, quibus eorum centra distant à centro communi: Atq; ideo erit, sicut linea T H ad lineam H E, sic iam segmentum A K L C ad portionem abscissam K B L: & coniunctim sicut linea T E ad H E, sic tota A B C sectio ad portionem abscissam K B L: Sed *per 26. huius*, sectio A B C ad portionem abscissam K B L est sicut cubus, qui ex A D ad cubum, qui ex K S: Igitur erit vtique sicut cubus qui ex A D ad cubum, qui ex K S: sic linea T E ad lineam E H: Quod erat demonstrandum.



PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO XXX.

Conicæ ſectionis, quæ vocatur parabole, centrum grauitatis comperire.

SIt parabole A B C, cuius diameter B D, baſis A C, oporter eius centrum inuenire: ſecetur diameter B D in puncto H, ita vt portio B H ſeſquialtera ſit ad portionem H D, eritque *per conuerſam* 24. *huius*, H centrum grauitatis paraboles A B C. quod erat comperiendum.

PROPOSITIO XXXI.

Aequidiſtantibus lineis in ſectione parabola ſegmentum intercipientibus, intercepti ſegmenti centrum grauitatis comperire.

IN parabola A B C æquidiſtantes lineæ K L, A C ſegmentum intercipiant: oportet ſegmenti A K L C centrum inuenire: Inueniatur *per præcedentem ipſius*, A B C ſectionis centrum, quod ſit H. Itemque ipſius K B L abſciſſæ portionis centrum, quod ſit T, & ſicut exceſſus cubi, qui ex A D ſuper cubum, qui ex K S ad ipſum cubum, qui ex K S: ſic ſit T H linea ad lineam H E: eritque coniunctim, ſicut T E ad E H, ſic cubus, qui ex A D ad cubum, qui ex K S: Eritque *per conuerſionem* 29. *huius*, E punctum, centrum ſegmenti A K L C: Quod inueniendum proponebatur.

Sic & centrum ſectionis parabolæ, & centrum ſui ſegmenti compertum eſt; & omnia, quæ ad eius inuentionis ſpeculationem faciunt, diſcuſſa ſunt. Cætera, quæ ſuper hoc demonſtrat Archimedes, omiſimus, quoniam in eis plus obſcuritas faſtidij, quam demonſtratio delectationis, aut vtilitatis afferebat.

FINIS.

Libri Tertij De Momentis æqualibus.

Caſtellobono hora noctis tertia diei Veneris qui fuit Decembris 30. Indictionis VI. M. D. XLVII.

LIBER QVARTVS.

DE MOMENTIS ÆQVALIBVS.

PRÆFATIO.

SVpereſt nunc agere de centri grauitatis inuentione in ſolidis; hic enim erat eius ſpeculationis locus, quem ab Archimede omiſſum non parum admiror. Namquamuis memorati centri inuentio facilis ſit in ſphæra, facilis in ſolidis, quæ vulgò regularia dicuntur, & centrum omnis priſmatis ſit centrum ipſum rectilinei, quod baſibus medium, & parallelum interiacet: tamen centrum pyramidis non minori induſtria, quam centrum plani trianguli, ne dicam maiori exquiri poterat. Itaque cum in primo libello doctrinam grauium vniuerſalem tradiderimus: In ſecundo centra planorum: in tertio conicæ ſectionis, quæ parabola dicitur, ad ea diſtinctius intelligenda, quæ ſcripſit Archimedes: Nunc in hoc quarto ſolidorum negotium exequemur.

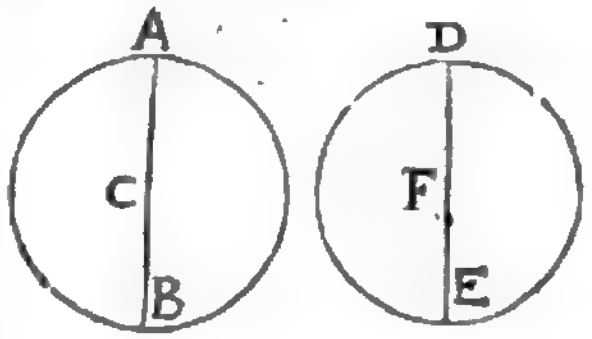
PROPOSITIONES

Partim Theoremata, & partim Problemata.

PROPOSITIO PRIMA.

In ſphæra centrum grauitatis eſt idem, quod magnitudinis.

ESto ſphæra A B, cuius centrum grauitatis C punctum: Aio quod C punctum eſt, & centrum magnitudinis ſphæræ A B; ſit enim ipſi A B ſphæræ æqualis ſphæra D E: cuius centrum grauitatis ſit F, & coaptetur ſphæra D E ſphæræ A B, itaut ductis diametris A B, D E per puncta C, F, cõgruat in coaptatione diameter D E diametro A B: ſic *per 6. poſtulatum*, congruet centrum F centro C, & perinde congruet linea D F lineæ A C, & linea F E lineæ C B. Rurſum congruat ſphæra D E ſphæræ A B commutatis diametrorum extremis: nam rurſus *per 6. poſtulatum*, congruent in coaptatione grauitatũ centra: & ideo linea F D conguet lineæ C B, & linea E F lineæ A C: Itaq; cum in prima coaptatione linea D F congruat lineæ A C: & in ſecunda coaptatione congruat lineæ C B: Iã æquales erũt lineæ A C, C B: diameter autem eſt A B: Ergo C punctum eſt centrum magnitudinis in ſpera A B: Quod erat demonſtrandum



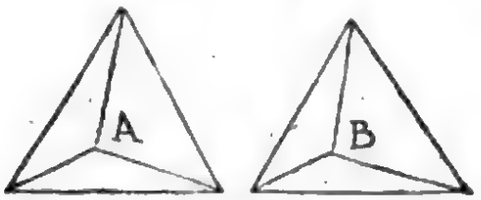
Vel ſic coaptentur ſphæræ A B, D E; itaut in coaptatione ſecent ſe diametri A B, D E; congruent, autem *per ſextum poſtulatum*, ipſa C, F grauitatum centra; & idcirco punctum F congruet puncto C. Quare diametri A B, D E, ſuper ipſo puncto C ſe inuicem ſecabunt: diametri vero ſe viciſſim ſecant ſuper centro; centrum igitur magnitudinis eſt punctum C in ſphæra A B: Quod erat demonſtrandum.

PRO-

PROPOSITIO II.

In vnoquoque regularium quinque ſolidorum Pyramidis, Octahedri, Cubi, Icoſahedri, Dodecahedri, centrum grauitatis eſt idem, quod & magnitudinis.

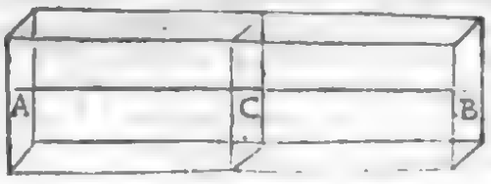
SIt exempli gratia, pyramis A, cuius centrum grauitatis ſit A; Aio quod & A eſt centrum magnitudinis in ſolido: Sit enim ipſi A ſimile, & æquale ſolidum B, cuius centrum grauitatis ſit B, & coaptetur ſolidum B ſolido A; congruet autem centrum grauitatis B centro grauitatis A *per 6. poſtulatum*. Rurſum commutatis baſibus, congruant ſolida A, B, rurſum enim *per dictum poſtulatum*, congruent grauitatum centra; & quoniam in prima, & ſecunda coaptatione non congruunt, niſi centra ſphærarum continentium ſolida A, B; Iam ideo neceſſe eſt, vt centra grauitatum in ſolidis ſint huiuſmodi ſphærarum centra: quemadmodum proponitur demonſtrandum.



PROPOSITIO III.

Parallelepipedi ſolidi centrum eſt & centrum parallelogrammi æquidiſtantis binis oppoſitis baſibus, & ab vtraque æqualiter remoti.

ESto parallelepipedum ſolidum A B, cuius baſes parallelogrammæ A, B quibus parallelum ſit parallelogrammum C, & ab vtraque æqualiter remotum, cuius centrum ſit C; Aio quod centrum ſolidi A B eſt ipſum C punctum: Sint enim A, B, parallelogrammorum centra ipſa A, B, puncta. Eruntque A, C, B, puncta in vna recta, quæ axis eſt ſolidi: Et quoniam *per hypotheſim* parallelogrammũ C æqualiter abeſt ab ipſis, A, B, parallelogrammis; Ideo axis A B in puncto C per æqualia ſecatur: eſt autem A B ſolidum vniforme, *per definitionem*. Igitur *per 25. primi æqualium momentorum*. C punctum erit centrum ipſius parallelepipedi ſolidi A B; quod fuit demonſtrandum.



Alia Demonſtratio eiuſdem.

SIt parallelepipedum ſolidum A B, cuius baſes parallelogrammæ oppoſitæ A, B, quibus parallelũ medio in loco planum interſit C, cuius centrũ ſit C: Aio quod & C centrum eſt ſolidi A B: Quod ſic oſtenditur: Sit ipſi A B ſolido ſimile, & æquale ſolidum D E: Ità vt baſes A, D ſint correlatiuæ, & baſes B, E correlatiuæ; ſitq; centrũ ſolidi D E, punctum F, & tunc ſi centrum C ſit propinquius vni baſium A, B, vt potè

baſi

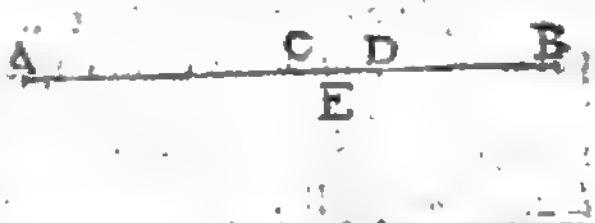
basi A, quam reliquæ; tunc *per vltimum postulatum*, & centrum F erit propinquius basi D, quam basi E: commutabo igitur collocationem basium, ita vt basis A sit correlatiua basi E; & basis B correlatiua basi D; (licet enim hoc propter similitudinem, & æqualitatem talium quatuor basium) atque ita fiet, vt in solidis similibus, & æqualibus A B, D E centra C, F inæqualiter remoueantur à correlatiuis basibus A, E quod est absurdum. Omnino igitur centrum C æque remotum erit à basibus A, B. similiter ostendam, quod & idem centrum C æque remouebitur à dictis duabus oppositis basibus solidi A B: nec secus, quod & æqualiter distabit à reliquis duabus oppositis basibus: sed punctum tali æqualitate ab oppositis basibus remotum est centrum parallelogrammi C. Igitur centrum solidi A B est ipsius parallelogrammi C centrum. Quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM

VNde centrum solidi parallelepipedi semper erit illud punctum, in quo se inuicem secant tres axes ipsius solidi, qui oppositarum basium centra coniungunt.

Alia demonstratio eiusdem

SIt parallelepipedum solidum A B, cuius axis A B, cuius medium punctum C. Aio quod centrum solidi A B est in plano parallelo basibus A, B ducto per punctum C: nam si in tali plano non sit, esto in parallelo plano per punctum D per spatium C D à puncto C medio: Quare & centrum vniuscuiusque octo parallelepipedorum inuicem æqualium, & similium, totalique solido A B similium recedet à medio suo per dimidiũ spatij C D *per penultimum postulatum*, quandoquidẽ ipsius latus dimidium est lateris solidi A B correlatiuum correlatiui: & per consequens centrum commune dictorum octo solidorum tantumdem recedet à puncto C medio, scilicet per spatium C E dimidium ipsius C D: quapropter centrum totalis solidi A B non erit ipsum centrum commune dictorum octo solidorum; hoc est centrum totius erit aliud à centro communi omnium suarum partium: Quod est absurdum. Omnino igitur centrum solidi A B erit in plano basibus A, B parallelo ducto per punctum C: Similiter ostendam quod & centrum solidi A B erit in singulis planis eadem lege secantibus singulos reliquorum axium: sed hoc esse non potest, nisi centrum solidi A B sit in eo puncto, in quo tres axes solidi se vicissim secant; quod est ipsum C punctum vniuscuiusque axiũ mediũ ipsum: Ergo C punctũ erit solidi A B centrum. Quod fuit demonstrandũ.



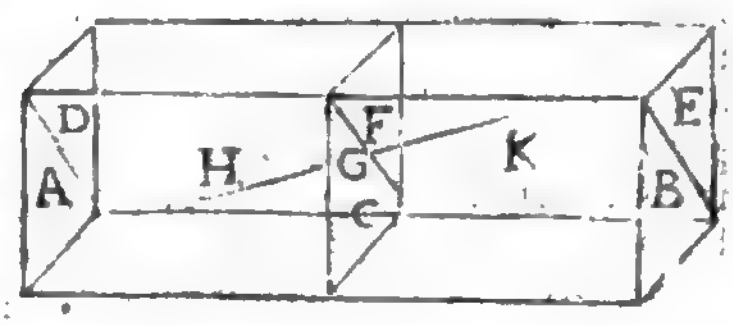
PROPOSITIO IV.

Trianguli prismatis centrum est, & ipsum centrum medij, & æquidistantis basibus triangulis trigoni.

PRisma supertriangulam basim est solidum illud, quod à quibusdam, serratile vocatur: habet autem quinque bases, scilicet duo triangula inuicem æquilatera, & æqui-

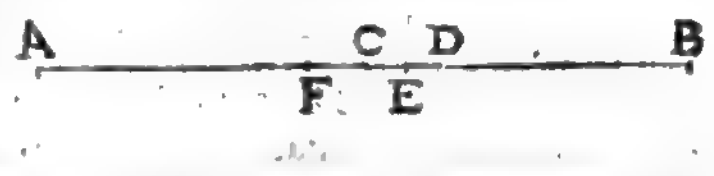
Digitized by Google

& æquidiſtantia, & tria parallelogramma: ſit ergo tale ſolidum A B, cuius triangulæ baſes ſint A, B, quibus, & æquidiſtans, & medium in interuallo ſit triangulum C, cuius centrum ſit C: Aio quod ſolidi A B centrum grauitatis eſt ipſum C punctum: applicentur enim ipſis A, B, C triangulis æquilatera triangula D, E, F, compleantque parallelogramma A D, B E, C F, & parallelepipedum ſolidum A D B E: eritque *per precedentem*, talis parallelepipedi centrũ ipſum ipſius C F parallelogrammi centrum, quod ſit G: ſi itaque priſmatis A B centrum non eſt in plano trianguli C, ſit, ſi poſſibile eſt, extra vt pote punctum H; & coniuncta H G per centrum ſcilicet vnius priſmatis A B, & per centrum totius parallelepipedi A D B E producta ibit per centrum reliqui priſmatis D E *per 7. primi momentorum æqualium*. Eat, ſitque K centrum reliqui priſmatis D E, deinde coaptentur triangula D, E, F triangulis A, B, C; congruent enim æquilatera æquilateris; & D E priſma ipſi A B priſmati congruet: centrum vero K centro H nõ congruet: quod eſt abſurdum *per 6. poſtulatum*. Itaque centrum priſmatis A B alibi, quam in plano trianguli C non erit. Quod autem ſit ipſum C punctum, quod eſt ipſius trianguli C centrum, demonſtratum eſt *in 2. æqualium momentorum*, omnis enim demonſtratio facta de centro plani trianguli pertinet ad triangulum habens craſſitudinem, hoc eſt ad priſma; ſi pro triangulis priſmata, & pro parallelogrammo parallelepipedum ſumatur.



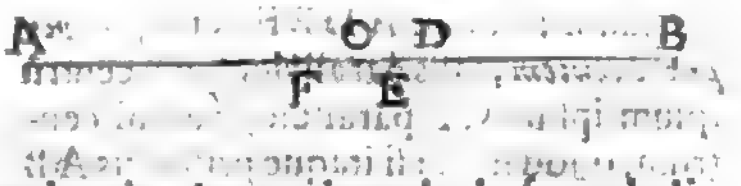
Alia demonſtratio huius quartæ.

SIt triangulum priſma, ſiue ſerratile ſolidum A B, cuius axis centra triangularium baſium connectens ſit A B, in quo medium punctum ſit C. Aio quod centrum priſmatis A B erit in plano triangulo parallelo baſibus A, B ducto per punctum C: Nam ſi in tali plano non ſit: Eſto in parallelo plano ducto per punctum D per ſpatium C D à puncto C medio: Quare & centrum vniuſcuiuſque octo priſmatum inuicem æqualium, & ſimilium, totalique priſmati A B ſimilium, recedet a medio ſuo per dimidiũ ſpatij C D *per penultimum poſtulatum*. Quandoquidẽ ipſius latus dimidium eſt lateris priſmatis A B correlatiuum correlatiui: & per conſequens, centrum commune dictorum octo priſmatum, tantundem recedet à puncto C medio, videlicet per ſpatium C E dimidium ipſius C D: Vnde ſequetur idem inconueniens, quod in præmiſſa: Hoc autem quando axis A B, orthoganalis eſt triangulis A, B, C: tunc enim octo priſmata habent baſes correlatiuas ad eaſdem partes: Tunc enim centrum ipſorum commune vnum, & idem ponere cogetur Aduerſarius: quando autem axis A B inclinatur ad triangula A, B, C: Tunc ſex priſmata angularia ad eandem partem habebunt baſes correlatiuas; reliqua autem duo priſmata media ad diuerſas comparando ſimiles inclinationes. in quo caſu aduerſarius dicere poterit dictorum ſex priſmatum angularium centra, & perinde eorundem ſex commune centrum recedere à puncto C medio per dictum ſpatium C E ipſius C D dimidium: At centra dictorum duorum, & perinde eorumdem duorum commune centrum recedere à puncto C medio ad partes diuerſas per ſpatium ſcilicet C F æquali ipſi C E, quo ſcilicet talis centrorum pro aduerſario poſita receſſio fiat (ſic volente penultimo poſtulato verſus baſes correlatiuas:) Vnde in hoc caſu ſequetur, vt hæc tria centra, ſcilicet centrum totalis priſmatis, centrum ſex priſmatum angula-



Digitized by Google

gularium, centrum duorum prismatum medianorum, hoc est centrum totius, & duo centra partium sint in parallelis planis per puncta D, E, F, ductis, cumque punctum D non interiaceat punctis E, F, iam centrum totius non interiacebit centris partium: quod est impossibile *per 6. primi momentorum æqualium*. Omnino igitur centrum prismatis A B erit in plano triangulo per punctum C parallelo ipsis A, B triangulis, eritque ipsum C punctum axis medium, quod est centrum ipsius trianguli per punctum C ducti; Quod sic demonstrabitur in triangulari prismate, quemadmodum in plano triangulo in secundo libello ostensum est: vt scilicet pro triangulis prismata, quorum bases sunt ipsa triangula, & pro parallelogrammis parallelepipeda, quorum bases sunt parallelogramma in ipsa demonstratione sumantur.



Vnde centrum omnis prismatis triangularis est in puncto medio axis connectentis centra triangularium basium, quod est centrum trianguli basibus ipsis æquidistantis.

Sequitur demonstratio 6. de prismatibus habentibus bases tetragonas, pentagonas, & multangulas, quæ tota demonstrationi trianguli prismatis innititur.

PROPOSITIO V.

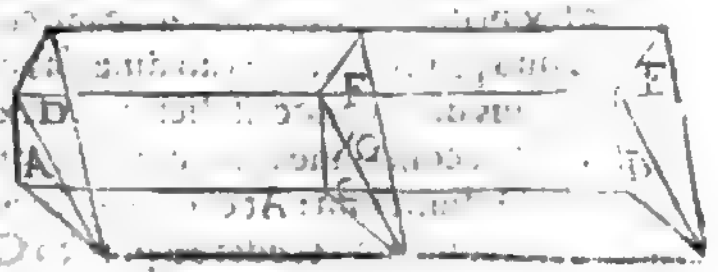
Parallelepipedi solidi centrum est in communi sectione trium axium.

TRes enim axes in solido parallelepipedo sunt, qui coniungunt centra oppositarũ basium binarum, binarum, & binarum sese inuicem in vno puncto secantes; tales autem axes sunt communes sectiones trium parallelogrammorum, quorum vnumquodque medium interiacet, & æquidistat oppositis solidis basibus: itaque cum *per 3. huius*, centrum talis solidi sit ipsum vnius cuiusque dictorum parallelogrammorum centrum: omnino erit punctum illud, quod tribus parallelogrammis commune est: punctum autem tale est, in quo se intersecant rectæ tres, quæ sunt trium parallelogrammorum communes sectiones, hoc est tres ipsi axes: quemadmodum proponitur demonstrandum.

PROPOSITIO VI.

Omnis prismatis centrum est & ipsum centrum rectilinei, quod per æqualia secans solidum æquidistat basibus.

ESto prisma A D B E, cuius bases æquidistantes quadrilateræ A D, B E; quibus æquidistet quadrilaterum C F secans solidum per medium. Demonstrandum est quod centrum prismatis A D B E est & centrum ipsum quadrilateri C F: secetur enim prisma A D B E in duo prismata triangularia A B, D E; quorum bases triangulæ, & æquidistãtes sint A, B, & D, E, quibus æquidistabunt triangula C, F, quæ secant singula prismata per medium. Erit q; *per 4. huius*, centrum prismatis triangularis A B, centrum trianguli G, quod sit C punctum; & *per eandem*, centrum prismatis triangularis D E, centrum trianguli F, quod sit punctum

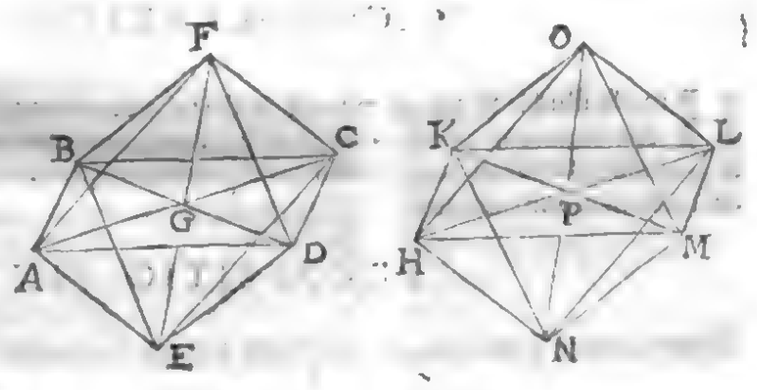


ctum F: Itaque coniuncta C F, erit *per 6. primi momentorum æqualium*; centrum totalis prismatis A D B E in ipsa recta C F; sit ipsum G. punctum: Igitur *per 27. primi momentorum æqualium*, erit sicut prisma A B ad prisma D E: sic linea F G ad lineam G C: sed sicut est triangulum C ad triangulum F, sic est prisma A B ad prisma D E; (quandoquidē prismata sunt basibus proportionalia): Ergo sicut linea F G ad lineam G C; sic triangulum C ad triangulum F. Quare *per 28. primi momentorum æqualium*, G centrum est quadrilateri C F: Quod & centrum totalis prismatis A D B E fuit: sicut proponitur demonstrandum. Idem similiter demonstrabimus de prismate super basim pentagonam, hexagonam, aut plurium, & quotcumque laterum superficie erecto. Quod est propositum.

PROPOSITIO VII.

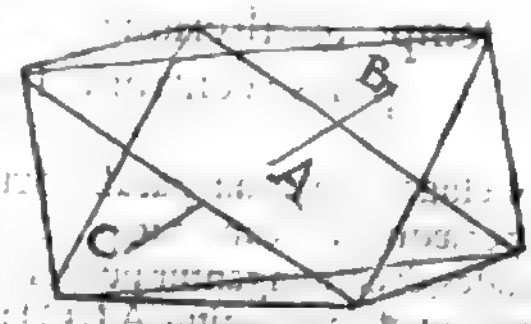
Solidi ex octo triangulis constructi, quorum bina oppositæ æquidistant, semper, & alterum alteri æquilatera sunt, hoc est octahedri corporis: centrum est in communi sectione trium axium.

INtelligatur planum parallelogrammū A B C D, cuius diametri A C, B D se viciſſim per æqualia secantes in puncto G; ponaturq; E G F perforās planū vt sint G E, G F æquales, & coniungantur puncta A, B, C, D, cū extremis E, F; sic enim fiet Octahedrū solidū, quale proponitur A B C D E F, in quo binæ quælibet oppositæ bases triangulæ æquidistant, & æquilateræ sunt altera alteri, & in quo tres axes A C, B D, E F, se inuicē bifariā secant in puncto G; Demonstrandū est igitur quod centrū grauitatis octahedri A B C D E F est ipsum punctū G; cōstruatur enim ipsi A B C D E F octahedro simile, & æquilaterū octahedrum H K L M N O, cuius axes H L, K M, N O se viciſſim secēt apud P punctū: Deinde cōgruat parallelogrāmū H K L M paparallelogrāmo A B C D: sic enim propter æqualitatem laterum, & angulorū cōgruent singula latera octahedri H K L M N O singulis lateribus octahedri A B C D E F, & singulæ vertices singulis verticibus, & singuli axes singulis axibus, & octahedrum octahedro coaptabitur, vt ex duobus vnum fiat: congruent itaque *per sextum postulatum*, octahedrorum centra. Rursum congruat parallelogrammum H K L M parallelogrammo A B C D commutatis angulis: sic enim congruent rursus axes axibus commutatis extremis: & rursum octahedrum octahedro coaptabitur: & rursum *per dictum postulatum*, solidorum centra congruent: Quando igitur centra grauitatum congruunt in vtraque coaptatione; nulla autem puncta solidorum in vtraque coaptatione congruunt præterquam puncta G, P quæ sunt communes axium sectiones, propterea omnino ipsa G, P puncta erunt solidorum centra: Quod erat demonstrandum.



Alia demonſtratio huius ſeptimæ.

SIt octahedrum ſolidum A habens oppoſitas quaſque baſes parallelas: ſitque A vnum parallelogrammorum, quod baſis eſt communis duarum quadrangularum pyramidum B, C componentium ipſum octahedrum; ſitque parallelogrammi A, centrum punctum A: Aio quod etiam A punctum erit centrum ſolidi octahedri A; quód ſic oſtendam. Sit pyramidis B centrum punctum B, & coniungatur B A, & producatur in rectum, ponaturque ipſi B A æqualis A C, eritque punctum C centrum pyramidis C *per vltimum poſtulatum*, quandoquidem pyramides A, B ſunt ſimiles, & æquales, & punctum A centrum baſis earum communis, atque A B, A C lineas correlatiuas, & æquales habeant, ſintque inuicem æquales. Itaque puncta B, C ſunt centra grauium æqualium pyramidum ſcilicet A, B: Quare *per 16. primi æqualium momentorum*, æqualiter diſtant à centro totius; & *per 6. eiuſdem*, centrum totius eſt in recta B C: ſed punctum in rectâ B C, à quo puncta B, C æqualiter diſtant eſt punctum A. Igitur punctum A eſt centrum totius octahedri, ſcilicet A: Quod fuit oſtendendum.



Similiter oſtendam, quod centrum octahedri A eſt in centro cuiuslibet alterius parallelogrammi ex lateribus octahedri conſtituti.

Vel ſic, cũ *per 4. ſecundi momentorum æqualium*, cẽtrum A parallelogrãmi A ſit in ſectione bifariã diametrorum eiuſdẽ parallelogrammi, atq; eædem diametri ſint & diametri reliquorum duorum ex reliquis octahedri lateribus cõſtitutorum parallelogrammorum: Conſtat iam quod A punctum eſt centrum tãm octahedri, quàm vniuſcuiuſque parallelogrammi ex octahedri lateribus conſtituti.

COROLLARIVM

HInc & illud infertur, quod octahedri talis centrum eſt ſemper in communi ſectione axium ſolidi: Nam axes ſunt, qui coniũgunt oppoſitos ſolidi angulos, & proinde ipſæ parallelogrammorum diametri, in quarum ſectione centrum octahedri fuiſſe demonſtrauimus.

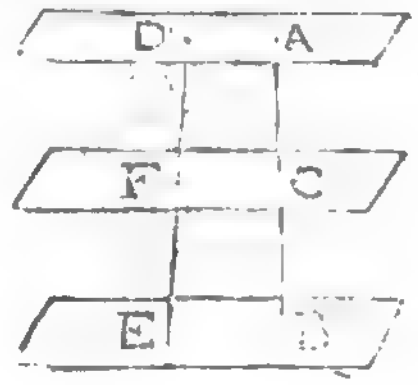
PROPOSITIO VIII.

Si per centra partium, & centrum totius ducantur tria parallela plana: quod per centrum totius, medium erit planorum; portiones autem cuiuslibet rectę inter æquidiſtantia plana receptæ ſunt partialibus grauibus, ordine permutato, proportionales: Vnde ſi grauia ſint æqualia portiones dictæ erunt æquales, & è contrario.

SInt centra grauium partialium A, B, centrũ commune amborum C, per quæ ducãtur tria plana, Inter plana verò receptæ portiones cuiuslibet rectæ ſint, D F, F E. Demonſtrandũ eſt, quod planũ, quod per punctum C ducitur cadit inter plana, quæ per

Digitized by Google

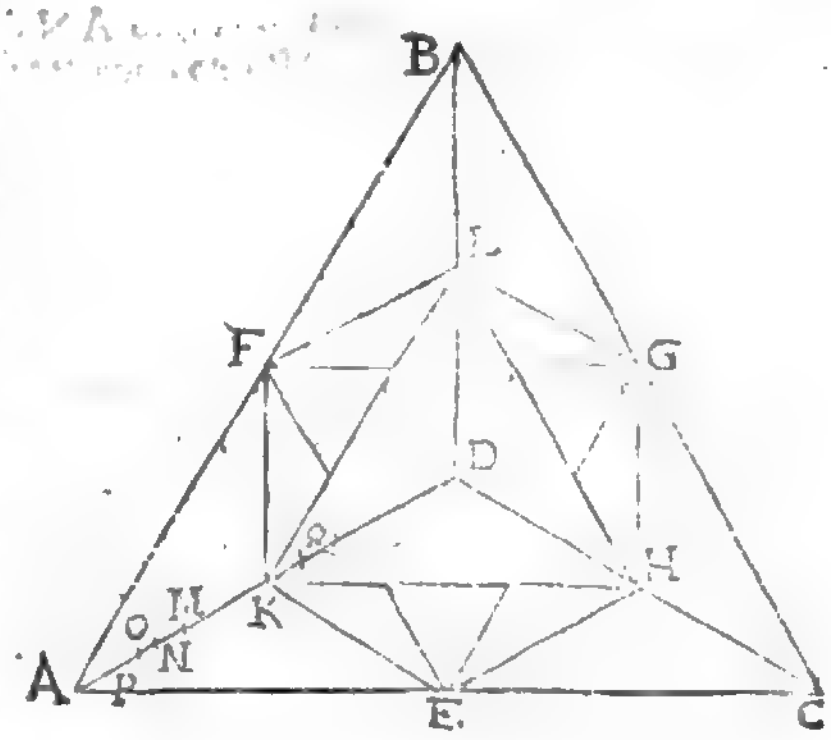
per puncta A, B: Quodque linea E F ad F D eſt ſicut graue A ad graue B: coniungantur enim A, B, eritque *per 6. primi momentorum æqualium*, C in ipſa A B linea; & proinde planum quod per C erit inter plana, quæ per A, B puncta: Item *per* 17. *XI. Euclidis*, ſicut linea E F ad lineã F D, ſic linea B C ad lineam C A, *per* 17. *autem primi momentorum æqualium*, ſic graue A ad graue B. Igitur ſicut graue A ad graue B, ſic linea E F ad lineam F D, quæ fuerunt demonſtranda.



PROPOSITIO IX.

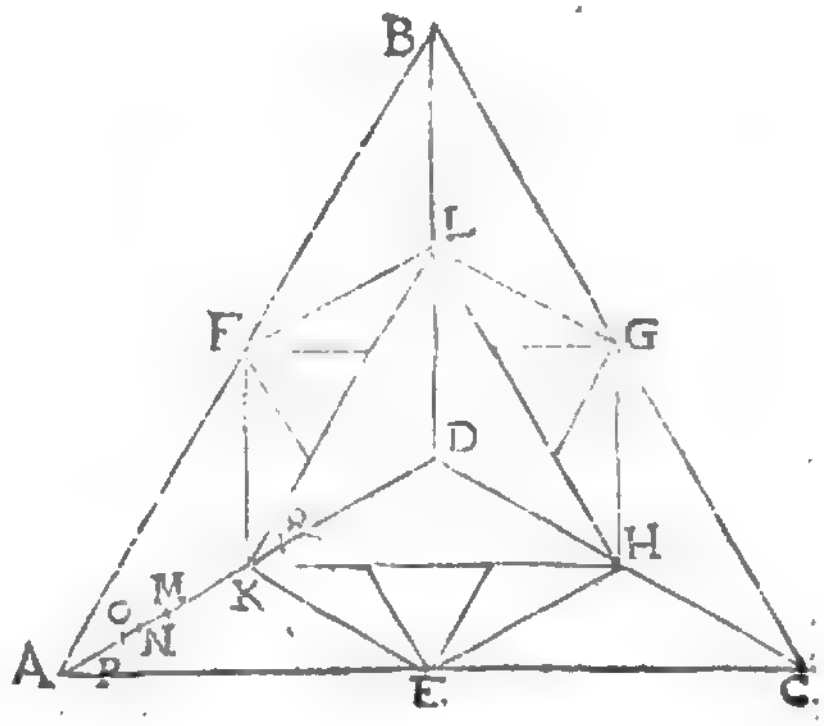
Si pyramidis triangularis hypothemiſa quælibet, ita ſecetur, vt portio ad baſim recepta ſit tertia pars portionis ad verticem relictæ: per punctum autem ſectionis, ducatur planum baſi æquidiſtans; ductum planum ibit per centrum grauitatis pyramidis.

ESto pyramis A B C D ſuper baſim triangulam A B C, habens verticem D, & quæuis hypothemiſa à vertice ad baſim, vt pote D A ſecetur apud M punctum, ita vt A M portio ſit pars tertia portionis M D, atque per M punctum ducatur planum æquidiſtans baſi A B C: Aio quod tale planum incedet per centrum grauitatis pyramidis A B C D: Quod ſic oſtendo. Secentur pyramidis A B C D ſingula ſex latera per medium in ipſis punctis E, F, G, H, K, L: quæ puncta coniungantur ductis duodecim lineis in ipſis quatuor pyramidis baſibus: ſic enim relinquentur ad vertices pyramidis quatuor pyramides inter ſe æquales, & totali pyramidi ſimiles: ſolidum autem in medio relictum erit octahedrum contentum ſub octo triangulis; quarum bina quæque oppoſita ſunt alterum alteri æquidiſtantia, & æquilatera, & ſimilia vni baſium pyramidis: Itaque planũ æquidiſtans triangulo A B C ductum per punctum M, cum ſecet ipſam A K per æqualia: ſecabit ſingula octahedri latera, & axes per æqualia: & proinde ibit per communem ſectionem axium octahedri: Sed *per præcedentem* 7. huiuſmodi communis ſectio eſt centrum octahedri: Ergo planum prædictum ibit per centrum octahedri: Quod ſi tale planum non eat per centrum pyramidis A B C D, ſit, ſi poſſibile eſt, centrum pyramidis in alio plano parallelo baſi, & ducto per aliud punctum, quod ſit N in hypothemiſa A D: ſit item centrum commune quatuor pyramidum partialium ad vertices relictarum in plano baſi parallelo ducto per punctum O. eritque *per præcedentem*, planum per N. inter plana per M, O puncta: Quandoquidem planum per N ductum it per centrum totius pyramidis A B C D: plana vero per M, O puncta eunt per centra partium; quarum vna eſt octahedrum, altera congeries quatuor pyramidum ad vertices relictarum: Sit autem commune centrum trium pyrami-



Digitized by Google

dum partialium ſuper planum A B C poſitarum in plano parallelo ducto per P punctum. Et quoniam latus pyramidis magnæ D A duplum eſt lateris A K pyramidis paruæ: Idcirco *per 7. poſtulatum*, duplex erit linea M A lineæ A P: Sit ipſi A P æqualis linea K Q, eritque centrum pyramidis partialis ad verticem in plano baſi parallelo per punctum Q ducto, Itaque quoniam trium planorum æquidiſtantium per puncta O, P, Q ductorum, quod per punctum O ducitur, it per centrum totius, ſcilicet quatuor pyramidum partialium: Quod autem per punctum P it per centrum vnius partium, ſcilicet per centrum trium pyramidum ſuper A B C poſitarum: Quodque per punctum Q it per centrum reliquæ partis ſcilicet pyramidis ad verticem: Idcirco *per precedentem*, horum planorum medium erit quod per punctum O; & quoniam vna partium tripla eſt ad reliquam, hoc eſt congeries trium pyramidum ad baſim ad pyramidem verticis: ideo *per premiſſam*, linea Q O tripla ipſius O P. Igitur O P quarta pars ipſius P Q, & perinde quarta pars ipſius A K, & ob id dimidium ipſius A M: Fuit autem P N dimidium ipſius N A: maius autem M A ipſo A N duplum duplo: Maius ergo dimidium dimidio, hoc eſt maior linea O P ipſa linea P N: pars toto: Quod eſt impoſſibile: non eſt igitur centrum pyramidis A B C D in plano baſi parallelo per punctum N: & ſimiliter arguetur quod in nullo alio baſi A B C parallelo plano, quam per punctum M ducto, exiſtet; & hoc proponebatur demonſtrandum.



Alia demonſtratio eiuſdem nonæ.

EX pyramide A B C D ſumo hypothemiſam A D, quæ ſecetur in puncto M, itaut A M ſit pars tertia ipſius M D, & per punctum M ducatur planum parallelum baſi A B C: Dico quod in tali plano erit centrum pyramidis A B C D; ſecetur enim, vt in nona, pyramis A B C D in quatuor pyramides inuicem ſimiles, & æquales, relicto octahedro pyramidibus contiguo, vt ibi: & ſecetur linea A D per æqualia apud K: & rurſus A K per æqua apud M: Demum A M per æqua apud P: Itaque A P erit pars tertia ipſius P K: Sit ergo & K Q pars tertia ipſius Q D; eruntque A P, K Q æquales: eritque *per penultimum, & vltimum poſtulatum*, centrum commune trium pyramidum partialium ad baſim in plano baſi parallelo per punctum P, & centrum pyramidis ad verticem in plano per punctum Q: quare centrum commune talium quatuor pyramidum erit in plano per punctum M *per 27. primi*, cum tres pyramides baſis ſint triplum pyramidis ad verticem; & ſpatium M Q triplum ſpatij P M: Centrum autem relicti octahedri in plano per punctum M *per 7. quarti*: Congruit itaque ratio ponderum ſuppoſito, Non enim aliter ſe habere centra poſſibile eſt: Sit enim totalis A B C D pyramis centrum in plano per punctum N, & tunc per dictum poſtu-

latum,

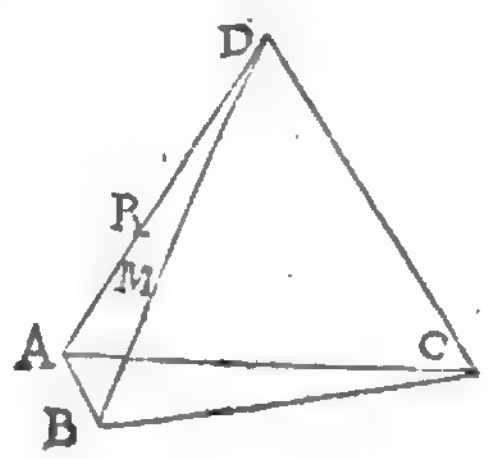
Digitized by Google

latum, erit in plano per punctum O (itaut M O pars sit ipsius M N spatij) sit ipsarum quatuor partialium pyramidum centrum, cum dimidia sint earum latera laterum pyramidis totalis: sed *per 7. huius*, centrum octahedri relicti fuit iam in plano per punctum M: Igitur N centrum totius non statuetur in medio ipsorum M, O centrorum, quæ sunt centra partium: Quod est absurdum: Constat ergo propositum.

PROPOSITIO X.

Si per centrum grauitatis pyramidis triangulæ ducatur planum basi parallelum: ductum planum ita secabit hypothemisarum vnamquamque, vt portio ad basim sit tertia pars portionis ad verticem receptæ.

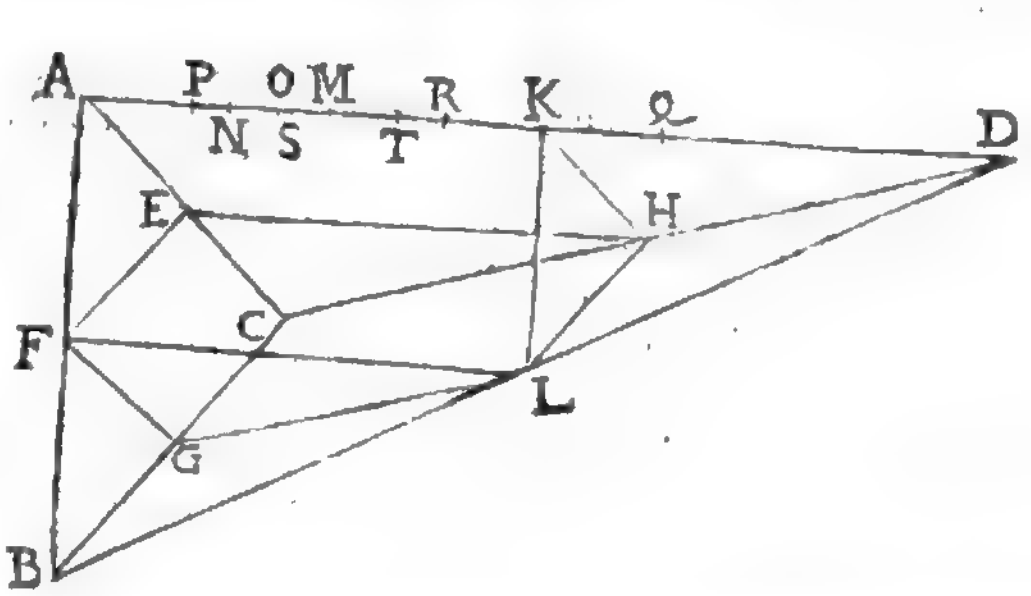
PYramis esto A B C D basim habens triangulam A B C, verticem vero D; in qua ducatur planum per centrum pyramidis parallelum basi A B C, secans quamuis hypothemissarum vt pote ipsam A D apud punctum M. Aio quod A M linea est ipsius M D pars tertia: Quod si non sit: Esto si possibile est, linea A R pars tertia ipsius R D; & ducatur per R punctum planum basi A B C parallelum: quod *per præcedentem*, ibit per centrum pyramidis A B C D: Itaque centrum pyramidis non est in plano basi parallelo per punctum M ducto: quod est contra hypothesim; astruitur ergo propositum.



PROPOSITIO XI.

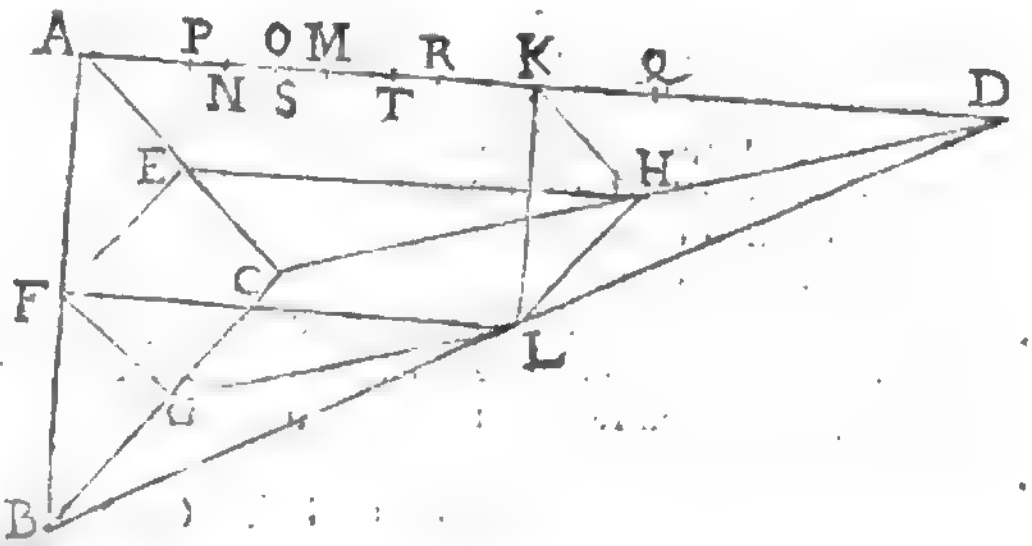
Quod ante præmissa proposuit aliter demonstrare.

REpetens eandem descriptionem ex diuisione pyramidis A B C D, sumemus pyramidem verticalem H K L D, & vnam ex pyramidibus tribus ad basim, quæ sit B G F L; reliquum verò diuidemus in duo prismata serratilia, quorum vnum bases triangulas habet A E F, H K L; alterum autẽ basim quadrilaterã E F G C, quę serratilia *per 40. XI. Euclidis*, inter se æqualia sunt, & simul sũpta sunt triplum pyramidum B F G L, H K L D simul sumptarũ: Quãdoquidem vna, & vtralibet dictarũ pyramidum est pars octaua pyramidis totalis; & ambæ sunt simul quarta pars pyramidis totalis; itaque diuisa vt antea per medium linea A K in puncto M. demonstrandum est, quod centrum pyramidis A B C D est in plano basi A B C



Digitized by Google

A B C parallelo ducto per M punctum: Sit enim A N tertia pars ipsius A K, eritque M N sexta pars ipsius A K, secetur per medium M N in puncto O, cumque *per* 4. *huius*, centrum serratilis A E L sit in plano per punctum M: centrum autem serratilis E G H sit in plano per punctum N; atque serratilia sint æqualia: Iam *per* 8. *huius*, commune centrum huiusmodi serratilium erit in plano per punctum O: (intelligendo semper plana æquidistantia basi A B C) posito autem centro totalis pyramidis A B C D in plano per punctum M: sectaque per medium A M in puncto P: erit *per* 7. *postulatum*, centrum pyramidis B F G L in plano per punctum P; sit ipsi A P æqualis K Q. Eritque centrum pyramidis H K L D in plano per punctum Q: secetur per medium P Q apud R; eritque commune centrum pyramidum dictarum in plano per punctum R, atque vnaquæque linearum A P, P M, M R, R K, K Q fiet pars quarta ipsius A K: Igitur R M tripla est ipsius M O: & triplum est aggregatum serratilium, cuius centrum in plano per punctum O, aggregati pyramidum, cuius centrum in plano per punctum R: conuenit itaque *per* 8. *huius*, vt centrum totius scilicet pyramidis totalis A B C D sit in plano per punctum M. Alibi enim si ponatur, sequetur absurditas, vt si sit in plano per punctum O; cum in eodem plano sit cõmune centrum serratilium: erit *per* 7. *primi*, in eodem, & centrum commune pyramidum: Quare punctum P cadet vltra punctũ A, & ideo centrum pyramidis B F G L cadet extra ipsam pyramidem, quod est absurdum *per vltimum postulatum*. Idem à fortiori accidet, si centrũ pyramidis totalis ponatur in plano per aliquod punctum inter puncta A, O; si autem ponatur à puncto O ad partes D, vt pote in plano per punctum S inter ipsa O, M puncta: Tunc *per* 7. *postulatum*; puncta P, Q. tranferentur versus partes A per spatium dimidium ipsius M S, cum in similibus solidis centra similiter, hoc est proportionaliter sint disposita; & proinde punctum R, quod medium est ipsorum P, Q rantundem recedet ad partes A, hoc est per spatium dimidium ipsius M S, sit tale spatium R T: maius ergo erit spatiũ S T spatio M R. Itaq; cum per centra partium, scilicet serratiliũ tamquam vnius partis, & pyramidũ tamquã alterius partis ducãtur plana, quæ per puncta O, T: atque per centrum totius scilicet pyramidis totalis A B C D, ducatur planum: quod per punctum S; sitq; pars partis tripla, hoc est aggregatum serratilium triplum aggregati pyramidum: erit iam; *per* 8. *huius*, linea T S tripla ipsius S O: sed & tripla fuit R M ipsius M O, maior autem fuit T S ipsa M R triplum scilicet triplo; Ergo & simplum simplo maius, ipsa videlicet S O, maior ipsa O M; pars toto: quod est absurdum: Non ergo erit centrum pyramidis A B C D in plano per punctum S: similiter ostendetur non esse in vllo alio basi A B C parallelo plano, quam per punctum M ducto; sicut fuit demonstrandum.



Hinc ergo rursum quod decima proponit, demonstrari potest, sicut iam ex nona præcedenti demonstrata fuerat.

Alia

Digitized by Google

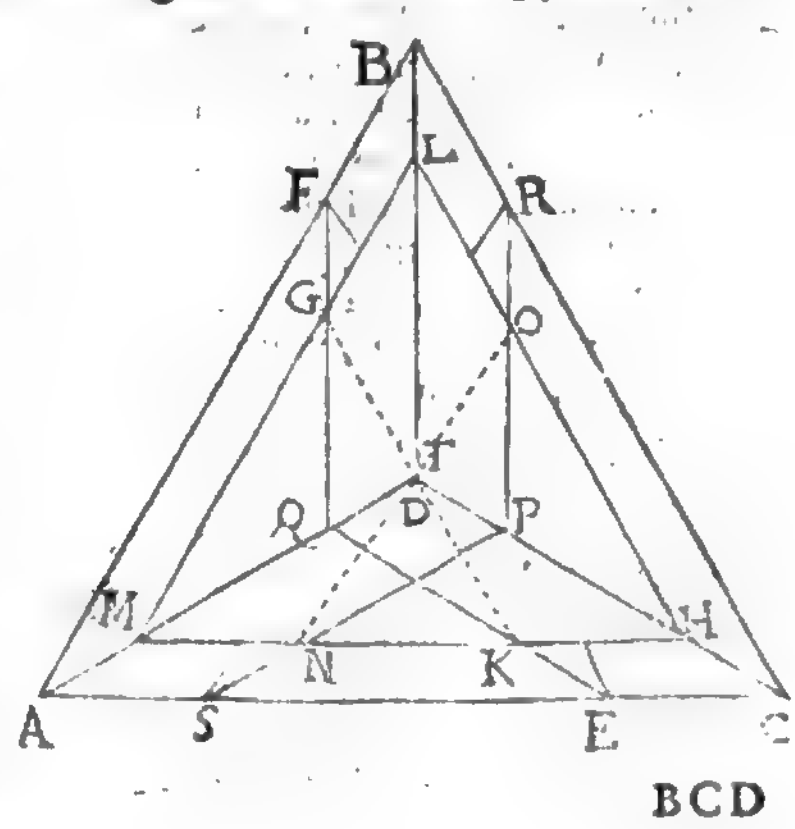
Alia demonſtratio eiuſdem vndecimæ.

RVrſum ex pyramide A B C D ſumo eandem hypothemiſam A D, ſitque A M pars tertia reſidui M D; ductoq; (vt in nona) plano: Dico quod in tali plano erit cẽtrum pyramidis: ſecetur enim pyramis A B C D vt in 11. iii duo ſerratilia æqualia, duaſque pyramides æquales vt ibi: & linea A D per æqualia apud K; vnde & A K per æqualia apud M fiet; ſed A N ſit dimidium ipſius N K; vnde P N fiet pars duodecima ipſius A K, & M N pars ſexta eiuſdem, qua per medium diuiſa apud O fiet vnũquodque trium ſpatiorum P N, N O, O M pars duodecima totius A K. Item ipſi A P æqualis ponatur K Q, eritque P Q æqualis ipſi A K, & diuiſa P Q per æqua apud R, ſic ſtabit ponderum ratio: Nam centrum ſerratilis ſuper baſim trigonã erit in plano ducto per M; & centrum reliqui ſerratilis in plano per N *per 4. huius*. Cẽtrum commune dictorum ſerratilium in plano per O *per 16. primi*, centrum pyramidis partialis ad baſim in plano per P centrum pyramidis partialis ad verticem in plano per punctum Q *per vltimum poſtulatum*. Centrum commune talium pyramidum duarum in plano per per punctum R congruit itaque ponderum ratio ſuppoſito, quando ſerratilia inter ſe æqualia, & centrorum partialium à centro communi diſtantiæ æquales; nec ſecus in pyramidibus partialibus; Item centrum totalis pyramidis punctum M, & centra partium O, R, bene habent; Nam vna partium ſcilicet aggregatum ſerratilium tripla eſt ad reliquam ſcilicet ad aggregatum pyramidum, & ſpatium R M triplum ad ſpatium M O, quandoquidem M R æqualis ipſi P M: neque aliter ſe habere hanc centrorum diſpoſitionem, poſſibile eſt: Nam ſecus ſicut in præmiſſa; ſequetur impoſſibile *contra* 27. *primi*; vt ſcilicet ſpatia ponderibus reciproca eſſe nequeant. conſtat ergo propoſitum.

PROPOSITIO XII.

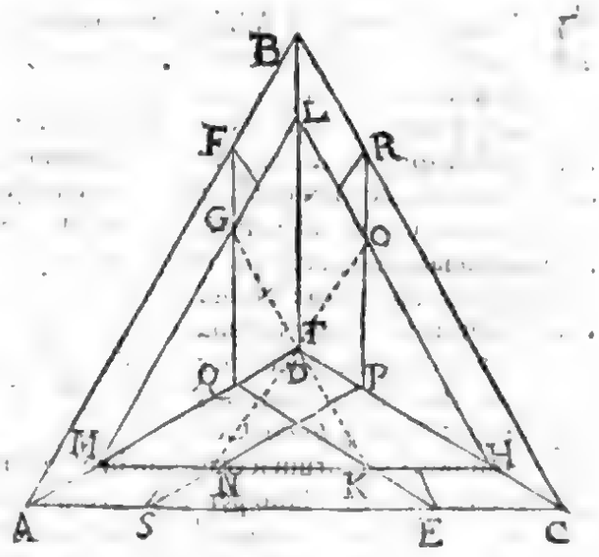
In Pyramide qualibet triangulari, ducto, vt præcedens, & nona huius proponit, plano; centrum facti trianguli erit centrum pyramidis.

ESto pyramis A B C D ſuper baſim triangulam A B C, ac faſtigio D: ſecetur quælibet hypothemiſarum vt pote A D in puncto M, itaut A M ſit pars tertia ipſius M D, atque per punctum M ducatur planum baſi A B C æquidiſtans, & faciens triangulum M L H. Aio quod centrum grauitatis trianguli M L H eſt & centrum grauitatis ipſius A B C D pyramidis: quod ſic oſtenditur. Secetur rurſum A D in puncto Q, itaut D Q ſit pars tertia ipſius Q A, ſic enim D Q erit dimidium ipſius Q M, & proinde ducto per punctum Q plano æquidiſtante ipſi baſi



Digitized by Google

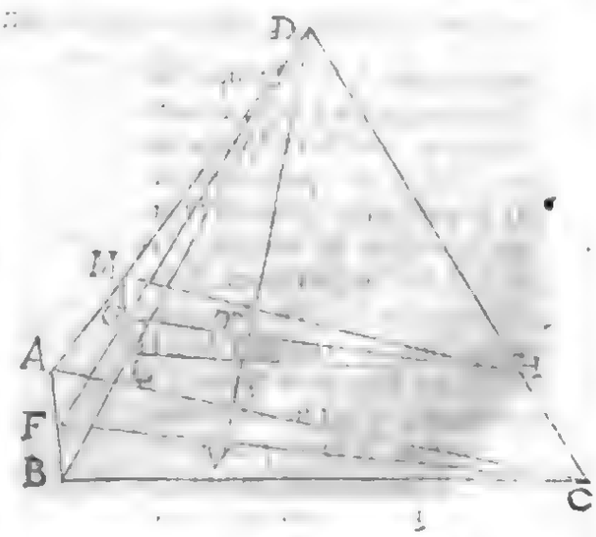
BCD, & faciente triangulum QFE, & secãte triangulum LMH, vt sit communis sectio recta GK, erit LG dimidiũ ipsius GM: Quare *per 14. secundi momentorũ aqualium*, centrum trianguli LMH erit in linea GK: adhuc secetur CD in puncto P, itaut DP sit pars tertia ipsius PC, & per P punctum ducatur planum æquidistans basi ABD faciens tertium triangulum PRS; cuius item cum triangulo LMH cõmunis sectio sit linea NO secans ipsam GK in puncto T: Et ostendetur similiter LO linea dimidium esse ipsius OH: Vnde *per memoratam* 14. punctum T erit centrum trianguli LMH. Verum *per praecedentem ter assumptam*, centrum pyramidis ABCD est in vnoquoque trium à ductis planis factorum triangulorum, hoc est tam in triangulo LMH, quã in triangulo QFE, quamque in triangulo PRS: omnino ergo erit in puncto tribus talibus triangulis commune: nullum autem punctum tribus ipsis triangulis est commune, nisi punctum T: Igitur punctum T, quod trianguli LMH fuit, erit centrum pyramidis ABCD: Quod erat demonstrandum.



PROPOSITIO XIII.

Centrum grauitatis in pyramide triangulari est in linea, quæ verticem cum centro basis cõiungit, atque in eò lineæ puncto, quod portionem ab basim suscipit, quæ tertia pars est residuæ.

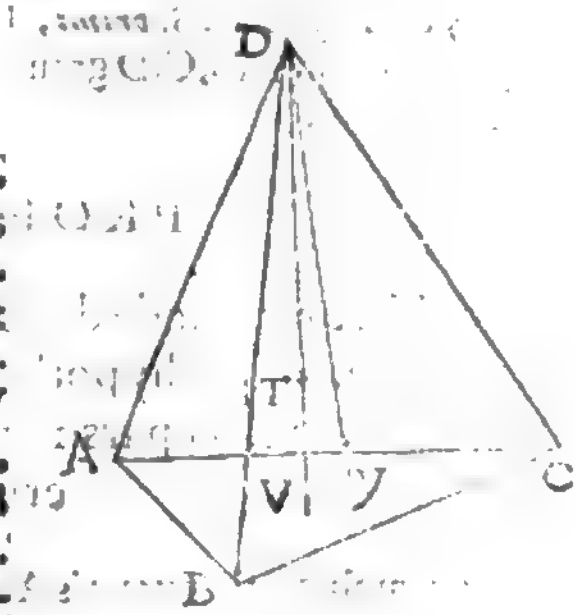
PYramis esto ABCD super basim triangulam ABC, sitque trianguli ABC centrum V, & coniungatur DV, quæ secetur apud T, ita vt DT tripla sit ipsius TV: demonstrandum est quod T punctum est centrum grauitatis pyramidis ABCD; ducatur per T punctum planum ipsi ABC basi æquidistans, & faciens triangulum LMH, & cõiuncta CV: producatur, & concidat ipsi AB apud F, & coniungatur FD secãs LM apud G, & cõiuncta GH: hæc erit cõmunis sectio triangulorum LMH, CDF; & quoniam DV linea est in plano trianguli CDF, ideo secabitur à linea GH in ipso plano trianguli LMH, hoc est in puncto T; & quoniam V centrum est triãguli ABC, ideo *per 21. secundi aqualium momentorum*, linea



linea A F æqualis eſt ipſi F B, cumque L M æquidiſtet ipſi A B; erit & M G æqualis G L. Item *per* 24. *præcedentis*, C V dupla eſt ipſius V F: ſed æquidiſtat ipſi C F linea H G: Igitur & H T dupla ipſius T G. Igitur *per* 25. *eiuſdem*, T centrum eſt trianguli L M H: ſed trianguli L M H planum ſic ſecat ipſam D V, & perinde hypothemiſas, vt portio ad baſim ſit tertia pars relictæ ad verticem: Ergo *per præcedentem*, T punctum, quod centrum eſt facti trianguli L M H eſt & centrum pyramidis A B C D. Quod fuit oſtendendum.

PROPOSITIO XIV.

Recta, quæ à vertice pyramidis in eius centrum agitur, producta cadit in centrum baſis triangulæ.



IN pyramide A B C D ſuper baſim triangulam A B C poſita, ſit centrum grauitatis T punctum; & coniungatur D T, productaque cadat in baſim A B C apud V punctum: Aio quod V punctum eſt centrum grauitatis trianguli A B C: ſit enim ſi poſſibile eſt, trianguli A B C centrum aliud, quam V punctum, vt puta Y punctum; & coniungatur D Y, eritque *per præcedentem*, centrum pyramidis A B C D in linea D Y, quod eſt contra hypotheſim. Supponitur enim T punctum; aſtruitur ergo propoſitum.

PROPOSITIO XV.

Si ab angulis quatuor ſolidis pyramidis triangulæ totidem lineæ deſcẽdant in centra ſingulæ oppoſitarum baſium, omnes quatuor ſe inuicem in vno puncto, quod centrum eſt pyramidis ſecabunt, itaut portiones earum à centro ad angulos receptæ ſint triplæ reliquarum ſingulæ ſingularum: Contra, ſi ab angulis pyramidis per centrum quatuor lineæ ducantur productæ in centra oppoſitarum baſium cadent.

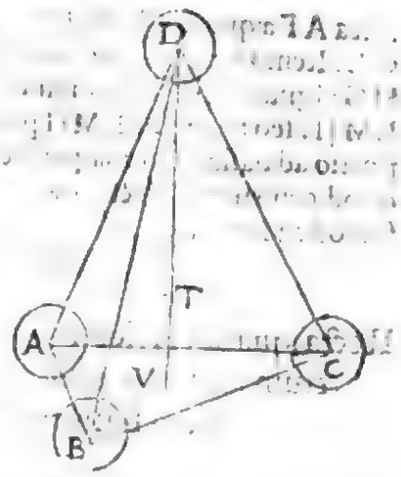
PRima pars huius patet, quoniam vnaquæque huiuſmodi linearum, *per* 13. *antepramiſſam*, incedit per centrum pyramidis, & ſic ſecatur vt portio à centro ad angulum ſuſcepta tripla ſit reliquæ; altera verò propoſitionis pars ſequitur *ex præcedenti* 14. quaſi corollarium.

PROPOSITIO XVI.

Si fuerint quatuor grauia æqualia, quorum centra non in vno plano poſita coniuncta per ſex rectas conficiant pyramidem trilateram; centrum factæ pyramidis erit commune centrum quatuor grauium.

SVnto quatuor grauia æqualia A, B, C, D, quorum centra A, B, C, D, non in vno plano, coniungantur per ſex rectas continentes pyramidem trilateram A B C D. cu-

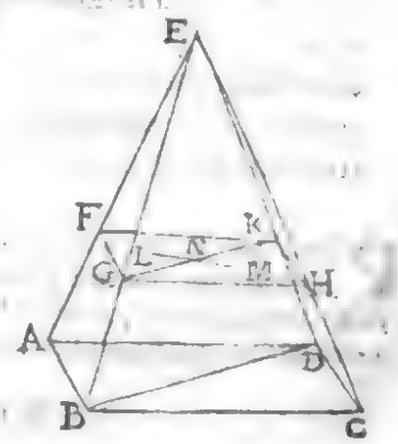
ius centrum ſit T. Demonſtrandum eſt, quod T punctum eſt commune cẽtrum grauium A,B,C,D tanquam vnius: coniungatur enim D T, & producta incidat baſi A B C apud V punctum; & erit *per* 14. *huius*, V punctum centrum trianguli A B C: ſed *per vltimam ſecundi æqualium momentorum*, V punctum erit commune centrum trium ponderum A, B, C: Quare *per* 6. *primi*, commune centrum A,B,C,& D grauium erit in linea D V: ſed *per* 13. *huius*, linea D T tripla eſt ipſius T V; & per hypotheſim, aggregatum grauium trium A,B,C triplum eſt grauis D: Ergo *per* 28. *primi*, T centrum commune eſt ipſorum A,B,C,D grauium. Quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO XVII.

Si in qualibet pyramide ducatur planum baſi æquidiſtans, & ita ſecans vnamquamque hypothemiſarum, vt portio ad baſim recepta ſit tertia pars reliquæ: centrum facti rectilinei erit centrum pyramidis.

ESto exempli gratia pyramis A B C D E ſuper quadrilaterã baſim A B C D, & ſub vertice E, atque ducatur planum æquidiſtans baſi A B C D, & ſecans vnamquãque hypothemiſarum, vt potè ipſam A E in puncto F; itaut portio E F ſit tripla ipſius F A, & faciens in pyramide quadrilaterum F G H K iamprĩdem ſimile ipſi quadrilatero A B C D, demonſtrandum eſt, quod centrum facti quadrilateri F G H K eſt & centrum pyramidis A B C D E: coniungantur enim B D, G K, & intelligatur pyramis tota diuiſa in duas pyramides triangulares, quarum baſes triangulæ A B D, B C D: eritque *per* 12. *huius*, centrum pyramidis A B D E centrum ipſum trianguli F G K, ſit illud L punctum. Itemque centrum pyramidis B C D E centrum ipſum trianguli G H K, ſit ipſum M punctum; & coniuncta L M erit *per* 6. *prt. æqual. mom.* centrum quadrilateri F G H K in linea L M: ſit illud N: eritq; *per* 27. *praditi*, ſicut triangulũ F G K, ad triangulũ G H K, ſic linea M N ad lineam N L; ſicut autem triangulũ F G K ad triangulum G H K, ſic triangulũ A B D ad triangulum B C D: & perinde ſic pyramis A B D E, ad pyramidem B C D E: igitur ſicut pyramis A B D E ad pyramidem B C D E, ſic linea M N ad lineam N L. Quare *per* 28. *memorati*; quando partialium pyramidum centra ſunt M, L: erit totalis pyramidis A B C D E centrum N punctum, quod fuit quadrilateri F G H K centrum. Quod fuit demonſtrandum. Similiter idipſum oſtendemus de pyramide pentagona, hexagona, & quodlibet deinceps laterum baſim habente. Quemadmodum proponitur demonſtrandum.



COROL:

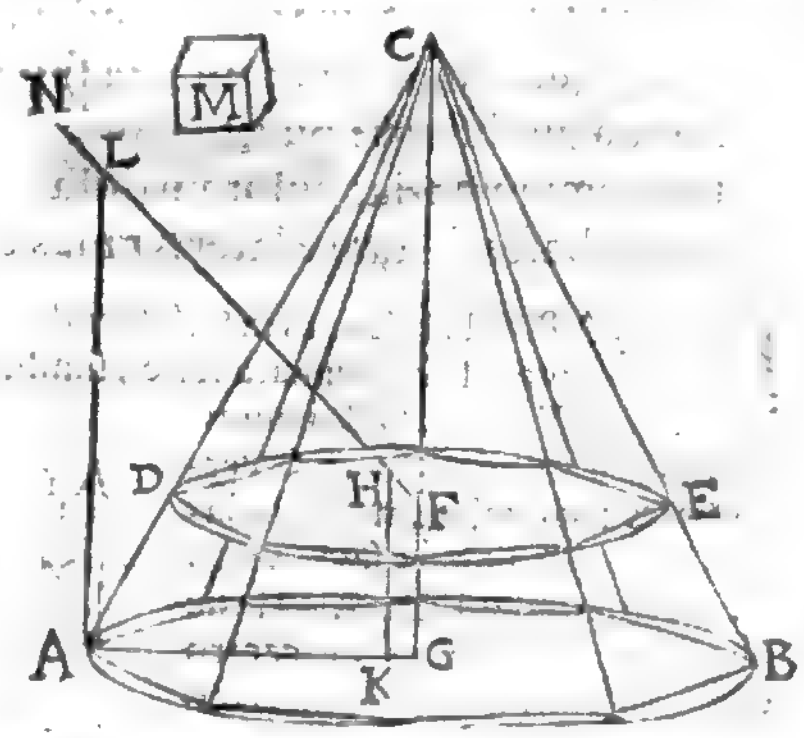
COROLLARIVM.

QVando igitur *per* 13. *huius*, centra pyramidum triangularium ſunt in lineis, quæ centra baſium trigonarum cum vertice coniungunt, atque in ipſo rectilineo F G H K *per* 12. Iam neceſſe eſt, & centrum totalis pyramidis A B C D E eſſe in linea, quæ centrum totalis rectilinei A B C D cum ipſo vertice coniungit, atque in centro facti rectilinei F G H K, hoc eſt in ipſo puncto coniunctæ lineæ, quæ portionem ab baſim ſuſcipit tertiam partem exiſtentem reſiduæ. Et è contrario neceſſe eſt, vt linea quæ virticem pyramidis cuiuslibet cum centro pyramidis coniungit, producta cadat in centrum baſis, hoc eſt vt linea E N producta cadat in centrum A B C D rectilinei. Namque baſes triangulæ, & omnes baſes partiales tam in rectilineo A B C D, quam in rectilineo F G H K ſunt ad inuicem, ſicut pyramides, quarum ſunt baſes, & perinde centra baſium in facto rectilineo F G H K ſemper ſunt eadem cum centris pyramidum, quarum ſunt baſes, & lineæ à vertice E per talia centra ductæ cadunt in centra baſium dictis pyramidibus reſpondentiũ in ipſo rectilineo A B C D, propter ſimilitudinem triangulorum ſuperiorum cum inferioribus, & proportione linearum; Vnde, & linea à vertice per centrum totalis pyramidis cadet in centrum totalis baſis.

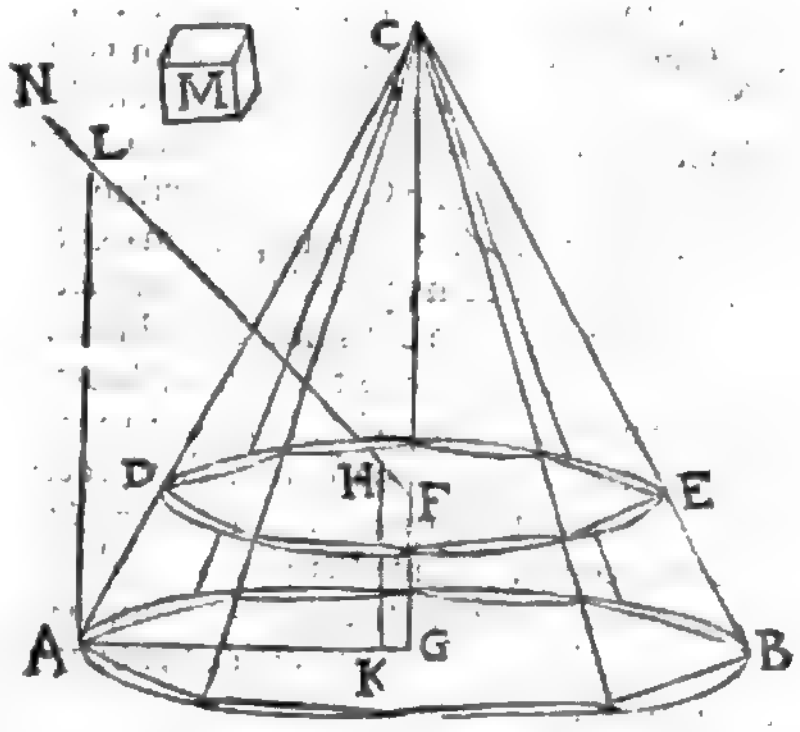
PROPOSITIO XVIII.

Si in quolibet cono ducatur planum baſi æquidiſtans, & ita ſecans conicum axem, vt portio ad baſim recepta ſit tertia pars reliquæ: centrum facti circuli erit centrum coni.

SIt conus A B C, cuius baſis A B circulus; vertex C punctum, ſecetque conum æquidiſtans A B circulo planum faciens circuitum D E, ſecanſque conicum latus A C in puncto D: Itaut A D ſit pars tertia ipſius D E: ſitq; centrum circuli D E punctum F. Aio quod F centrum eſt, & coni A B C. cõiungatur enim C F, & producatur, erit enim axis coni, cadetq; in centrum baſis A B, quod ſit G: Itaque ſi F non eſt centrum coni A B C; ſit, ſi poſſibile eſt, aliud quam F punctum, quod ſit H, vbicumque cadat, & coniungatur F H, & producatur, donec ipſi A L, quæ axi conico C G æquidiſtat apud L punctum coincidat, & vlterius. Item coniungatur A G, cui apud K coincidat ipſa H K æquidiſtas ipſi C G; quibus peractis, ſicut eſt linea A K ad lineam K G, hoc eſt ſicut linea L H ad lineam H F; ſic ſtet pyramis quædam laterata A B C intra conum deſcripta ad ſolidum M; & rurſus ſectis arcubus circuli A B ſingulis bifariam, iterum, atque iterum, inſcribatur intra conum pyramis laterata, donec relictæ portiones inter ſuperficiem pyramidis, & coni ſint minus ſolido M: Quo facto pyramis talis, quæ ſit A B C habebit rationem maiorem ad relictas portiones, quam linea A K ad lineam K G, hoc eſt quam L H ad H F: ſit ergo ſicut pyramis ipſa A B C ad



relictas portiones, ſic linea N H ad lineam H F; cumque centrum totius coni ſit H, centrum autem vnius partium; ſcilicet pyramidis A B C: ſit F *per præcedentem*, (quandoquidem F centrum circuli D E eſt *per corollarium ſecũda ſecundi æqualium momentorum*, centrũ rectilinei D E) neceſſe erit vt centrum reliquæ partis, ſcilicet relictarum portionum ſit N punctũ: ſecus enim non eſſent grauia reciproca diſtantijs, quibus eorum cẽtra abſunt a cẽtro communi: Quod eſſet abſurdũ *per 27. primi momentorum æqualium*. Et ſi N centrũ eſt relictarum portionum, ſic centrum grauitatis eſt extra ambitum grauis. Quod *per vltimum poſtulatum*, eſt inconueniens: Similiter demonſtrabimus, quod centrũ coni A B C nullum aliud eſſe poteſt, quam ipſum F punctum: erit ergo ipſum F punctum; ſicut proponitur demonſtrandum.



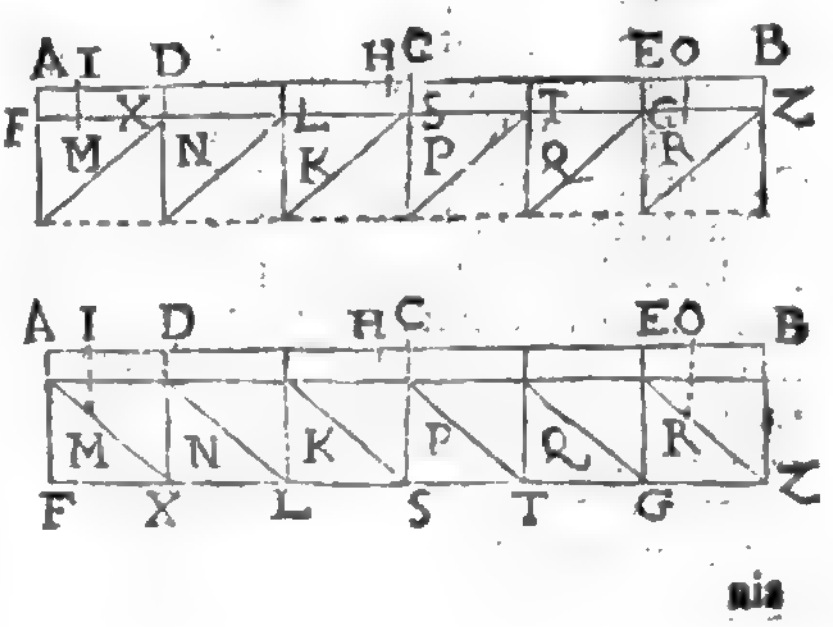
COROLLARIVM.

Manifeſtum eſt igitur, quod centrum grauitatis Coni eſt in illo puncto vnici axis, quod ſic ſecat ipſum, vt portio ad baſim recepta ſit tertia pars reliquæ.

PROPOSITIO XIX.

Si in libra ſerie continuata ſuſpendantur æqualia, & ſimilia triangula rectangula, ſimiliter applicata ſuper libram, ita vt latera homologa libræ æquidiſtent: punctum ſuſpenſionis ex centro communis grauitatis omnium triangulorum diſtabit à medio puncto libræ verſus illorum baſes ſextante lateris vnius triangulorum æquidiſtantis libræ.

IN libra A B, ſecta bifariam in C, ſuſpendantur triangula M, N, K, P, Q, R ſimilia, & æqualia inter ſe continuata ſerie, ſimiliter poſita; ita vt latera homologa F X, X L, L S, S T, T G, G Z æquidiſtent libræ A B; atque ex C verſus baſes triangulorum abſcindatur C H, quæ ſit pars ſexta vnius lateris homologi E X. Aio H eſſe punctum ſuſpenſionis ex centro communis grauitatis omniũ triãgulorum. Secentur A I, E O, &c. trientes laterum triangulorũ F X, X L &c. patet *per 14. ſecundi æqualium moment.* I, O &c, eſſe puncta ſuſpenſionũ triangulorum ex centris grauitatis eorum: quare om-



nia

Digitized by Google

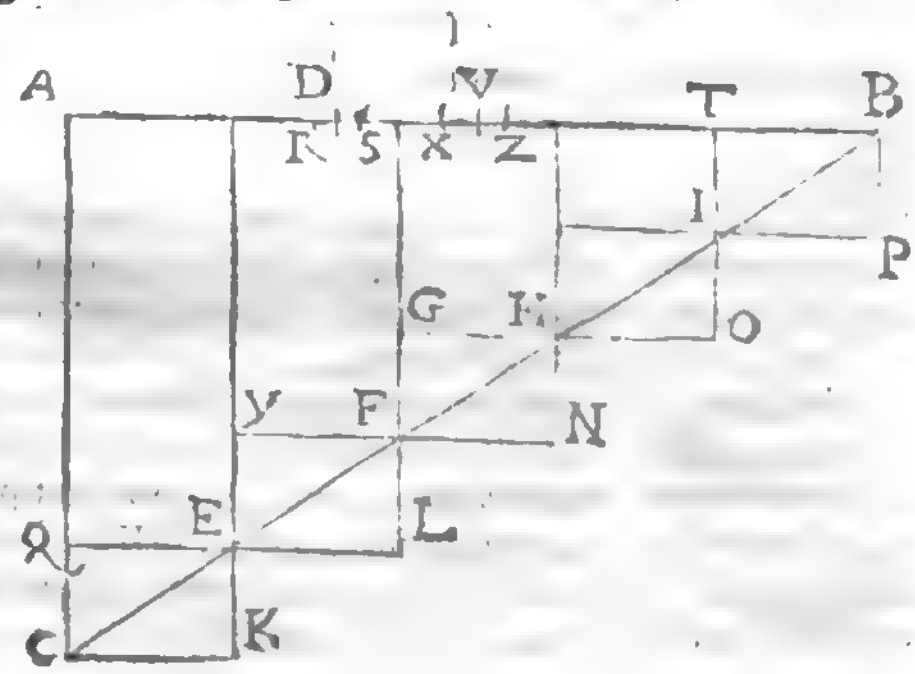
nia triangula ſuſpenſa erunt continuata ſerie in libra I O; & quia C A æqualis eſt C B, & O B dupla ipſius A I: ergo C I ſuperat C O exceſſu æquali eidem A I: igitur ſi ipſi C O addatur H C ſemiſſis A I, quæ eſt ſexta pars lateris F X, vel A D, erit H O æqualis H I, & ideo H punctum erit ſuſpenſionis totius libræ I O cum triangulis appenſis, ex centro communis grauitatis eorum, quod erat oſtendendum.

Non eſt neceſſe, vt prædicta latera homologa triangulorum coaptentur libræ A B ſerie continuata; dummodo latera prædicta homologa parallela ſint ipſi libræ A B, & prædicta triangula ſerie continuata ſibi ipſis ſuccedant.

PROPOSITIO XX.

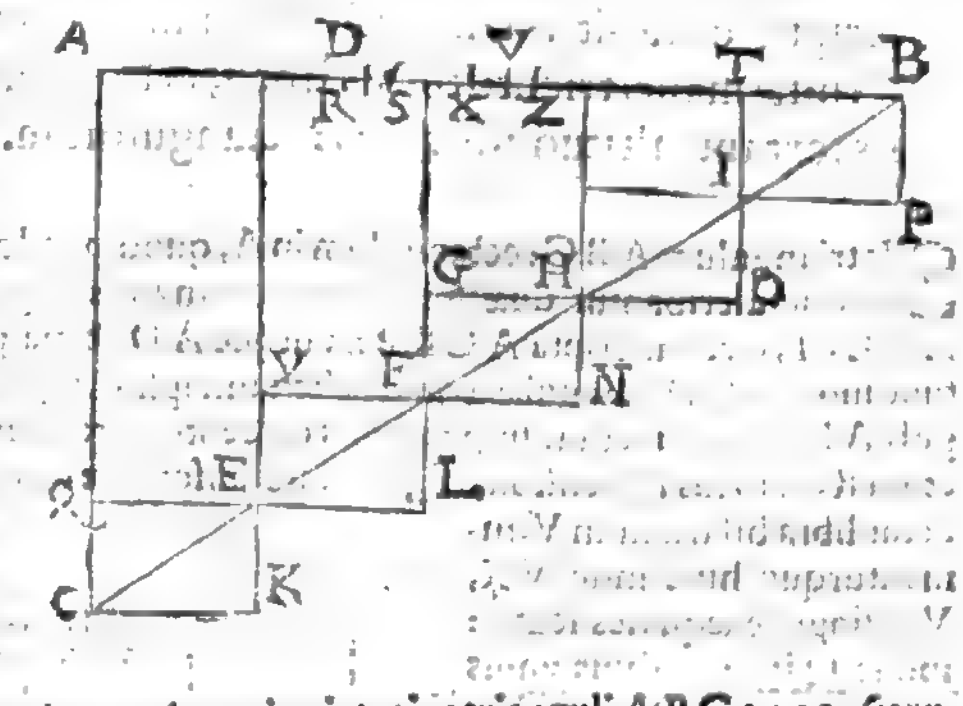
Si triangulum rectangulum ab vno eius latere horizontali pendeat, eique aſcribantur duæ figuræ ſcalares ex parallelogrammis æquè altis compoſitæ: punctum ſuſpenſionis centri grauitatis totius figuræ inſcriptæ diſtabit à trianguli baſi minus triente, figuræ verò circumſcriptæ maius triente totius libræ, eritq; defectus, vel exceſſus æqualis ſextanti altitudinis vnius rectangulorum.

SIt triangulum A B C rectangulum in A, quod pendeat ex latere A B horizontali; eique aſcribantur duæ figuræ ex rectangulis æque altis compoſitæ, inſcripta A Q E I T, circumſcripta A C K P B; ſitque A D tertia pars lateris A B, ſecenturque hinc inde D R, D S ſingulæ æquales ſextanti ipſius Q E altitudinis cuiuslibet rectanguli A E. Aio punctum ſuſpenſionis ex centro grauitatis inſcriptæ figuræ eſſe punctum R; & locus ſuſpenſionis figuræ circumſcriptæ ex eius centro eſſe punctum S. ſecetur libra bifariam in V, ſumanturque hinc inde V X, V Z ſingulæ æquales ſextāti ipſius Q E altitudinis vnius rectāgulorum. Quia in libra A B ſerie continuata ſuſpēduntur ſimilia, & æqualia triangula rectangula Q C E, Y E F &c. quæ ſimiliter applicantur ſuper libram horizontalem, vt latera hōmologa Q E, Y F &c. æquidiſtent libræ A B. ergo *per præcedentem* punctum ſuſpenſionis ex centro communis grauitatis omnium triangulorum diſtat à medio puncto V verſus baſes ſextante vnius lateris Q E, ſcilicet cadit in puncto X. Similiter oſtendemus, quod locus ſuſpenſionis per centrum grauitatis omnium triangulorum C E K, E F L, I B P &c. cadet in puncto Z. Poſtea quælibet portio libræ æqualis altitudini vnius rectangulorum quarum vna T B intelligatur diuiſa in ſex partes æquales; iam productum ex numero ſenario in multitudinem partium libræ, ſeu in numerum triangulorum ſuſpenſorum, æquale erit multitudini particularum totius libræ, quarum medietas erit A V, tertia verò pars erit A D: vnde earum differentia V D erit ſexta pars totius libræ; ideoque continebit tot particulas, ſextas vnius lateris trianguli, vel portionis libræ, quot ſunt altitudines rectangulorum, vel triangulo-



Digitized by Google

rum ſuſpẽſorum (propterea quod numerus ille productus efficitur ex ſenario in multitudinem prædictarum partium, ideoque hic toties libram A B metitur, quoties vnitas numerum ſenarium menſurat, vt deducitur *ex 39. & 15. 16. ſeptimi elementorum Euclidis*) & quia portiones V X & R D ſunt æquales (quælibet enim ſexta pars eſt vnius portionis, ſeu altitudinis Q E rectanguli A E) eſtque D X communis: ergo X R æqualis erit V D. quare X R ſexta pars quoque erit totius libræ, nempe continebit tot particulas ſextas vnius portionis T B quot ſunt portiones eiuſdem libræ A B. modo quia triangula B I T, & B C A ſunt ſimilia, & latus B T metitur homologum latus B A; ergo *ex 19. ſexti Euclid.* triangulum B I T ad triangulum B C A habebit eamdẽ rationem, quàm quadratum vnitis B T ad quadratum multitudinis partium libræ A B; ſuntque triangula ſuſpenſa C Q E, E Y F, I T B &c. tot numero, quot ſunt portiones libræ A B; igitur triangulum A B C ad triangula ſuſpenſa C Q E, E Y F, I T B &c. eamdem rationem habebit, quam numerus quadratus partium libræ A B ad eius latus, ſeu quam habet latus ad vnitatem *ex def. 18. ſeptimi element. Euclidis*: continebat verò X R tot particulas ſextas vnius portionis T B quot fuerant portiones libræ A B, & earumdem R D eſt vna: igitur vt triangulum A B C ad omnia triangula ſuſpenſa C Q E, E Y F, I T B &c. ità eſt X R ad R D, & diuidendo vt figura inſcripta A Q E I T, ad omnia triangula ſuſpenſa C Q E, E Y F, I T B &c. ſic erat X D ad D R: erat autem X punctum ſuſpenſionis ex centro communis grauitatis omnium triangulorum C Q E, E Y F, I T B &c. D verò eſt locus ſuſpenſionis centri grauitatis totius trianguli A B C *ex 13. ſecundi moment. æqual.* ergo punctum R eſt locus ſuſpenſionis reſidui eiuſdem trianguli, nempe figuræ inſcriptæ A Q E I T vt conſtat *ex 27. primi moment. æqual.*



Tandem pro figura circumſcripta aduertendum eſt, quòd punctum Z eſt locus ſuſpenſionis centri grauitatis communis omnium triangulorum C K E, E L F, F N H, &c. eſtque S D æqualis Z V igitur Z S æqualis eſt V D, nempe continet tot particulas ſextas vnius portionis, ſeu lateris C K quot ſunt portiones libræ: habet verò triangulum A B C ad omnia triangula appenſa C K E, E L F, F N H, &c. eamdem proportionem quam quadratum numeri multitudinis partium libræ ad eiuſdem latus, ſeu quam Z S ad S D; ſuntque Z & D puncta ſuſpenſionum ex centris grauitatum partiũ figuræ circumſcriptæ, nempe vna pars, quæ eſt triangulum A B C pendet ex D puncto *per 43. ſecundi æqual. moment.* reliqua verò pars, quæ eſt aggregatum triangulorum C K E, E L F, F N H, &c. ſuſpenditur ex puncto Z. igitur *per 28. primi æqual. moment.* punctum S erit locus ſuſpenſionis centri grauitatis communis ambarum partium, nempe totius figuræ circumſcriptæ A C K F B. conſtat ergo propoſitum.

SCHOLIVM.

FAcile ex hac propoſitione deducitur, quòd ſi ſuper triangulum A B C, & ſuper figuras adſcriptas ad eandem altitudinẽ eleuentur priſmata: tunc conſtat *ex 6.*

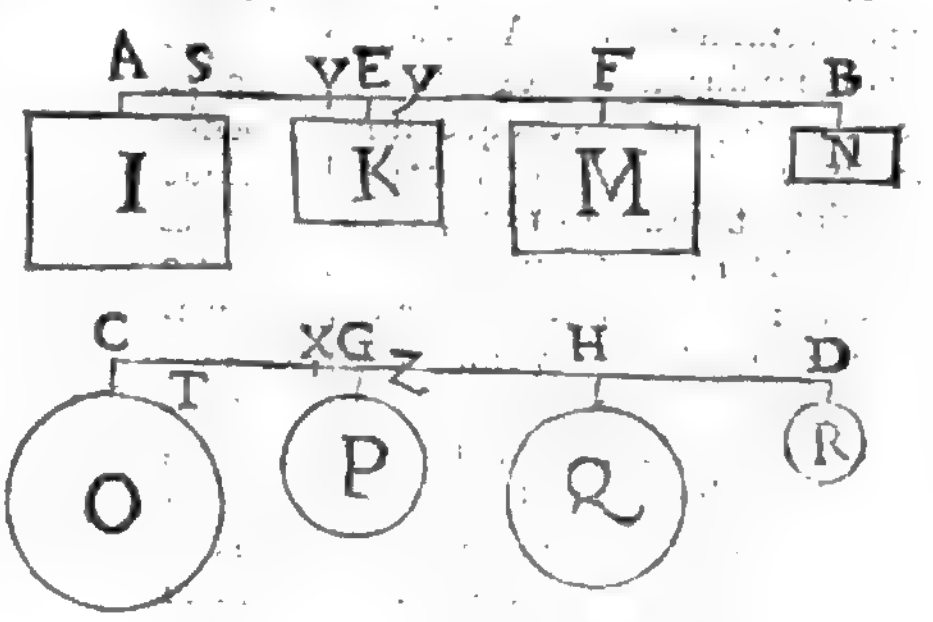
quarti

quarti, & 13. secundi æqual. moment. quod punctum ſuſpenſionis ex centro grauitatis priſmatis triangularis A B C ſit idem punctum D, vbi nimirum libra in proportione dupla ſecatur. id ipſum verificatur de omnibus parallelepipedis æquè altis, & æquelatis componentibus figuras adſcriptas, proindeque figuræ ſolidæ inſcriptæ punctũ ſuſpenſionis per centrum grauitatis eius erit punctum R, non ſecus ac in figura plana contingebat: figuræ verò circumſcriptæ punctum ſuſpenſionis erit in S.

PROPOSITIO XXI.

Si ex duabus libris æqualibus pendeant ex æqualibus diſtantijs pondera proportionalia ſimiliter diſpoſita: ſuſpenſionum puncta ex centris grauitatum vniuerſalium abſcindent ex libris portiones æquales ſimiliter diſpoſitas.

SInt duæ libræ æquales A B, C D; & ex diſtantijs æqualibus A, E, F, B, & C, G, H, D pendeant pondera proportionalia, ſimiliter diſpoſita, vt ſcilicet I ad K ſit ſicut O ad P, & ſicut K ad M, ſic P ad Q, atque ſicut M ad N, ità Q ad R (ſiue pondera libræ A B ſint eiuſdem generis cum ponderibus libræ C D, ſiue non) ſitque Y punctum ſuſpenſionis centri grauitatis omnium ponderum I, K, M, N, & Z ſit punctum ſuſpenſionis centri grauitatis omnium ponderum O, P, Q, R. Aio rectas C Z, & A Y æquales inter ſe eſſe. ſit punctum S centrum grauitatis libræ A E preſſæ à ponderibus I, K; & punctum T ſit centrum grauitatis libræ C G cum ponderibus appenſis O, P; & ſic reperiantur centra grauitatum ſequentium trium correlatiuorum ponderum, quæ ſint V, X. & quia ſicut I ad K, ſic eſt O, ad P, & coniunctim ſicut I K ad K, ſic erit O P ad P; *& per 28. ſecundi æqual. moment.* ſicut I K ad K ità eſt E A ad A S, & ſicut O P ad P, ſic G C ad C T. ergo ſicut E A ad A S, ſic G C ad C T, ſuntque antecedentes E A, G C æquales: ergo conſequentes A S, C T æquales quoque erunt: & quia duo pondera I, K pendent ex S puncto, & duo pondera O, P pendent ex puncto T, non ſecus ac prius oſtendetur punctum V centrum eſſe libræ F S cum tribus ponderibus appenſis I, K, M, & abſcindere diſtantiam S V æqualem ipſi T X factam à centro trium ponderum O, P, Q in libra T H. & tandem quia pondera ſunt proportionalia habebunt ad pondera N, & R (relatiua correlatiuis comparando) eamdem proportionem, quam libræ V B, X D ad diſtantias V Y, & X Z; & vt prius V Y, V Z æquales erunt; ſed actenus A S, C T æquales fuerunt, nec non S V, T X æquales: ergo omnes ſimul, ſcilicet A Y æquales erunt omnibus ſcilicet diſtantiæ Z C, & hoc fuerat oſtendendum.



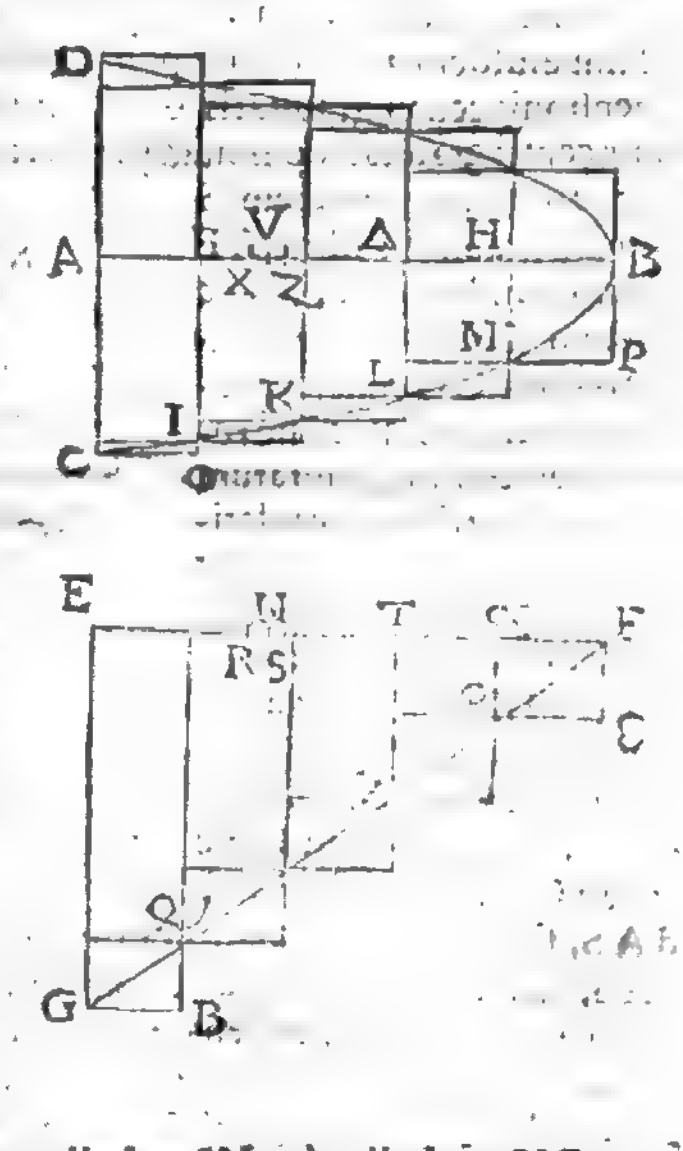
PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO XXII.

Si conoidi parabolico aſcribantur duę figuræ ex cylindris ſcalatim æque altis compoſitæ : centrum grauitatis figuræ inſcriptæ in axe diſtabit à baſi conoidis minus triente, figuræ vero circumſcriptæ centrum grauitatis diſtabit maius triente totius axis; eritque defectus, vel exceſſus æqualis ſextanti altitudinis cuiuslibet cylindrorum.

ESto conois parabolicus C B D, cuius axis A B, baſis vero circulus radio A C deſcriptus; huic vero ſolido aſcribantur duæ figuræ ex cylindris æque altis compoſitæ inſcripta A I K M H; circumſcripta vera A O P B; ſeceturque A V pars tertia axis A B, & hinc inde abſcindantur portiones V X, V Z ſingulæ æquales ſextanti ipſius H B altitudinis nempe vnius cylindrorum. Aio quod punctum X eſt centrum grauitatis figuræ inſcriptæ; Z vero eſt centrum grauitatis figuræ circumſcriptæ. Exponatur triangulum E F G rectangulum in E cuius latus E F æquale ſit axi conoidis A B; ſeceturque E F in totidem partes æquales, ac diſſectus fuerat axis A B; aſcribanturque triangulo duæ figuræ ex parallelogrammis ſcalatim diſpoſitis, & æque altis, & tot numero, quot ſunt cylindri in conoidali; ſitque inſcripta figura E Q Y O ϖ, circumſcripta vero E B ξ F; ſeceturque ex libra E F portio E N tertia pars totius, & N R, atq; N S æquales ſextanti altitudinis cuiuslibet parallelogrammi. poſtea quia in conoidali baſes abſciſſæ, quæ baſes quoque ſunt cylindrorum æqualium altitudinum L H, M B, &c. circuli ſunt nempe deſcripti radijs Δ L, & H M, hi vero circuli eamdem rationem habent quam quadrata radiorum *per 2. terti decimi elemēt. Euclid.* & in parabola ſicut quadratum Δ L ad quadratum H M ſic eſt *per 20. primi conic. Apoll.* portio axis Δ B ad H B, eſtque T F ad ϖ F in eadem ratione, cum ſint æquales: hæ illis, ſcilicet ſicut T Y ad ϖ O, nempe vt parallelogrammum Y ϖ ad parallelogrammum ϖ ξ cum ſint eiuſdem altitudinis. igitur cylindrus H L ad cylindrum H P eamdem rationem habebit, quam parallelogrammum ϖ Y ad parallelogrammum ϖ ξ: idem oſtendetur de reliquis omnibus cylindris, & parallelogrammis figurarum inſcriptarum, & circumſcriptarum correlatiua ſemper comparando. cum igitur ſint duæ libræ æquales A B, & E F in partes æquales diſſectæ in quibus ſuſpenduntur ex æqualibus diſtantijs pondera proportionalia nempe cylindri in conoidali, & parallelogramma in triangulo ſimiliter diſpoſita, nempe conſequenter à terminis B & F creſcendo iuxta ſeriem numerorum ab vnitate igitur *per propoſit. 21. præced.* centra gra-



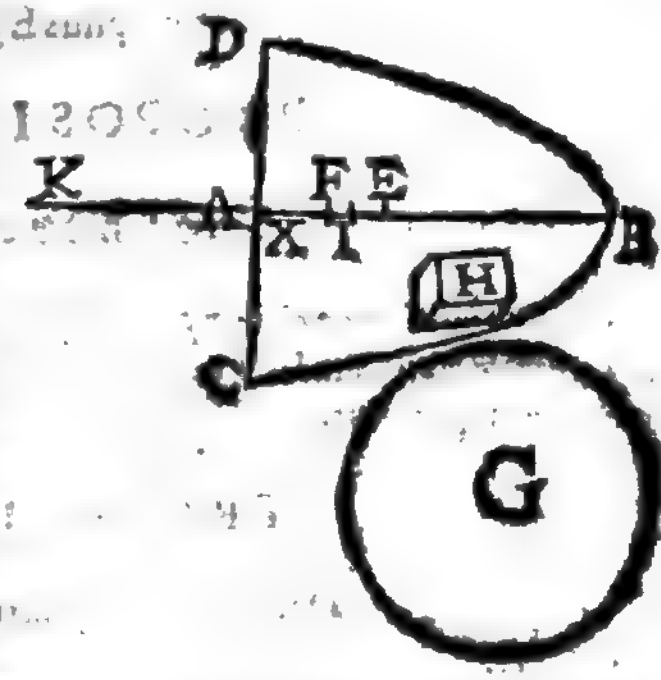
Digitized by Google

grauitatis correlatiuarum figurarum abscindent ex libris portiones æquales, similiter dispositas; sed *per 29.* centrum grauitatis figuræ inscriptæ in triangulo suspendi tur ex puncto R. igitur figuræ inscriptæ in conoidali centrum erit X punctum; quandoquidem ambo puncta X, R æqualiter recedunt à basibus, cum A V, & E N sint tertiæ partes æqualium librarum A B, & E F, atque V X, & N R sint sextantes æqualium altitudinum H B, & a F, eodem ratiocinio ostendentur puncta Z & S suspensionum loca esse centrorum figurarum circumscriptarum, quapropter propositio verificatur.

PROPOSITIO XXIII.

Centrum grauitatis parabolici conoidis axem ita diuidit, vt pars ad verticem reliquæ ad basim sit dupla.

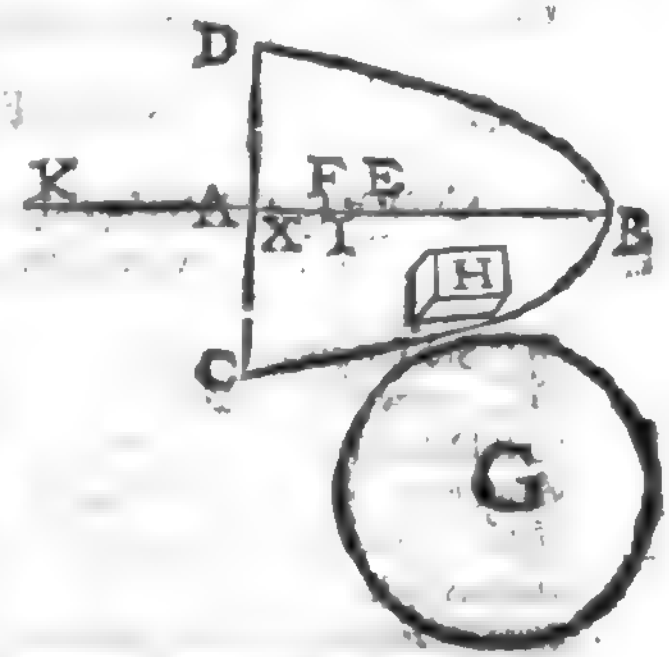
Esto Conois parabolicus C B D, cuius axis A B, qui diuidatur in E, vt A E tertia pars sit totius A B. Aio quod punctum E est centrum grauitatis solidi parabolici C B D. Si enim hoc verum non est; cadat centrum conoidis aut supra, aut infra punctum E in eodem axe A B, & primo cadat infra si possibile est in puncto X, & intelligatur figura inscripta conoidi ex cylindris æque altis composita, cuius pars sexta altitudinis vnius cylindrorum minor sit ipsa X E; ponatur esse E F; & quam proportionem habet A F ad F X, eamdem habeat solidum conoidale ad spatium G: deinde alia figura ex cylindris æque altis eidem conoidali circumdetur maior præcedente, quæ componetur ex maiori multitudine cylindrorum minus altis, ideoque eorum latitudines minores erunt quam E F; quare maioris futuræ inscriptæ, centrum grauitatis cadet inter E, & F sit punctum I; defectus verò huius figuræ inscriptæ à conoidali minus sit spatio G, sit illud H; manifestum est rectam A I ad I X minorem proportionem habere, quam A F, ad F X, seu quam conoidale C B D ad spatium G, & ideo multo minorem rationem quam idem conoidale ad spatium H minus quam G; & diuidendo A X ad X I minorem proportionem habebit, quã figura postremo inscripta conoidi ad eius complemẽtum H, seu ad [illegible]ctum, quo minor est conoidali: augeatur ergo A X, itaut X K ad X I sit sicut figura inscripta conoidali ad eius defectum H ad conoidale spatium: quapropter in libra K I punctum X est centrum grauitatis totius conoidis C B D, punctum verò, I est centrum grauitatis vnius partis, nempe figuræ inscriptæ ex cylindris æquè altis compositæ; & sicut K X ad X I sic est figura inscripta ad spatium H seu ad defectum à conoide, ergo *per 27 primi momen. æqual.* punctum K erit centrum grauitatis præcicti defectus à conoide: vnde centrum K cadet extra ambitum excessus conoidis supra figuram inscriptam, quod est absurdum *per vltimum postulatum*: Non igitur fieri potest vt centrum grauitatis conoidis cadat infra punctum E versus A.



Ponatur secundo, si fieri potest centrum grauitatis conoidis supra punctum E ad partes B, vt in M: & facta consimili constructione, circumscribatur conoidi figura ex cylindris æque altis composita, cuius centrum grauitatis sit N: & quam rationem habet A N ad N M, eandem habeat solidum conoidale ad spatium G: postea circumscri-

Digitized by Google

batur eidem conoidi alia figura, ex cylindris æque altis compoſita, minor præcedente, conſtans numerum ex maiori multitudine cylindrorum; hæc profectò habebit centrum grauitatis vicinius puncto E, quam præcedens maior figura circumſcripta; cadet ergo eius centrum inter N, & E, ſit illud O punctum: patet quoque exceſſum quo hæc figura circumſcripta conoidem ſuperat minorem eſſe ſpatio G, ſit illud H: hinc conſtat A O ad O M minorem proportionem habere, quã A N ad N M, ſeu quã conoidale C B D ad G, & adhuc minorẽ quã conois C B D ad ſpatiũ H; fiat ergo K O maior quàm A O ad O M, ſicut conoidale C B D ad ſpatium H, & quia in recta linea K M pũctum O eſt centrum grauitatis totius figuræ ex cylindris æque altis compoſitæ conoidi circumſcriptæ: & punctum M eſt cẽtrum grauitatis vnius partis eiuſdem figuræ circumſcriptæ, ſcilicet conoidis C B D; & ſicut K O ad O M, ſic ſe habet idem conoidale ad ſpatium H, ſcilicet ad exceſſum figuræ circumſcriptæ ſupra conoidem, ergo *per 27 primi æquil. momenti*, punctum K erit centrum grauitatis prædicti exceſſus figuræ circumſcriptæ ſupra conoidem, hoc autem cadit extra ambitum prædicti exceſſus; quod eſt impoſſibile, *& contra* 8. *poſtulat* non ergo poſſibile eſt, vt centrum conoidalis cadat ſupra punctum E ad partes B; ſed neque infra pũctum B reperiri poſſe oſtenſum eſt, ſequitur ergo vt centrum grauitatis conoidis præcisè exiſtat in pũcto E axim diuidente vt B E dupla ſit ipſius E A, quod propoſitum fuerat.



PROPOSITIO XXIV.

Datæ ſphæræ centrum inuenire.

COmperietur *per primam primi ſphæricorum elementorum Theodoſij*, ſphęræ propoſitæ centrum. Idem enim erit, & grauitatis centrum in ſphæra, *per primum huius*, quod quæritur.

PROPOSITIO XXV.

Dati ſolidi regularis centrum inuenire.

CIrcumſcribatur dato ſolido ſphæra *per doctrinam 15. elementorum Euclidis*, nam talis ſphæræ centrum erit *per 2. huius*, in dato ſolido grauitatis centrum: quod proponitur compẽriendum.

PROPOSITIO XXVI.

Dati priſmatis centrum inuenire.

DVcatur in priſmate planum vtrique baſium æquidiſtans, & ab vtraque æqualibus ſpatijs remotum: deinde in plano facti rectilinei centrũ *per 33. ſecundi mechanicorum æqualium*, comperiatur: Nam tale centrum erit, & centrum grauitatis in priſmate dato, *per 3. quidem huius*, ſi datum priſma ſit parallele pipedum: *per 4. autem*, ſi ſit triangulum: *per 5. vero*, ſi ſit multilateras baſes habens; Quod quærebatur.

Pro-

Digitized by Google

PROPOSITIO XXVII.

Dati octahedri, cuius binæ quælibet oppoſitæ baſes æquidiſtant, centrum inuenire.

DVcantur in octahedro duæ diametri copulantes bina, & bina verticalia puncta: nam ſectionis punctum, in quo huiuſmodi diametri ſe inuicem ſecant, erit centrum ſolidi propoſiti *per 7. huius*. Quod erat comperiendum.

PROPOSITIO XXVIII.

Datæ pyramidis centrum inuenire.

SEcetur quodlibet latus pyramidis, itaut portio ad baſim recepta ſit tertia pars reliquæ; & per punctum ſectionis ducatur planum baſi æquidiſtans; deinde facti in pyramide rectilinei comperiatur centrum *per 33. ſecun. momentorum æqualium*. Ipſum enim erit pyramidis centrum *per 17. huius*. Quod erat inueniendum.

Vel ſic, comperiatur centrum baſis datæ pyramidis *per 33. præcitatam*, quod centrum coniungatur cum faſtigio pyramidis; & ipſa linea ſecetur, itaut ad baſim recepta portio ſit tertia pars reliquæ: Nam talis ſectionis punctum erit ipſius pyramidis centrum, *per 15. huius*, ſi pyramis ſit trilatera: *per corollarium verò 17.* ſi quolibet deinceps laterum: Quod quidem erat comperiendum.

PROPOSITIO XXXIX.

Dati Coni, vel Conoidis parabolici centrum inuenire.

CApiatur conicuis axis, qui ſic ſecetur, vt portio ad baſim recepta ſit tertia pars reliquæ: & conoidis axis ſic ſecetur vt pars ad baſim recepta dimidium ſit reliquæ; Nam ſectionis punctum erit centrum coni *per corollarium 18. præcedentis*, & conoidis, *per propoſitionem 23. præcedentem*, quæ quærebantur.

PROPOSITIO XXX.

Dati ſolidi cuiuslibet centrum inuenire.

CApiatur ſolidi punctum quoddam interius, à quo ducantur lineæ ad ſolidos angulos: ſic enim intelligetur ſolidum diſtinctum in tot pyramides, quot ſolidum rectilineas baſes habet: comperiantur itaque *per 28. præmiſſam*, ſingularum pyramidum centra; deinde *per 29. primi*, comperiatur commune centrum binarum pyramidum; & mox, *per eandem*, commune centrum trium, quatuor, & deinceps, donec totius aggregati, ex pyramidibus, hoc eſt dati ſolidi centrum comperiatur: quod in propoſitione quæritur.

PROPOSITIO XXXI.

Centrum grauitatis nunquam nisi in centro vniuersali naturaliter quiescit.

NAm *per 2. postulatum*, centrum grauitatis quantum possibile est, ad centrum vniuersale accedit; itaque dum non potest accedere, impeditur, & ideirco non naturaliter, sed impeditum quiescit; dum autem non impeditur semper accedet ad centrum vniuersale, donec in ipso naturaliter quiescat: Quod est propositum.

PROPOSITIO XXXII.

Si centrum grauitatis in centro vniuersali consistat; partes graues erunt distantijs, quibus centra partium absunt à centro vniuersali ordine permutato proportionales.

NAm cum centrum commune partium sit per hypotesim ipsum vniuersale centrum *ex 27. primi momentorum aquilium*, manifestum est quod proponitur.

FINIS

Libri Quarti, & vltimi de Momentis Aequalibus.
Panormi XXIII. Ianuarij MDXVIII.

Digitized by Google

ARCHIMEDIS QVADRATVRA PARABOLAE.

EX TRADITIONE

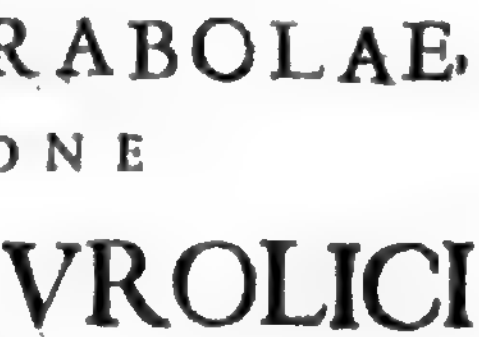
FRANCISCI MAVROLICI.

ARchimedes Dositheo bene agere, Cononem quidem decessisse grauiter doluimus, tibi autem nobis tam amico, & in mathematibus erudito mirabile quoddam, quod præconati sumus, nunc mittimus, quemadmodum Cononi scribere consueueramus; demonstrauimus enim, quod omnis portio contenta à recta, & à sectione rectanguli coni est epitrita trigoni eandem basim, & altitudinem habentis, opus nulli priorum tentatum: demonstrauimus inquam primum per mathematica, & inde per geometrica, sumpto ad demonstrationem hoc fundamento.

Inæqualium spatiorum excessum compositum possibile esse excedere omne propositum finitum.

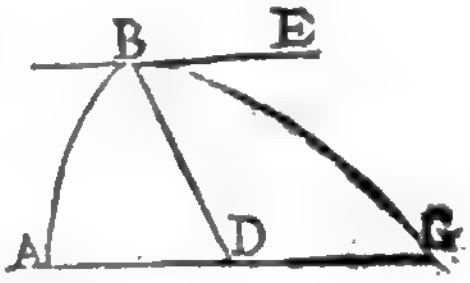
PROPOSITIO PRIMA.

SIt rectanguli coni portio A B G, quæ quidem B D penes, seu æquidistãs diametro, vel ipsa diameter; quæ autem A G penes eã, seu æquidistãs ei, quæ apud B contingit sectionem: Aio quod æqualis est A D ipsi G D. Nam si B D sit ipsa diameter, constat hoc ex conuersa *propos. 5. lib. secun. conicor. Apoll.* si penes diametrum ostenditur *in propos. 46. lib. primi conicorum Apollonij.*



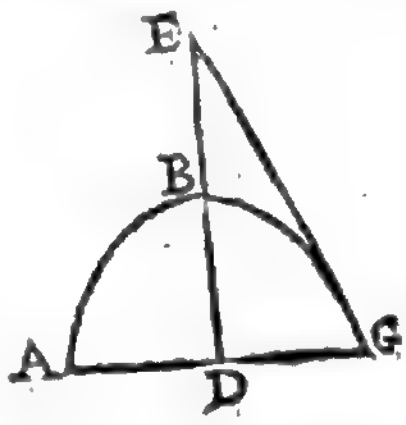
PROPOSITIO II.

COntra si B D penes diametrum, vel ipsa diameter, ipsæ autem A D, D G æquales: Aio quod parallelus est A G ei, quæ sectionem apud B contingit: quod patet *ex propositionibus Apollonij in præcedenti citatis.*



PROPOSITIO III.

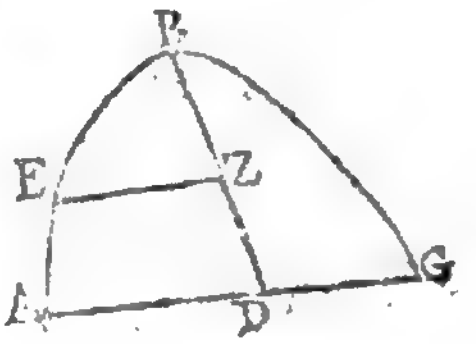
SIt rectanguli coni portio A B G, quæ B D penes diametrum, vel ipsa diameter: quæ autem A G penes eam, quæ apud B contingit sectionem; quæ porrò G E contingat sectionem apud G, & occurrat ipsi D B apud E: Aio quod æqualis est B D ipsi B E: hoc enim, si B D sit diameter, ostenditur *in 35. primi conicorum*, si penes diametrum *in 16. tertij, vel per 35. 1. conicorum Apollonij.*



PRO-

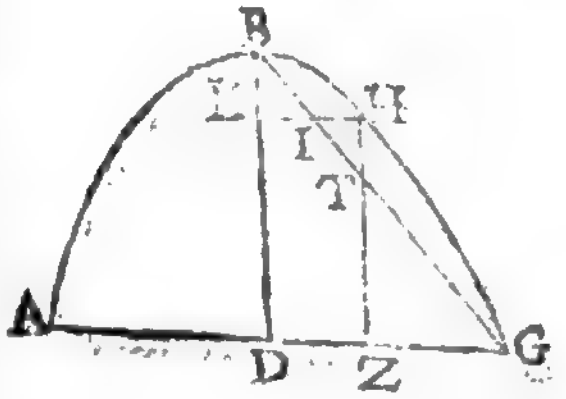
Digitized by Google

PROPOSITIO IV.

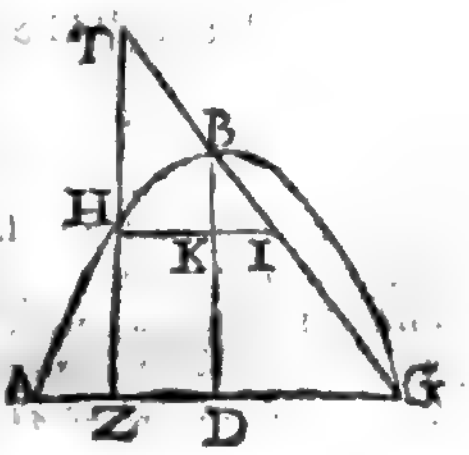


SIt rectanguli coni portio A B G, quæ B D penes diametrum, vel ipſa diameter; quæ autem A G, & quæ E Z penes eam, quæ apud B contingit ſectionem: Aio quod erit ſicut D B ad B Z longitudine, ſic potentia, quæ A D ad E Z: oſtenditur hoc *in 2o. primi conicorum Apoll.*

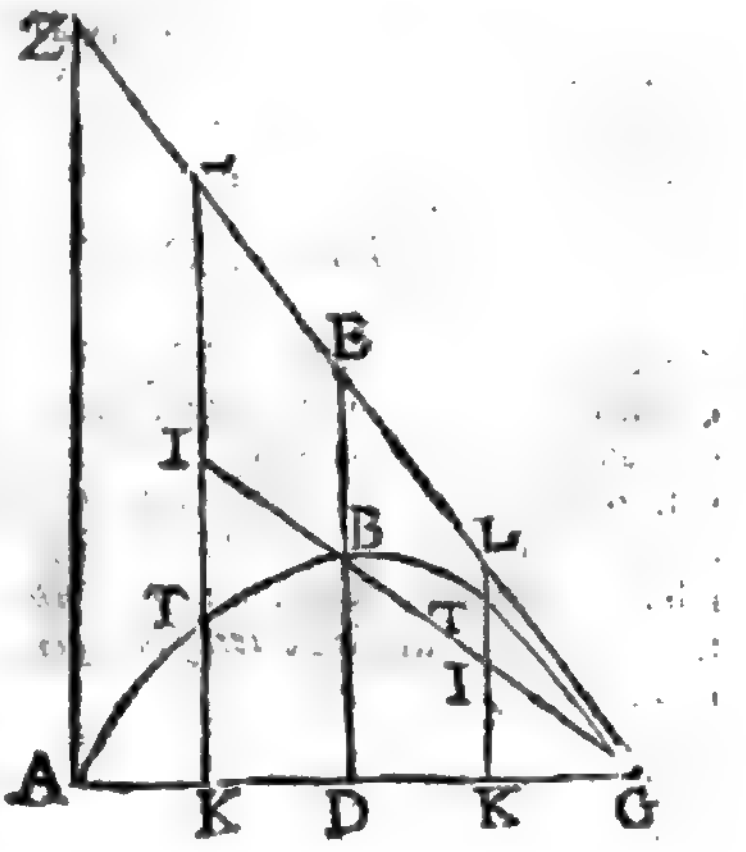
PROPOSITIO V.



SIt portio contenta à recta, & ſectione rectanguli coni A B G, quæ quidem B D penes diametrum ſectans A G biſariam, vel ipſa diameter; & à puncto quolibet lineæ A G, vt pote à puncto Z educatur penes B D ipſa Z H ad peripheriã, & producta occurrat ipſi G B productæ ad ſignum T. Aio quod erit ſicut G D ad D Z, ſic Z T ad T H; agatur per H penes ipſam A G recta H K, ſecans B D apud K, & ipſam B G apud I, eritque *per præmiſſam*, ſicut quadratum D G ad quadratum H K, vel D Z, ſic D B ad B K; & ideo *per 2. ſexti Encl.* ſic G B ad B I; ſed per eandem, ſicut quadratum G B ad quadratum B T, ſic quadratum G D ad quadratum D Z. ergo ſicut G B ad B I, ſic quadratum G B ad quadratum B T. Itaque dupla eſt ratio G B ad B I eius, quæ G B ad B T. Quare ipſæ G B, B T, B I, ſunt continuæ proportionales, coniunctim igitur (ſi Z ſignum cadit intra A, D; ſi vero intra ſigna D, G, euerſim) erit ſicut G T ad T I, ſic G B ad B T; & ideo *per 2. ſexti Encl.* ſic vt G D ad D Z; ſed per eãdẽ, ſicut G T ad T I, ſic Z T ad T H: ergo ſicut G D ad D Z, ſic Z T ad T H: Quod eſt propoſitu m.



PROPOSITIO VI.



SIt portio contenta à recta, & ſectione rectanguli coni A B G, & ducatur A Z penes diametrum, quæ autem G Z contingens ſectionem apud G, & ſecta A G biſariam in puncto D, ducatur penes diametrum D B E: Aio quod ſicut eſt A D ad D G, ſic D B ad B E: Nam cum A D, D G ſint æquales; & quæ D B penes diametrum, erit *per 2.* quæ A G penes eam, quæ ſectionẽ contingit apud B. Quare *per 3.* quæ D B æqualis ipſi B E: Ergo ſicut A D ad D G, ſic D B ad B E: Quod eſt propoſitum.

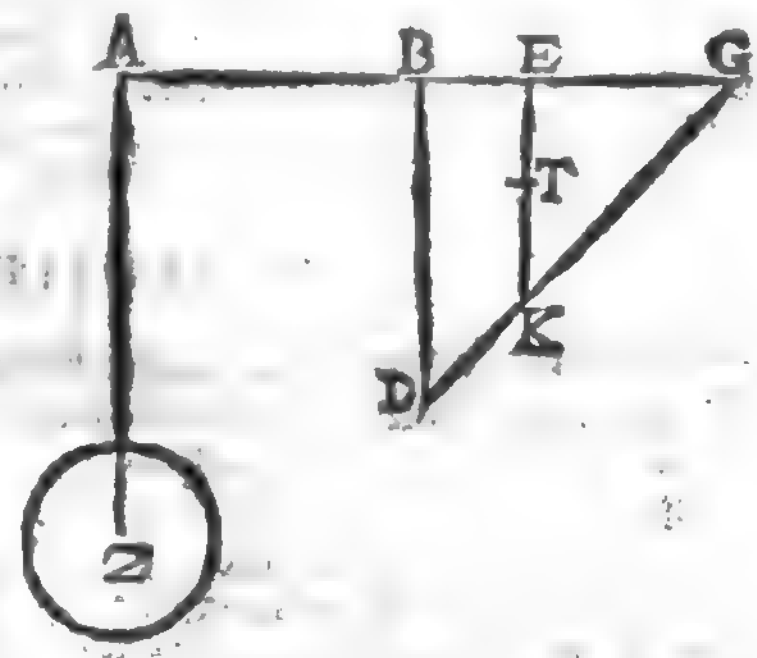
Rurſum à quolibet alio puncto lineæ A G

Digitized by Google

AG vt potè K ducatur penes AZ linea KTL. Aio rursum, quod sicut est AK ad KG, sic KT ad TL. connectatur enim GB, & secet ipsam KL in puncto I; & quoniam DB æqualis ipsi BE, ideo & KI æqualis ipsi IL, sed *per præcedentem*, sicut AD, ad DK, sic KI ad IT. Igitur sicut DG ad IK, sic LI ad IT: Quare (illic coniunctim, & hic disiunctim, & conuersim, si punctum K cadit inter D, G, vel illic disiunctim, & hic cõiunctim, & conuersim, si punctum K cadit inter A, D,) erit sicut AK ad KD, sic KT ad TI, & sicut DK ad KG, sic IT ad TL: ex æqua ergo proportione, sicut AK ad KG, sic KT ad TL. Quod erat propositum.

PROPOSITIO VII.

QVibus demonstratis, sit libra ABG, cuius medium B, trigonum autem BDG, rectum habens angulum, qui apud B; suspendatur, à signis B, G; suspendatur quoque, & spatium Z. ex alia parte libræ apud A, & æqualiter repat spatium Z apud A suspensum, trigono BDG sic iacenti. Aio quod triplum est trigonũ BDG, spatij Z, secetur enim BG in E puncto, itaut dupla sit GE ipsius EB, & agatur penes BD linea EK, quæ secetur in æqualia apud T, eritque, *vt in libro de Momentis Æquelibrium*, fuit ostensum, T punctum, centrum grauitatis trigoni BDG: itaque si trigoni BDG, quæ quidem secundum B, G appensio soluatur, & suspendatur secundum E, manet trigonum, vt nunc se habet; Namque vt in dicto libro ostenditur, recta ET, quæ signum appensionis cum centro grauitatis rei appensæ connectit, Katheta est ad horizontem, & ideo perpendicularis ad ipsam AG, quæ parallelus est horizonti; sic ergo manet trigonum BGD suspensum à signis B, G, sicut suspensum à signo E, & æquè repit spatio Z suspenso à signo A: Verum appensa æquè repetitia reciproca sunt spatijs, à quibus pendent: Ostensum est enim hoc in mõmentis æqualibus: Igitur sicut quæ AB ad lineam BE, sic trigonum BGD ad spatium Z: sed quæ AB tripla fuit ipsius BE quoniam BG tripla eiusdem; Ergo & trigonum BDG triplum est ipsius Z spatij: quod est propositum.

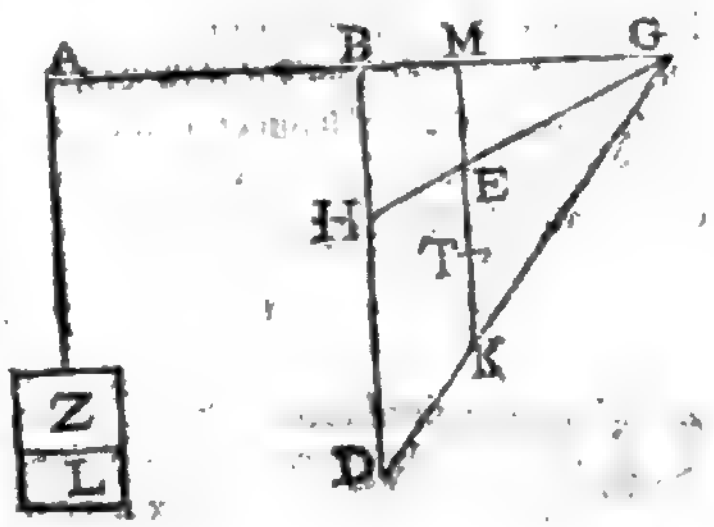


Contra si triplum sit trigonum BDG ipsius Z spatij, trigonum, & spatium æqualiter repent: quoniam scilicet quæ AB tripla ipsius BE: & *per doctrinam æqualium momentorum*, appensa longitudinibus, à quibus pendent, reciproca æquè repunt.

PROPOSITIO VIII.

SIt rursum libra AG, cuius medium B, trigonum autem DGH amblygonium, habens angulum, qui ad H obtusum; & latus DH perpendiculare ad AG, & productum occurrat ipsi AG ad signum B; vt scilicet GB altitudo trigoni sit libræ dimidium; & suspendatur à signis B, G, spatium autem Z suspensum à signo A æquæ repat cum trigono HDG, sic se habente, vt nunc iacet: Aio quod triplum est trigonum HDG spatij Z; apponatur enim spatio Z, spatium L, quod sit trigoni BGH pars tertia, & æquè repet *per conuersam premissæ*, spatium L trigono BHG, sed ipsum Z spa-

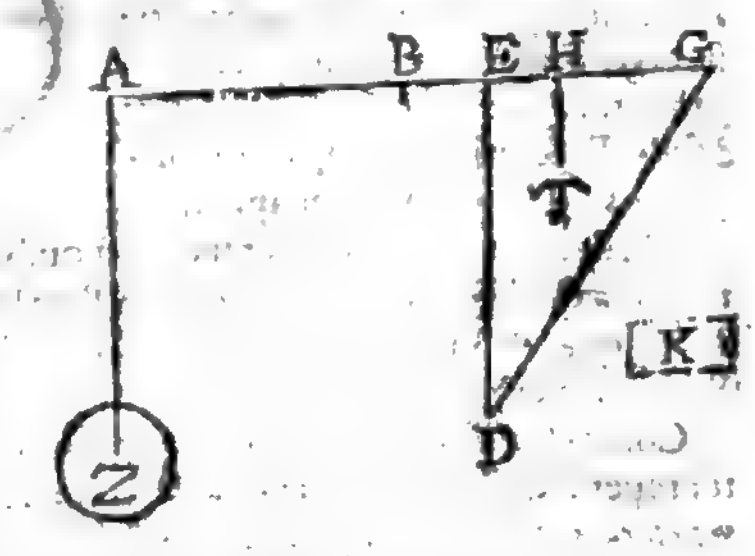
ſpatium æquè repit per hypotheſim trigonoD G H: ergo & totum Z L ſpatium æquè repet trigono B D G toti; quando centra grauitatum triangulorum B G H, H D G ſunt in vna recta, quæ penes B D, atque ideo ab vno ſigno, in quo prædicta recta occurrit ipſi B G, appenſa iacent vt nunc ſunt: Quamobrem *per præcedentem*, triplum eſt triangulum B D G totum ſpatij Z L totius; ſed trigonum B H G tripluin ſpatij L, ablatum ablati: ergo & H D G triplum ſpatij Z relictum relicti: quod eſt propoſitum.



Demõſtratur & hęc propoſitio aliter, ſecetur G H apud E, vt dupla ſit G E ipſius E H, & agatur per E penes D H linea M E K occurrens ipſis B G, G D apud ſigna M, K, & ſecetur E K bifariam in T; quod per doctrinam *æqualium momentorum*, erit centrum grauitatis trianguli H D G. Vnde ſicut in præmiſſa triangulum H D G ſolutum à ſignis B, G, & à ſolo puncto M appenſum iacet, vt nunc eſt. Itaque æque repet ſpatio Z; ſed G H ipſius H E, *& vt ibi per 2. ſexti Eucl.* G B ipſius B M, quare & A B ipſius B M tripla eſt: igitur & trigonum D H G ſpatij Z triplum: quoniam videlicet appenſa ſunt ijs, à quibus pendent, longitudinibus reciproca: quod eſt propoſitum.

PROPOSITIO IX.

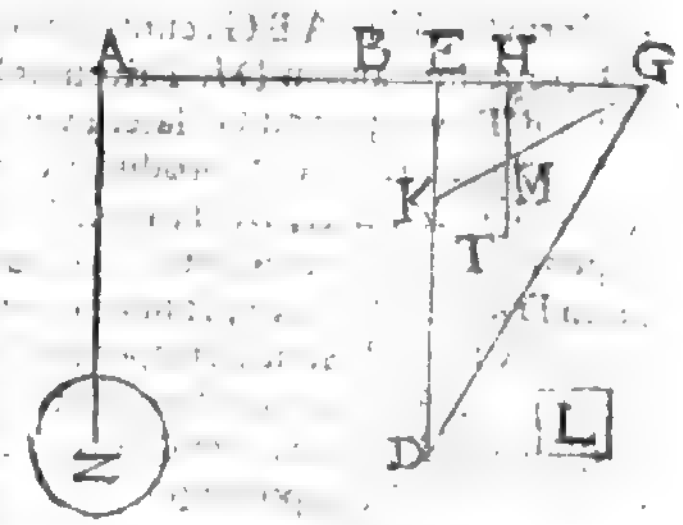
Sit rurſum libra A B G, cuius medium B trigonum autem E D G rectum habens angulum, qui apud E appendatur ſecundum, & G cauſante puncto E inter B G ſpatium autem Z ſuſpendatur ſecundum A, & æque repar cum trigono E D G, vt nunc iacet; ſicut autem eſt A B ad B E, ſic ſit trigonum E D G ad ſpatium K: Ablato itaque ſpatium Z trigono E D G minus, ſpatio autem K maius eſſe: ſit enim trigoni E D G centrum grauitatis T, a quo penes E D agatur T H, & pendebit trigonum E D G à ſolo ſigno H, vt nunc iacet; Itaque ſicut A B ad B H, ſic trigonum E D G ad ſpatium Z: ſed A B maior quam B H; ergo trigonum E D G maius ſpatio Z. & quoniam ſicut A B ad B E, ſic trigonum E D G ad ſpatium K; ob id maior eſt ratio trigoni E D G ad ſpatium K, quam ad ſpatium Z: Quare *per* 8. & 10. *quinti Eucl.* ſpatium Z maius ſpatio K, ſicut proponitur.



PRO-

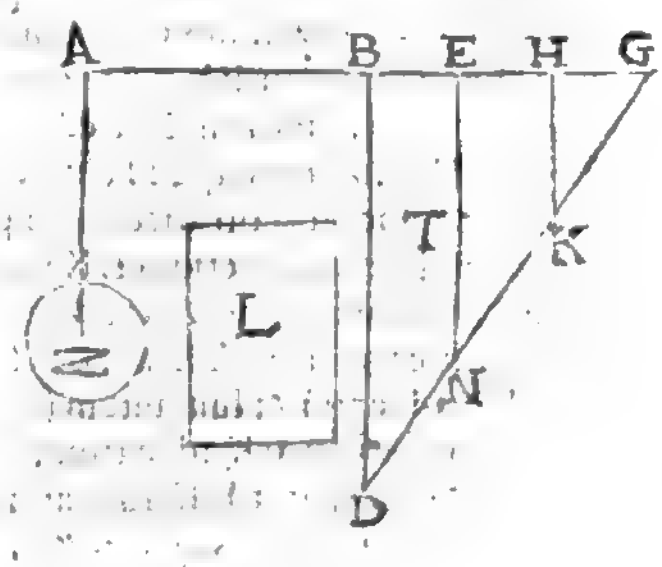
PROPOSITIO X.

SIt rursum libra A B G, cuius medium B, trigonum autem K D G amblygonium, habens angulum, qui apud K obtusum: altitudinem autẽ E G existente E inter B, G puncta; & suspendatur ex libra secundum E G; spatium autem Z secundum A, & æque repat cum trigono K D G sic se habente, vt nunc iacet: sicut autem est A B ad B E, sic sit trigonum K D G ad spatium L. Aio quod spatiũ Z maius est spatio L, minus autem triangulo K D G: hæc non aliter demonstratur, quam præmissa, per centrum grauitatis T trianguli K D G penes E D ducta T H, vt pendeat triangulum à signo H solo, vt nunc iacet.



PROPOSITIO XI.

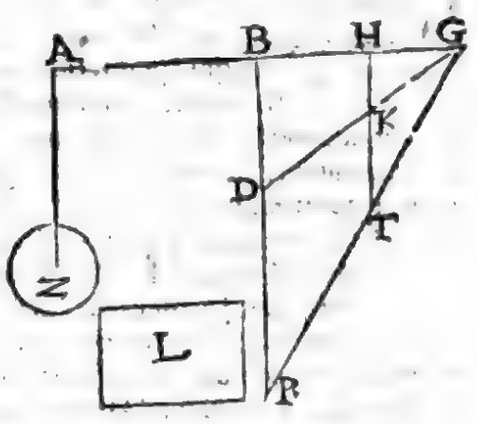
SIt rursum libra A B G, cuius medium B, trapetium autem D B H K habeat eos, qui apud B, H angulos rectos; latus autem D K vergens ad G; spatium autem Z suspensum apud A, æque repat trapetio B K: Item sicut est A B ad B H, sic sit trapetium B K ad spatium L. Aio spatium Z minus esse spatio L; secetur enim, quæ B H apud E, itaut H E ad E B sit sicut duplum ipsius B D iunctum cum H K ad duplum ipsius H K iunctum cum B D, & penes B D ducatur linea E N, quæ secetur bifariam apud T, eritq; trapetij B K centrum grauitatis T, sicut ostẽditur *in æqualibus momentis*. si igitur trapetiũ R K à signis B, H solutum apud E suspẽdatur, pendebit, vt nunc iacet: quandoquidem oportet E T kathetum esse ad horizontem; Itaque trapetion B K suspensum apud E, & spatium Z suspensum apud A æqualiter repunt; erit ergo sicut A B ad B E, sic trapetion B K ad spatium Z: fuit autẽ sicut A B ad B H, sic trapetion B K ad spatium L, maior igitur est ratio trapetij B K ad spatium *Z*, quam ad spatium L. Quare *per 10. quinti Eucl.* spatium Z minus est spatio L: Quod est propositum.



Quod si latus D K non fuerit vergens ad G: nihilominus propositum verum est; non enim refert, quorsum vergat latus D K dum recti sint, qui apud B, H anguli; sic enim semper signum appensionis E cadit inter ipsa B, H puncta.

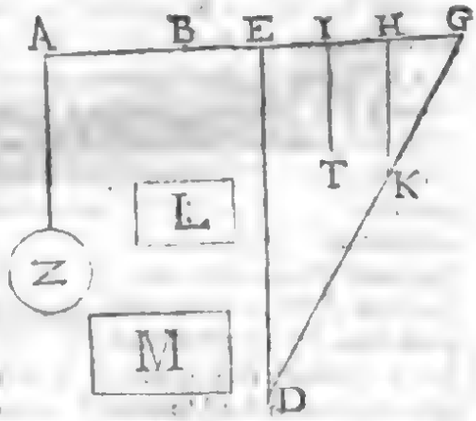
PROPOSITIO XII.

SIt rursum libra A B G, cuius medium B, trapetium autem D K T R, cuius latera D K, R T, vergant ad G; latera vero D R, K T kathetos ad B G, & producta occurrãt ipsi A G apud puncta B, H; mox spatium Z suspensum apud A æqualiter repat cum trapetio D T sic se habente, vt nunc iacet; & sicut est A B, ad B H, sic sit trapetium D T ad spatium L. Aio spatium Z minus esse spatio L. quod quidem non aliter demonstrabitur, quam præmissa sumpto videlicet cẽtro grauitatis in trapetio D T, & per ipsum centrum ducta linea penes ipsa D R, K T latera.



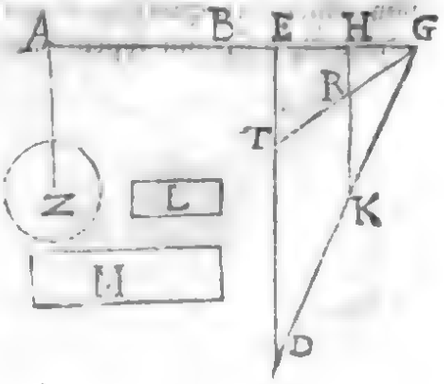
PROPOSITIO XIII.

SIt rursum libra A B G, cuius medium B, trapetium autem E D K H, cuius qui apud E, H anguli rect; latus autem D K vergens ad G; inde spatium Z apud A suspensum æque repat trapetio E K sic se habente, vt nunc supponitur: & sicut est A B, ad B H, sic sit trapetium E K ad spatium M. Item sicut A B ad B E, sic sit trapetium E K ad spatium L. Aio spatium Z ipso quidem L maius, ipso autẽ M minus esse: sumatur enim sicut in nona trapetij E K centrum, quod sit T, & penes D E ducatur T I, & trapetium à signis E, H solutum, & apud I, suspensum pẽdebit, vt nunc iacet ob dictam in præmissis rationem: itaque trepetium E K suspensum apud I, spatium autem Z apud A æque repunt: erit ergo sicut A B ad B I, sic trapetium E K ad spatiũ Z: fuit autem sicut A B ad B H, sic trapetium E K ad spatium M; & sicut A B ad B E, sic spatiũ E K ad spatium L; maior est ergo ratio *per* 8. *quinti Euclid.* trapetij E K ad L, quam ad Z; & maior ratio ad Z quam ad M. Quare *per* 10. *eiusdem*, M maius quam Z, & Z maius quam L. Quod est propositum.



PROPOSITIO XIV.

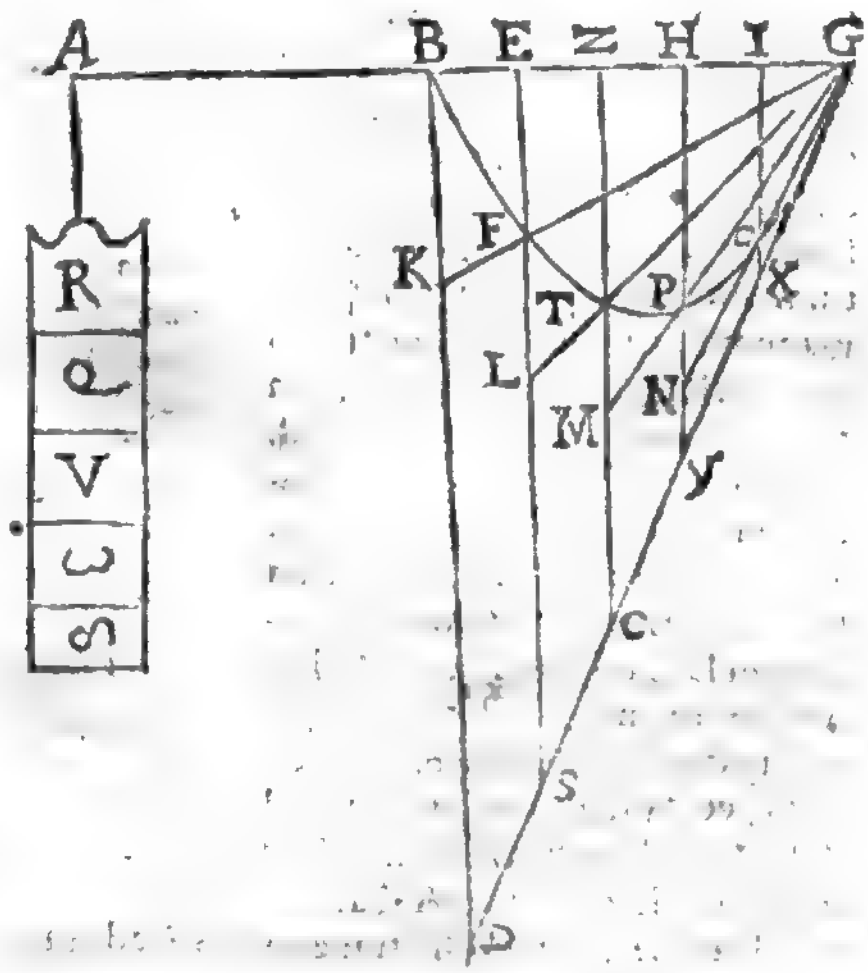
SIt rursum libra A B G, cuius medium B, trapetium autem K D T R, cuius latera K D, T R, vergant ad G, latera autem D T, K R sint Katheti ad B G, & suspendatur à libra secundum, E H, spatium autem Z suspendatur secundum, A, & æqualiter repat cum trapetio T K sic iacente; & sicut est A B ad B E, sic sit trapetium T K ad spatium L; sicut autem



autem A B ad B H, ſic idem trapetium ad ſpatium M; Aio ſpatium Z ipſo quidem L maius, ipſo autem M minus eſſe. Quod non ſecus oſtendetur ac præcedens ſumpto ſcilicet centro grauitatis trapetij T K, & per ipſum centrum ducta linea penes ipſam E D, vel H K, donec occurrat ipſi E H in aliquo puncto, vnde pendeat trapetiũ T K.

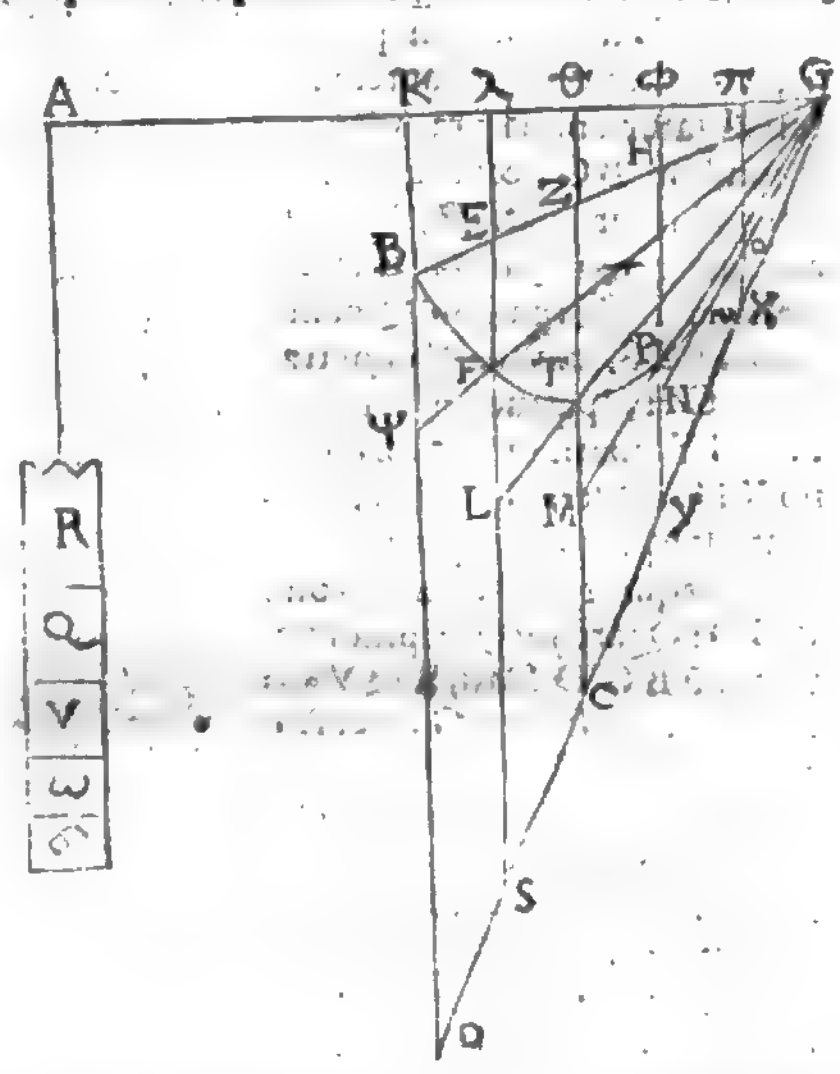
PROPOSITIO XV.

HIs opportunè præmiſſis, ſit portio B T G contenta à recta, & à ſectione rectanguli coni; ſitque primo B G ad rectos angulos diametro; quæ B D penes diametrum, quæ autem D G contingens ſectionem apud G, eritque trigonum B D G rectangulum, & ſecta B G in partes vt cumque, vt potè in ſignis E, Z, H, I, ducantur penes diametrum ipſæ E S, Z C, H Y, I X ad latus D G ſecantes peripheriam ſectionis in ſignis F, T, P, O, quæ ſingula connectantur cum G, & connexæ educantur, donec ſequenti ſingulæ parallelo occurrant, videlicet ad puncta K, L, M, N. Aio itaque trigonum B G D trapetiorum quidem K E, L Z, M H, N I, & trigoni X I G minus eſſe quã triplum: trapetiorum autem Z F, H T, I P, & trigoni I O G maius eſſe quam triplum. Intelligatur enim libra A B G, cuius medium B, ex qua ſuſpendatur trigonum B G D ſecundum B G, & ſecundum A ſuſpendantur ſpatia R, Q, V, ∞, ♪, & æque repat ſpatium R cum trapetio D E, ſpatium Q cum trapetio Z S, ſpatium V cum trapetio C H, ſpatium ∞ cum trapetio I Y, ſpatium ♪ cum trigono X I G, ſic ſe habentibus, vt iacent; Itaque totum ſpatium R Q V ∞ ♪ æque repet cum trigono B G D: Quare *per* 7. triplum erit trigonũ B G D ſpatij R Q V ∞ ♪: *per* 6. autem ſicut B G, vel A B ad B E, ſic S E ad E F; & ideo ſicut trapetium D E ad trapetiũ K E: ergo *per* 11. maius eſt trapetium K E ſpatio R. Item *per* 6. ſicut eſt B G, vel A B ad B Z, ſic C Z ad Z T; & ideo ſicut trapetium S Z ad trapetium L Z, & ſicut A B ad B E, ſic S E ad E F, & ideo ſic trapetiũ S Z ad trapetium F Z: ergo *per* 12. trapetiũ quidem L Z maius, trapetiũ autẽ F Z minus eſt ſpatio Q. ſimiliter *per* 6. & 13. oſtendam, quod trapetiũ quidem M H maius trapetium autem T H minus eſt ſpatio V; quodq; trapetium N I maius, trapetium verò P I minus eſt ſpatio ∞: & quoniam *per* 6. ſicut eſt B G, vel A B ad B I, ſic X I ad I O; & ideo ſicut triangulum X I G ad triangulum O I G: Ideo *per* 9. triangulum X I G maius, triangulum O I G autem minus eſt ſpatio ♪: Itaque trapetia K E, L Z, M H, N I, & trigonum X I G coniuncta maius ſunt toto ſpatio R Q V ∞ ♪: at trapetia F Z, T H, P I, & trigonũ O I G coniuncta minus ſunt toto ſpatio R Q V ∞ ♪: ſed trigonum B G D triplum eſt ſpatij R Q V ∞ ♪: Igitur trapetia K E, L Z, M H, N I, & triangulum X I G ſunt maius quam tertia pars trianguli B G D, & trapetia F Z, T H, P I, & triangulum O I G ſunt minus quam pars tertia trianguli B G D. Quod eſt propoſitum.



PROPOSITIO XVI.

Sit rursum B T G portio contenta à recta, & sectione rectanguli coni; sitque B G non ad rectos angulos diametro, itaut per B penes diametrum acta faciat angulum D B G obtusum, & producta ipsi K G, quæ recta sit diametro, occurrat ad signum K, & ad signum D ipsi G D contingenti sectionem apud G; fiatque trigonum K D G rectangulum, & secta B G in partes vtcumque, vt potè in signis E, Z, H, I; agantur penes diametrum ipsæ E S, Z C, H Y, I X, ad latus D G, ipsi K G occurrentes ad signa ϡ, ϟ, ϠϠ, periferiam portionis secãtes in singulis F, T, P, Q; quibus cum G connexis, connexæ educantur ad proximam ex parallelis sibi occurrentem videlicet ad ϒ, L, M, N signa. Aio itaque trigonum B G D amblygonum trapetiorum quidem ϒ E, L Z, M H, N I, & trigoni X I G minus esse quam triplum; trapetiorum verò F Z, T H, P I, & trigoni Q I G maius esse, quam triplum. Intelligatur enim libra A K G, cuius medium K, ex quo suspendatur trigonum B G D secundum G K, & secundum A suspendantur spatia R, Q, V, ω, ♪, itaut æque repat spatium R cum trapetio D E, spatium Q cum trapetio S Z, spatium V cum trapetio C H, spatium ω cum trapetio Y I, spatium ♪ cum triangulo X I G, sic manentibus, vt sunt: Itaque totum spatium R Q V ω ♪ equè repet cum toto trigono B G D: Quare *per* 8. triplum erit trigonum ß D G ambligonium spatij R Q V ω ♪: *per* 5. autem, sicut est K G, vel A K ad K ϟ, sic S E ad E F, & ideo sic trapetium D E ad trapetium ϒ E: Ergo *per* 12. maius est trapetium ϒ E spatio R. Item *per* 6. sicut est K G, vel A K ad K ϡ, sic Z C ad Z T, & ideo sic trapetium S Z ad trapetium L Z: & sicut A K ad K ϟ sic S E ad E F, & ideo sic trapetium S Z ad trapetium F Z; ergo *per* 14. trapetium quod L Z, maius, trapetium autem F Z minus est spatio Q, similiter *per* 6. & 14. ostẽdam quod trapetium quod M H maius, trapetium vero T H minus est spatio V: nec non quod trapetium N I maius, trapetium vero P I minus est spatio ω: & quoniam *per* 6. sicut est K G vel A K ad K ϠϠ, sic est X I ad I O, & ideo sic triangulum X I G ad triangulum O I G propterea *per* 10. triangulum X I G maius, triangulũ autem O I G minus est spatio ♪: Itaque trapetia ϒ E, L Z, M H, N I, & trigonum X I G simul sumpta maius sunt toto spatio R Q V ω ♪, & ideo maius quam tertia pars trianguli B G D; At trapetia F Z, T H, P I, & trigonum O I G pariter accepta minus sunt toto spatio R Q V ω ♪, & ideo minus quam tertia pars trianguli B G D, quod fuit triplum spatij: Igitur triangulum B G D ipsorum ϒ E, L Z, M H, N I trapetiorum, & X I G trianguli minus est quam triplum; ipsorum verò F Z, T H, P I, trapetiorum, & O I G trianguli maius quam triplum: quod est propositum.

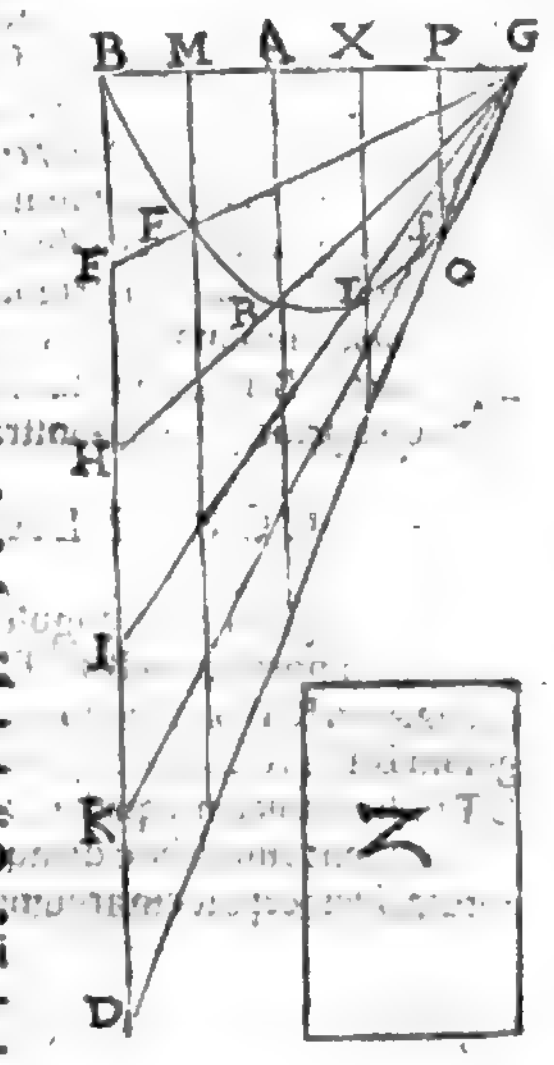


FRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO XVII.

SIt rursum portio B T G contenta à recta, & sectione rectanguli coni; quæ B D pènes diametrum, quæ G D contingens sectionem apud G; sit autem trigoni B D G tertia pars spatium Z. Aio portionem B T G æqualem esse spatio Z; nam si non est æqualis, est aut maior, aut minor: Sit ergo portio B T G spatio Z maior, inquam, aliquo excessu, qui multiplicatus, siue compositus sibi ipsi poterit, *per fundamentum primæ assumptum*, excedere trigonum B G D; multiplicetur igitur excessus, quo portio B T G superat spatium Z toties donec excedat trigonum B D G, & in totidem partes secetur B D æquales, quæ sint B E, E H, H I, I K, K D, & diuisionum puncta connectantur cum puncto G; connexæ autem secent portionis peripheriam in punctis F, R, T, S. Itaque quoniam tota pars est trigonũ B E G trigoni B D G quota pars est excessus quo portio B T G superat spatium Z suæ multiplicationis excedentis trigonum B D G; ideo minus est triangulum B E G excessu, quo portio superat Z; tunc ergo portio B T G maior est quam aggregatũ ex spatio Z, & ex triangulo B E G; & à fortiori trapetia B F, M R, A T, X S, & triangulum P O G simul maius sunt quam spatium Z, & triangulum B E G: Demantur ergo inde quidem trapetia B E F; F R, R T, T S, & triangulum G S O: hinc autem triangulum B E G predictis trapetijs, & triangulo æquale *per primam sexti*; & supererunt, inde quidẽ trapetia A F, X R, P T, & triangulũ G P S, hinc autem spatiũ Z: maius ergo sunt trapetia A F, X R, P T, & triangulum G P S quam spatium Z: sed spatium Z per hypothesim est trianguli B G G pars tertia: Ergo triangulum B D G minus est quam triplum trapetiorum A F, X R, P T, & trianguli G P S, quod *per alteram præcedentium*, est impossibile: Non est ergo maior portio B T G spatio Z.

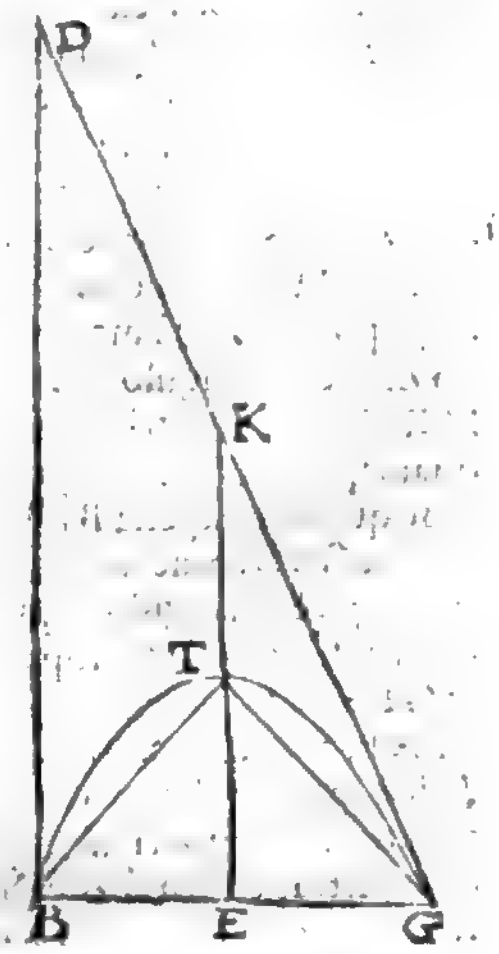


Sit autem nunc minor, sicque vt prius triangulum B E G minus excessu, quo spatium Z excedit portionẽ B T G, eritque tunc spatium Z maius quam aggregatum ex portione B T G, & ex triangulo B G E: Sed trapetia B F, M R, A T, X S, & triangulum P G O *per alteram præmissarum*, sunt maius, quam spatium Z, quod est pars tertia trianguli B D G: Igitur à fortiori trapetia B F, M R, A T, X S, & triangulum P G O maius sunt quam portio B T G, & triangulum B G E: dematur ergo vtrinque portio ipsa B T G, & supererunt, inde quidem segmenta trapetiorum B F, M R, A T, X S, & triangulum P G O relicta extra peripheriam portionis, hinc autem triangulum B G E: maius ergo sunt dicta segmenta relicta extra peripheriam, quam triangulum B G E: sed triangulum B G E *per primam sexti*, æquum est trapetijs B F, F R, R T, T S, & triangulo S G O. Igitur dicta segmenta trapetiorum B F, F R, R T, T S, & triangulum S G O maius sunt quam ipsa trapetia, & triangulum: pars videlicet toto, quod est impossibile: Non est ergo minor portio B T G spatio Z: fuitque ostensum, quod nec maior: æqualis ergo est portio B T G spatio Z, quod est tertia pars trianguli B D G: & hoc erat propositum.

PRO-

PROPOSITIO XVIII.

Sit tandem portio B T G contenta à recta, & sectione rectanguli coni, cuius vertex sit signum T, quod connectatur cum subtensa B G: Aio quod portio B T G epitrita est trigoni B T G; Nam cum T sit portionis B T G, vertex erit ipsa B G penes eã, quæ sectionem apud T contingit. Ducatur ergo penes diametrum recta T E, siue ipsa diameter; eritque *per primam huius libri*, quæ B E æqualis ipsi E G; ducatur item penes diametrum ipsa B D, cui apud D punctum occurrat, ipsa G D sectionem apud G contingens; ipsi autem G D apud K occurrat & producta; & quoniam E T diameter, vel penes diametrum, & quæ B G penes eam, quæ apud T contingit sectionem, & G K sectionem apud G contingens ipsi E T concurrit apud K. Ideo *per* 3. æqualis est E T ipsi T K. Quare *per* 38. *primi elementorum*, æquale est trigonum K T G trigono T G E, & per eandem æquale est trigonum T G E trigono E T B: posito ergo communi trigono T G E, fit trigonum K E G æquum trigono B T G. Sed *per* 17. *sexti elementorum*, trigonum D B G quadruplum trigoni K E G sibi simili, quoniam latus lateris duplum. Igitur & trigonum D B G quadruplum erit trigoni B T G; fuit autem *per præmissam*, trigonum D B G triplum portionis B T G: Ergo portio B T G epitrita est trigoni B T G; & hoc est quod à principio demonstrandum promiseramus.



COROLLARIVM.

ITaque triplum est triangulum E T G aggregati rectarum portionum B T, T G, sed *per præmissam*, triangulum K T G, & ideo triangulum E T G triplum est portionis T G: Ergo triangulum B T E residuum triplum est portionis B T residuæ: Cumque triangula B T E, E T G sint inuicem æqualia, erunt & ipsæ portiones B T, T G æquales.

Hactenus tamen hoc demonstratum est interueniente doctrina æqualium momentorum; Deinceps idem argumentis purè geometricis ostendetur.

SECVN-

Digitized by Google

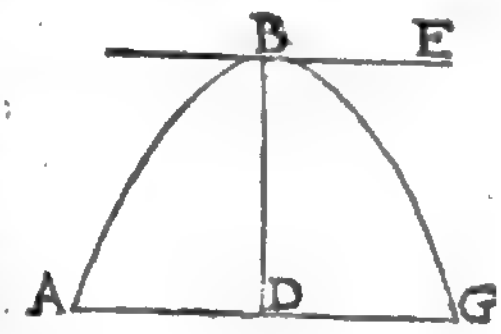
SECVNDA PARS LIBELLI.

POrtionum contentarum à recta, & curua linea Basim quidem voco rectam, Altitudinem autem maximam Kathetum à curua linea ductam ad basim portionis. Verticem verò signum, à quo maxima Kathetus ducitur.

PROPOSITIO XIX.

Si in portione, quæ continetur à recta, & à sectione rectanguli coni, à medio basis ducatur recta penes diametrum, vel ipsa diameter: vertex portionis est signum, secundum quod ducta penes diametrum secat coni sectionem.

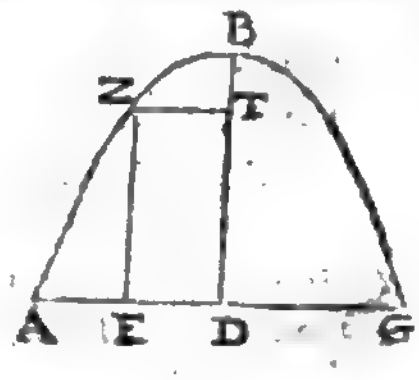
SIt enim portio A B G contenta à recta A G, & sectione rectanguli coni A B G, & secta bifariam A G in puncto D, ducatur B D penes diametrum, vel ipsa diameter. Aio quod B signum vertex est sectionis A B G: Nam cum ipsæ A D, D G sint æquales, & ipsa B D diameter, vel penes diametrum: erit *per 2. huius libri*, quæ A G parallelus ipsi B E, secundum B signum contingenti sectionem: Vnde manifestum est, quod Katheterum à peripheria A B G ad rectam A G cadentium, maximus erit, qui à signo B cadit: Itaque portionis A B G vertex est signum A: quod est propositū.



PROPOSITIO XX.

In portione contenta à recta, & à sectione rectanguli coni, quæ à medio basis penes diametrum, siue ipsa diameter ad peripheriam eius; quæ à medio dimidij ad peripheriam ducitur, epitrita est longitudine.

SIt enim portio A B G contenta à recta A G, & sectione rectanguli coni A B G, & secta bifariam A G in puncto D, ducatur penes diametrum, siue ipsa diameter D B; rursum secta bifariam A D apud E ducatur ad peripheriam penes diametrum E Z: Aio quod D B ipsius E Z epitrita est longitudine. Ducatur enim penes A G ad ipsā D B ipsa Z T, eritque *per 4. huius libri*, sicut longitudine D B ad B T, sic potentia A D ad Z T: sed quadratum A D ad quadratum Z T quadruplum: Ergo, & linea D B ipsius B T longitudine quadrupla: Quare B D ipsius D T, & ideo ipsius E Z epitrita est longitudine: Quod est propositum.



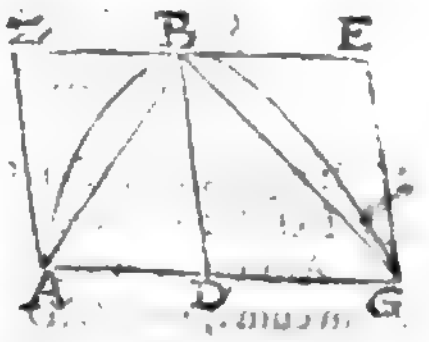
PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO XXI.

Si in portione contenta à recta, & à sectione rectanguli coni trigonum, inscribatur habens basim eandem cum portione, & altitudinem eandem; maius erit inscriptum trigonum dimidio portionis.

SIt enim portio A B G, qualis proponitur, cui inscribatur trigonum A B G super ipsam basim A G, & sub eadem altitudine: Aio quod trigonum A B G maius est quam dimidium portionis A B G: Nam cum per hypothesim B sit vertex portionis A B G parallelus erit A G portionem contingenti apud B: sit ergo talis contingens Z B E, cui ad signa Z, E occurrant ipsæ A Z, G E penes diametrum ductæ, atque ob id extra portionem cadentes: critque *per 41. primi elementorum*, trigonum A B G dimidium parallelogrammi A Z E G: sed portio A B G minor parallelogrammo: Igitur trigonum A B G maius quam dimidium portionis A B G: Quod est propositum.



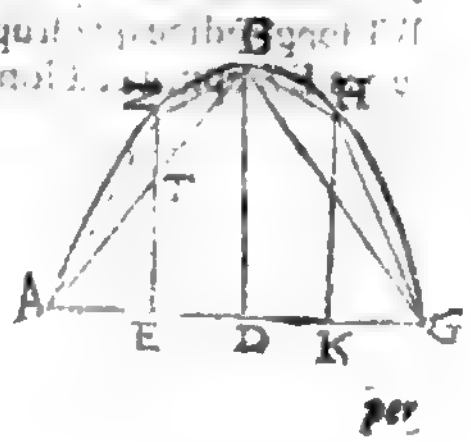
COROLLARIVM.

PAlam ergo est, quod in tali portione possibile est inscribere polygonium rectilineum, itaut relictæ portiones sint minus omni proposito spatio: Nam intra portionem descripto triangulo super eandem basim, eandemque altitudinem, erit triangulum maius dimidio portionis; item intra duas relictas portiones inscriptis similiter triangulis duobus, erunt duo triangula maius dimidio portionum: Adhuc intra quatuor relictas portiones inscriptis quatuor similiter triangulis, erunt quatuor triangula maius dimidio portionum; hoc autem toties potest fieri, donec *per primam decimi elementorum*, relictæ portiones sint minus quocumque quamtumlibet exiguo proposito spatio.

PROPOSITIO XXII.

Si in portione contenta à recta, & à sectione rectanguli coni trigonum inscribatur basim habens eandem cum portione, & altitudinem eamdem: inscribantur autem, & alia trigona in relictas portiones eandem basim habentia portionibus, & altitudinem eandem vtriuslibet trigonorum inscriptorum in relictas portiones: octuplum est trigonum, quod in totâ portione inscriptum est.

SIt portio A B G qualis dicta est, & secetur recta A G bifariam in D, & educatur penes diametrum, vel ipsa diameter ad peripheriam recta D B, critque *per 19. huius*, portionis A B G vertex signum B; describatur itaque triangulum A B G, eritque ipsius trianguli cum portione, altitudo vna, & basis vna. Item secetur bifariam A D apud E, & educatur ad peripheriam penes diametrum E Z, quæ ipsam quoq; A B bifariam secabit



per

per 2. sexti, secet apud T, eritque *per 19. huius*, punctum Z vertex portionis A Z B; describatur triangulũ A Z B, eritq; trigoni cum portione A Z B, altitudo vna, & basis vna; non aliter secta bifariam D G apud K, ductaque penes diametrum K H, describatur triangulum B H G; quod cum portione B H G eamdem celsitudinem, eandemque basim habebit. Aio itaque trigonum A B G trigoni A Z B, siue trigoni B H G octuplum esse. Connectatur enim E B, & quoniam B D ipsius quidem Z E *per 20. huius*, epitrita est, ipsius verò E T dupla; quando scilicet D A ipsius A E dupla: propterea Z E ipsius E T sesquialtera est; & ideo E T ipsius T Z dupla. Quare *per primã sexti*, trigonum A E T trigoni A T Z duplum, & trigonum E T B trigoni T B Z duplum. Itaque totum A B E trigonum totius A Z B trigoni duplum: Sed *per primam sexti*, trigonum A B D, trigoni A B E duplum: Ergo trigonum A B D trigoni A Z B quadruplũ: adhuc trrigonum A B G trigoni A B D duplum: & ideo trigonum A B G trigoni A Z B octuplum. Non aliter idem trigonum A B G demonstrabitur ipsius trigoni B H G octuplum. Quod est propositum.

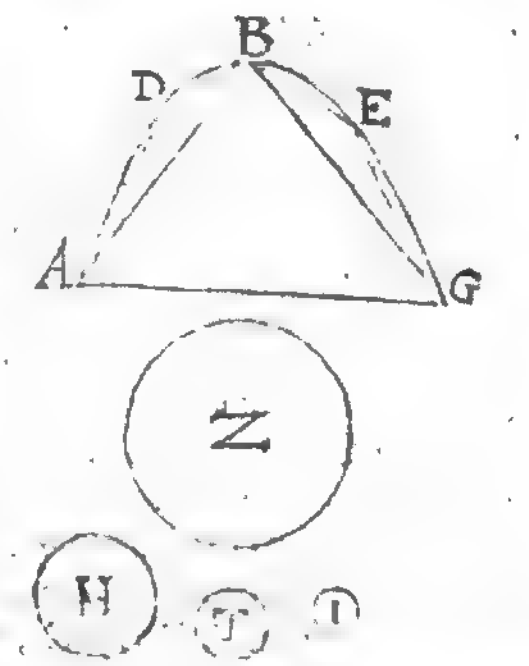
COROLLARIVM.

ITaque trigonum A B G quadruplum est trigonorum A Z B, B H G.

PROPOSITIO XXIII.

Si sit portio contenta à recta, & à sectione rectanguli Coni; & spatia ponantur consequenter quotcumque continuè in ratione quadrupla, sit autem spatiorum maximum æquale trigono habenti basim eandem cum portione, & altitudinem eamdem; vniuersa simul spatia erunt minus portione.

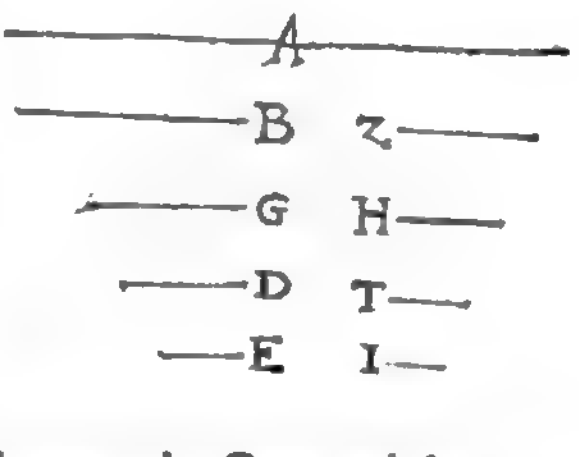
SIt enim portio A D B E G contenta à recta, & à sectione rectanguli coni; sintque spatia quotcumque vt puta Z, H, T, I, quorum vnumquodque sui sequentis sit quadruplum: maximum autem sit Z, quod sit æquale trigono A B G cum portione A B G basim eandem, idemque fastigium habenti. Aio itaque quod portio A B G maior est congerie spatiorum Z, H, T, I. sint enim ipsarum A D B, B E G portionũ vertices signa D, E, & describantur trigona A D B, B E G, eritq; *per coroll. præcedentis*, trigonum A B G trigonorum A D B, B E G quadruplum: sed per hypothesim spatium Z, ipsi A B G triangulo æquum, spatij H quadruplum: ergo æquum est spatium H trigonis A D B, B E G: non aliter ostendam quod spatium T æquum erit quatuor trigonis descriptis ad easdem bases, eademque fastigia intra quatuor portiones A D, D B, B E, E G: nec secus concludam quod spatium I æquum erit octo trigonis similiter descriptis intra octo posterius relictas sectiones: Quare spatiorum Z, H, T, I congeries æqualis erit cuidam rectilineo intra portionẽ A B G descripto; tale autem rectilineum minus est portione, quoniam scilicet pars eius; ergo & congeries spatiorum Z, H, T, I, minor est portione A B G: Quod est propositum.



PROPOSITIO XXIV.

Si fuerint quotcumque magnitudines in ratione quadrupla conſequenter diſpoſitæ: omnium earum congeries cum tertia parte minimæ epitrita erit maximæ.

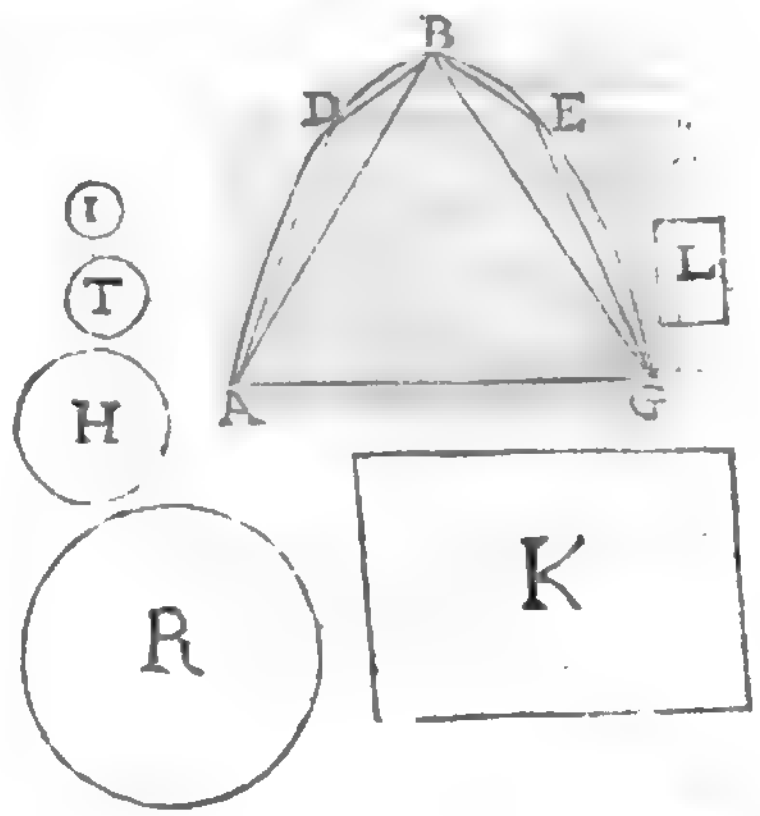
SVnto quotcumque magnitudines, vt pote quinque A, B, G, D, E, quarum vnaquæque ſit ſequentis quadrupla; ſitque I tertia pars ipſius E, quæ ſit magnitudinum minima: Aio quod congeries ipſarum A, B, G, D, E, magnitudinum cum ipſa I epitrita eſt ipſius A magnitudinum maximæ; ſit enim Z ipſius B, & H ipſius G, & T ipſius D, & I ipſius E pars tertia; Itaque cum B ſit ipſius A pars quarta, ipſa autem Z ipſius B pars tertia, erunt B, Z ſimul ipſius A pars tertia: nõ aliter oſtendam, quod G, H ſimul ſunt ipſius B pars tertia; quodque D, T ſimul ſunt ipſius G pars tertia; & quod E, I ſimul ſunt ipſius D pars tertia; eſtque I pars tertia ipſius E. Igitur omnia ſimul B, G, D, E, I, cum omnibus Z, H, T, I, ſunt omnium ipſarum A, B, G, D, E, ſimul pars tertia: Cumque *ipſæ Z*, H, T, I, ſimul ſint ipſarum B, G, D, E, ſimul pars tertia; erunt & relicta ſcilicet B, G, D, E, I, pars tertia relicti, ſcilicet A: Quare totum A B G D E I epitritum eſt ipſius A, quod eſt propoſitum.



PROPOSITIO XXV.

Omnis portio contenta à recta, & à ſectione rectanguli coni epitrita eſt trigoni habentis baſim eandem ipſi, & altitudinem æqualem.

SIt enim A D B E G portio contenta à recta, & à ſectione rectanguli coni. Trigonum autem A B G ſit ſuper eandem baſim, ſub eodemque faſtigio cum portione, & ipſius trigoni A B G epitritum, ſit ſpatium K: Aio quod ſpatium K æquum eſt portioni A B G; ſecus enim eſt, aut maius, aut minus: Si maior ſit portio A B G ſpatio K, tunc ſit portio A B G æqualis ſpatio K cũ ſpatio L, & *per corollariũ 21. huius*, portioni A B G inſcribatur rectilineum A D B E G, itaut relictæ portiones ſint minus ſpatio L: Itaq; polygoniũ A D B E G maius eſt ſpatio K: Sed polygonium A D B E G eſt cõgeries magnitudi-



num

num in quadrupla ratione diſpoſitarum, quarum maxima eſt triangulum A B G; ſequens ipſa congeries triangulorum A D B, B E G; tertia congeries triangulorum in ſequentes portiones inſcriptorum, & ſic deinceps: ſpatium autem K eſt epitritum trianguli A B G, quæ eſt maxima magnitudinum: Ergo congeries magnitudinum in quadrupla ratione diſpoſitarum eſt maior, quam epitrita maximæ, quod *per præcedentem*, eſt impoſſibile: Nam talis congeries minor eſt, quam epitrita maximæ: Non eſt ergo maior portio A B G ipſo K ſpatio: Sed nec minor: Nam ſi minor ſit portio A B G ſpatio K, tunc ſit portio A B G cum ſpatio L ſimul æqualis ſpatio K. Sitque ſpatium R æquum trigono A B G; & ipſius R ſit pars quarta ſpatium H; ipſius autem H pars quarta ſpatium T; & huius quarta ſpatium I; quod toties fiat, donec poſtremũ fiet minus ſpatio L: Sitque iam I minus ſpatio L. Cum itaque portio A B G cum L ſpatio ſit æqualis ſpatio K, quod eſt epitritum trianguli A B G; & ideo ſpatij R: & *per præmiſſam*, ipſa ſpatia R, H, T, I, cum parte tertia ipſius I ſimul ſint epitrita ipſius R maximi; propterea portio A B G vna cum L ſpatio æqualis eſt ipſis ſimul R, H, T, I, cum parte tertia ipſius I. Igitur dempto inde quod ipſo L ſpatio; hinc autem tertia parte ipſius I, quæ minus eſt quam L ſpatium: ſupererunt ſpatia R, H, T, I, maiora, quam portio A B G; quod *per* 32. *huius*, eſt impoſſibile, cum ipſa R, H, T, I, ſpatia ſint in ratione quadrupla, & ſpatiorum maximum R ſit æquum triangulo A B G eandem cum portione A B G baſim, idemque faſtigium habenti; Non eſt ergo minor portio A B G ſpatio K: fuitque oſtenſum quod nec maior: erit ergo æqualis; Sed ſpatium K fuit epitritum trianguli A B G: Igitur portio A B G epitrita eſt trigoni A B G; & hoc eſt, quod in præſenti propoſitione, & in principio libri demonſtrandum proponitur.

FINIS.

Libelli Archimedis De Quadratura Parabolæ.

Hic Archimedis De Quadratura Parabolæ Libellus ex corruptiſſimo, quod circumfertur, exemplari, labore, & induſtria Franciſci Maurolici Mathematicæ diſciplinæ ſtudioſiſſimi correctus, & reſtitutus eſt: cui tamen prius fuit neceſſarium æqualium momentorum libellum prædicti authoris, & Apollonij conica elementa incredibili mentis perſpicacia reparare, ſine quibus tota præſentis libelli ſtructura corruet, vtpote quæ illis tamquam fundamentis innititur. Meſſanæ in Freto Siculo 23. Iulij. 1534.

Digitized by Google

ARCHIMEDIS
DE LINEIS SPIRALIBVS
AD DOSITHĔVM LIBER
EX TRADITIONE
FRANCISCI MAVROLICI
DEFINITIONES.

1 SI Linea recta in plano ducatur, & quiescente altero eius termino æquali velocitate circumferatur, donec ad locum vnde moueri cepit redeat; & interim punctum à termino quiescente æquali tenore in linea circulata versus reliquum terminum moueatur; punctum tale per duplicem motum describit in plano lineam spiralem, quam quidem cochleam vocant.

2 Terminus autem quiescens lineæ circulatæ vocetur initium lineæ spiralis.

3 Positio verò lineæ, à qua linea recta incipit circumferri Initium circulationis.

4 Linea recta, quam punctum motum in prima reuolutione permeauerit, Prima vocetur.

5 Et ea, quam dictum punctum in secunda reuolutione permeauerit, Secunda; & reliquæ similiter à numero reuolutionum nominentur.

6 Spatium autem comprehensum à linea spirali in prima reuolutione descripta, & à linea recta, quæ prima dicitur, Primum vocetur.

7 Comprehensum verò à linea spirali secundæ reuolutionis, & à linea recta secunda, vocetur Secundum: & sic reliqua deinceps spatia.

8 Item ab initio lineæ spiralis ducatur linea recta; eius lineæ pars existens intra spiralem precedens: extra verò relicta sequens dicatur.

9 Circulus quoque descriptus super initium lineæ spiralis ad spatium lineæ primæ, primus dicatur.

10 Descriptus autem super idem centrum ad interuallum duplum primæ, secundus dicatur; & eodem ordine deinceps reliqui.

Priùsquam autem demonstrentur ea, quæ circa spirales demonstranda sunt quædam ad demonstrationem perneceſſaria, quasi lemmata permittentur.

PROPOSITIO PRIMA.
Lineæ à puncto æquè velociter delato peractæ, sunt ad inuicem sicut temporum spatia, in quibus peraguntur.

PVnctum quodddam æquali velocitate latum per lineam A B peragat spatia C D, D E; ipsum quidē C D in tempore F G, ipsumque D E in tempore G H. Aio iam quod sicut est linea C D ad lineam D E, sic est tempus F G ad tempus G H: quod sic ostenditur.

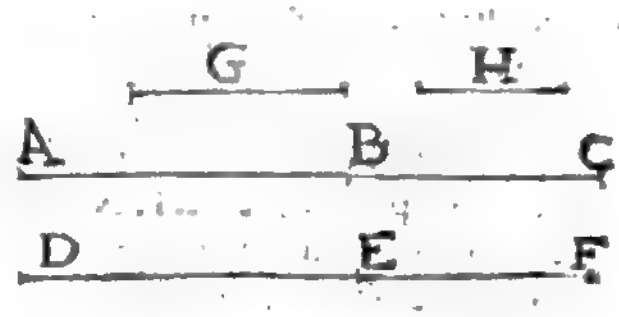
Ponantur A D linea ipsius C D lineæ, & K G tempus ipsius F G temporis æquè multiplicia, itemque B D linea ipsius D E tam multiplex, quàm multiplex tempus G L tempo-

temporis GH: ſequitur ex hypotheſi, vt punctum propoſitum peragat lineam AD in tempore KG, lineam verò BD in tempore GL: verum ſi linea AD maior ſit, quàm linea DB, & tempus KG maius erit tempore GL; & ſi minor minus; & ſi æqualis æquale: quandoquidem ſupponitur punctum ipſum in maiori tempore maiorem lineã; & in temporibus æqualibus æquales lineas peragere. igitur *ex diff. proportional. magnit.* ſicut linea CD ad lineam DE, ſic erit tempus FG ad tempus GH. quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO II.

Si duo puncta, quorum vnumquodque ſibi ipſi æquè velociter deferatur, duas lineas vno tempore, itemque duas vno tempore peragant; lineæ ab illo puncto peractæ erunt lineis ab hoc puncto peractis proportionales.

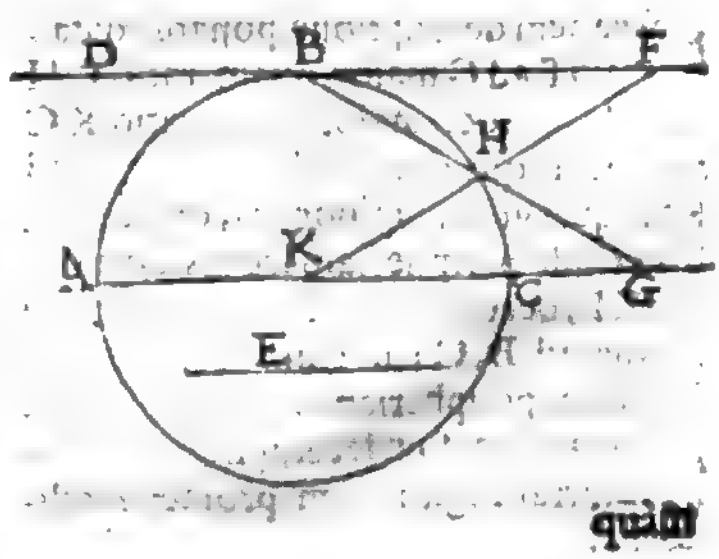
PVnctum quodpiam vniformi tenore delatum peragat lineas AB, BC; item punctum aliud, tenore eodem ſeruato, peragat ſpatia DE, EF; ità ſcilicet vt lineæ AB, DE peragantur in temporibus æqualibus; & lineæ BC, EF, in temporibus æqualibus. Aio quod linea AB ad BC, eſt ſicut linea DE ad lineam EF; quod ſic oſtenditur. Sit enim tempus G, quo peragitur tam linea AB, quam linea DE; itemque tempus H quo peragitur tàm linea BC, quàm linea EF; nam vtraque harum vno tempore; & vtraque illarum vno tempore peragi ſupponitur. eritque *per præmiſſam*, linea AB ad lineam BC, ſicut tempus G ad tempus H: & linea DE ad lineam EF, ſicut tempus G ad tempus H. igitur *per 11. quinti Euclid.* linea AB ad lineam BC, eſt ſicut linea DE ad lineam EF. quod eſt propoſitum.



PROPOSITIO III.

A centro circuli ad lineam rectam, quæ circulum tangit duci poteſt recta, ita vt ductæ pars inter tangentem, & peripheriam ad ſemidiametrum circuli minorem habeat rationem, quam peripheriæ pars inter contactum, & ductam intercepta ad quamcumquæ peripheriæ partem.

ESto circulus ABC, centrum K, tangens DF, punctum contactus B; detur quæcumque pars peripheriæ, quæ poteſt ſumi recta linea maior quæ ſit E; & recta AKG æquidiſtet tangẽti; & HG ponatur ipſi E æqualis, & tendens ad pũctum B, ſecans peripheriam in H; & per K & H ducta KHF occurrat ipſi DF ad punctum F: itaq; propter ſimilitudinem triangulorum ſicut FH ad HK, ſic BH ad HG, igitur minor eſt ratio FH ad HK,



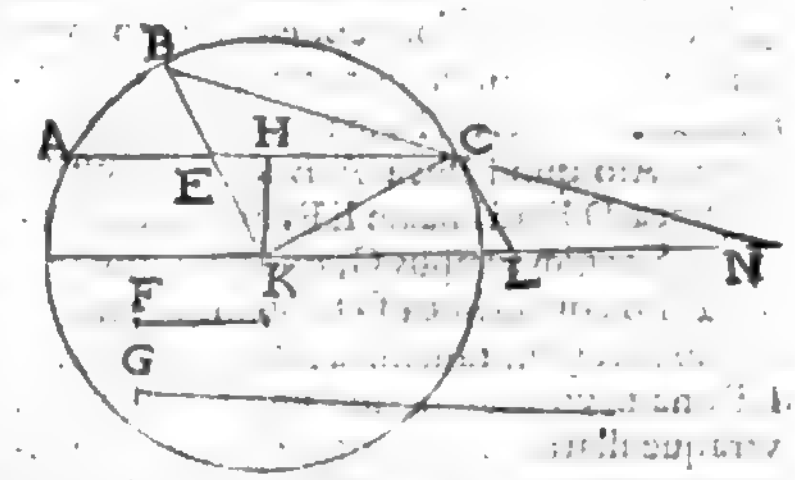
quàm

quàm B H peripheriæ ad H G; & à fortiori minor eſt ratio F H ad H K, quàm B H peripheriæ ad datam peripheriam; quandoquidem H G hoc eſt ipſa E maior fuit, quam data peripheria.

PROPOSITIO IV.

A centro circuli ſecans collocatam in circulo recta linea, poteſt duci ad peripheriam, ità vt pars ductæ inter peripheriam, & collocatam ad lineam connectentem terminos illarum in peripheria rationem habeat datam. Oportebit autem rationem datam minorem exiſtere ratione quam habet dimidium collocetæ ad perpendicularem à centro ad collocatam.

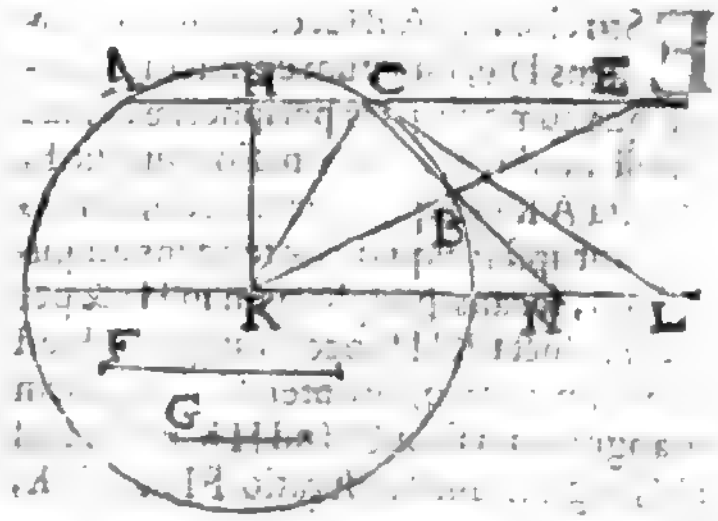
ESto circulus A B C, centrum K, collocata A C per medium ſecta apud H; & habeat F ad G minorem rationem quam C H ad H K; ſit K N æquidiſtans ipſi A C; angulus K C L rectus; quare propter ſimilitudinem tri—rum ſicut eſt C H ad H K, ſic K C ad C L: igitur K C ad C L maiorem rationem habet, quam F ad G. itaque ſicut F ad G, ſic ſit K C ad B N, quæ vtique maior erit, quam C L; & ideo B N ducta per punctum C ita locari poterit, vt ipſi K N occurrens apud N rurſum peripheriæ incidat apud punctum B; & ducatur K B ſecans ipſam A C apud E. & quoniam fuit ſicut F ad G, ſic K C, hoc eſt B K ad B N; erit propter ſimilitudinem tri—rum, & E B ad B C, ſicut F ad G: quod poſſibile factu fore diximus.



PROPOSITIO V.

Iiſdem, quæ in præmiſſa ſuppoſitis, & linea collocata extra circulum ducta: poteſt à centro ad ductam extra circulum recta linea protrahi, ità vt pars eius inter peripheriam, & ductam extra circulum ad chordam peripherię inter ductam, & protractam incluſę, habeat rationem datam. Oportebit autem datam rationem eſſe maiorem ea, quam habet dimidium collocatæ ad perpendicularem à cẽtro ad collocatam.

IN eadem deſcriptione; ponatur data ratio F ad G maior quam ratio C H ad H K; & ideo maior quàm ratio K C ad C L: itaque ſicut F ad G, ſic ſit K C ad B N; quæ vtique minor erit, quam C L, & perinde peripheriam ſecans occurret ipſi K L, occurrat apud N, peripheriam ſecans ad B, C; ſic enim locari poteſt B N inter peripheriam, & rectam K L, vt producta circulum ſecet, ipſique puncto C occurrat. igitur cum propter ſimili-



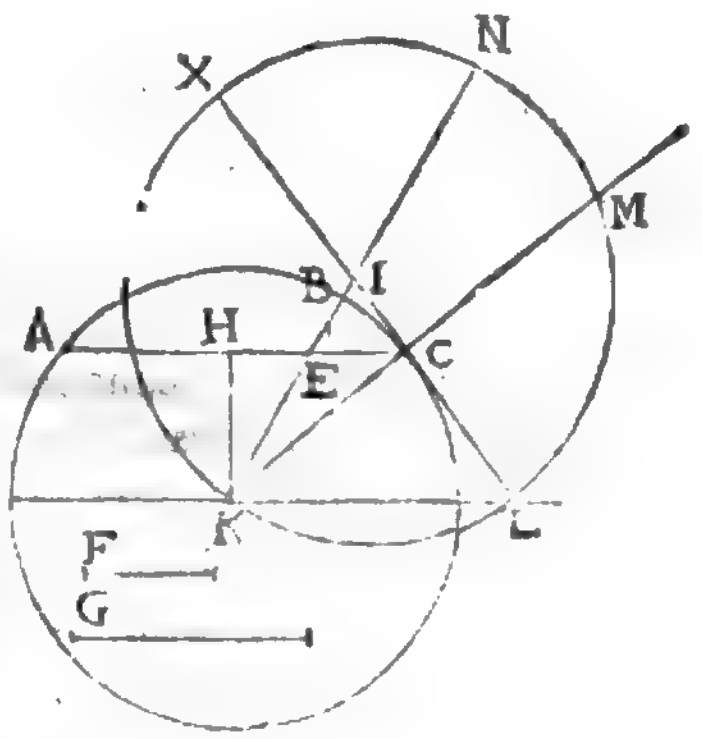
eudinem

tudinem tri—rum E B ad B C, ſit ſicut K B ad B N, hoc eſt ſicut K C ad B N; & ideo ſicut F ad G; iam poſſibile factum eſt, quod proponitur.

PROPOSITIO VI.

Iiſdem ſuppoſitis, ſi recta circulum tangat apud terminum collocatæ; poteſt à centro lineam collocatam ſecans educi per tangentem, ità vt pars eductæ inter collocatam,& peripheriam ad partem tangentis inter contactum,& eductam, habeat rationem datam. Oportebit autem datam rationem eſſe minorem ea, quam habet dimidium collocatæ ad ſibi perpendicularem à centro.

IN eadem deſcriptione,ratio F ad G ſit minor, quam ratio C H ad H K; & ideo minor quam ratio K C ad C L; protendatur L C tangens circulum apud C,ſitque ſicut F ad G, ſic K C ad C X; quare maior erit C X, quam C L: deſcribatur circulus per puncta L,K,X; & quoniam X C maior quam C L, ſuntque ad rectos ipſi K C M; ideo poteſt duci linea I N æqualis ipſi C M, quæ producta coincidat puncto K ſecans peripheriam A B C apud B, & ipſam A C apud E. eritque *per 33. tert. elemen.* rec—lum X I, I L æquale rec—lo K I, I N; & propter ſimilitudinem tri—rum. K I L, E I C ſicut E K ad K I, ſic iam C L ad L I. igitur *per 15. ſext. elem:* rec—lum K E, I L æquũ erit rec—lo K I, C L; quare ſicut rec—lum K E, I L ad re—lum X I, I L, ſic rec—lum K I, C L ad rec—lum K I, I N; & ideo *per primam ſext:* ſicut K E ad X I, ſic C L ad I N, hoc eſt C L ad C M; quando quidem C M, I N lineæ æquales; ſed C L ad C M eſt ſicut C K, hoc eſt K B ad C X *per 33. tert. Eucl.* & *15. ſexti*; & *per hypotheſim*, K C, hoc eſt K B ad C X ſicut F ad G: igitur ſicut F ad G, ſic K E ad X I; quoniam itaque ſicut totum K B ad totum C X, ſic ablatum K E ad ablatum X I; erit,& reliquum E B ad reliquum I C, ſicut totum ad totum,& vt ablatum ad ablatum; & ideo ſicut F ad G. & hoc poſſibile fore propoſuimus.



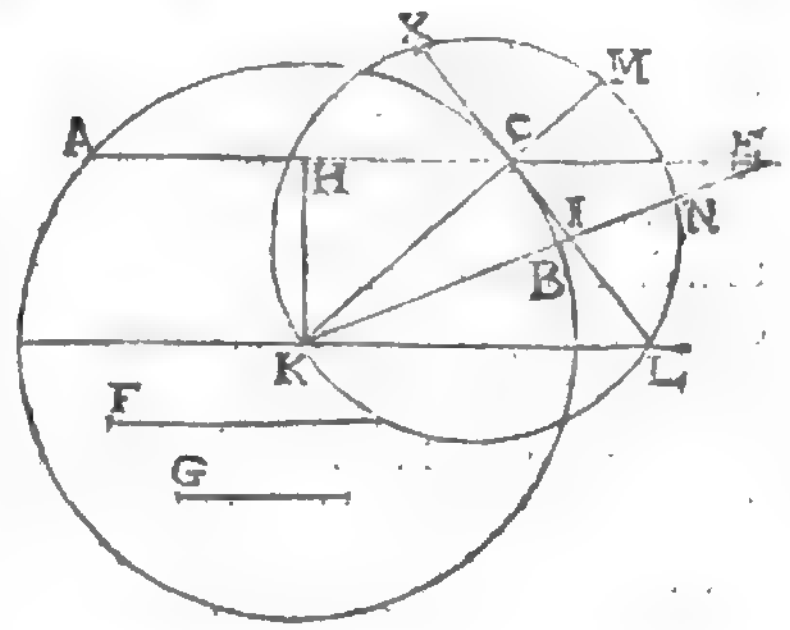
PROPOSITIO VII.

Iiſdem ſuppoſitis, & producta extrorſum collocata: poteſt à centro ad ipſam linea educi, ita vt pars eductæ inter peripheriam, & collocatam comprehenſa ad partem tangentis inter contactum, eductam, habeat rationem datam. Oportebit autem datam rationem eſſe maiorem ea, quam habet dimidium collocatæ ad ſibi perpendicularem à centro.

IN eadem deſcriptione,ponatur data ratio F ad G maior, quam ratio C H ad H K, & ideo maior quam ratio K C ad C L; ſit ergo ſicut F ad G, ſic K C ad C X; eritq;

Digitized by Google

CX minor quam CL. describatur circulus per puncta L, K, X; & quoniam XC minor est quam CL, & vtraque ad rectos ipsi KCM; ideo potest duci linea IN æqualis ipsi CM, quæ producta cadat in punctum K, secans peripheriam ACB apud B; ipsamque AC productam apud E. eritq; *per* 33. *tertij elemen.* rec—lum XI, IL æquale rec—lo KI, IN: & quoniam propter similitudinem tri—rum. KIL, EIC est sicut LI ad KI, sic LC ad KE. ideo *per* 15. *sexti* rec—lum LI, KE æquum est ipsi rec—lo KI, LC. igitur sicut est rec—lum LI, KE ad rec—lum XI, IL, sic est, & rec—lum KI, LC ad rec—lum KI, IN. sed *per primam sexti*, sic etiam est linea KE ad lineam XI, & sic linea LC ad lineã IN, hoc est linea LC ad lineam CM; *per* 33. *tertij*; & *per* 15. *sexti*, sicut LC ad CM, sic iam KC ad CX; hoc est KB ad CX. igitur sicut KB ad CX, ablatum ad ablatum, sic erit iam, & KE ad XI, totum ad totum; quare, & sic erit EB ad CI residuum ad residuum, hoc est sicut F ad G. & hoc iam possibile fieri demonstrandum erat.

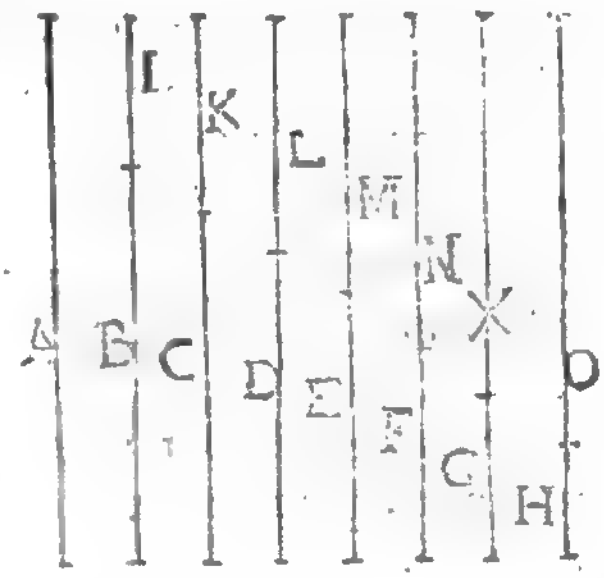


Sequuntur alia duo lemmata circa magnitudinum progressionem.

PROPOSITIO VIII.

Si lineæ quotcumque crescant eodem excessu, qui sit æqualis minimæ; tunc quadrata vno plura facta ex maxima vna cum contento sub minima, & sub congerie linearum crescentium, triplum conficiunt aggregati quadratorum à singulis crescentibus factorum.

SInt quotuis lineæ vt puta A, B, C, D, E, F, G, H continuo, & æquali excessu sese excedentes; sitque excessus æqualis ipsi H minimę: his autem omnibus (excepta A maxima) dijciantur totidem lineæ singulæ singulis æqualis, sed conuerso ordine, vt minima maximæ, & vicissim maxima minimæ adijciantur: hoc est I æqualis ipsi H adijciatur ipsi B; K æqualis G adijciatur ipsi C; L æqualis F adijciatur ipsi D; M æqualis E adijciatur eidem E; N æqualis D adijciatur ipsi F; X æqualis C adijciatur ipsi G; O æqualis B adijciatur H. Sic omnes lineæ ex his adiectionibus conflatæ erunt singulæ æquales A longissimæ. Est igitur ostendendũ, quod qua—ta ex his lineis æqualibus omnibus A, BI, CK, DL, EM, FN, GX, HO cum quad—to ipsius A, vna cum rec—lo ex H minima in congeriem ipsarum A, B, C, D, E, F, G, H, triplum faciunt quadratorum ab ipsis A, B, C, D, E, F, G, H, singulis factorum.



Hoc

Hoc modo *per 4. secun. element.* toties ſumptam quot ſunt lineæ.

	BI		B		I		BI
	CK		C		K		CK
	DL	æquale	D	&	L	vna	DL
Qua—tum	EM	eſt Qua—to	E	qua—to	M	cum	EM
ex	FN		F		N	duplo	FN
	GX		G		X	Rec—li	GX
	HO		H		O		HO

Ecce igitur qua—ta A,B,C,D,E,F,G,H cum qua—tis I,K,L,M,N,X,O; cumque qua—to A,omnia hęc dupla ſunt qua—rum A,B,C,D,E,F,G,H; quare ad concludendum propoſitum ſupereſt demonſtrare, quod reliqua ſupplementa vna cum contento ſub H, & linea æquali omnibus A,B,C,D,E,F,G,H lineis ſunt æqualia cumulo qua—rum A,B,C,D,E,F,G,H. hoc enim oſtenſo ſtatim aſtruitur propoſitum.

Oſtendendum eſt inquam, quod rec—la BI, CK, DL, EM, FN, GX, HO vna cum rec—lo H in aggregatum ex lineis A, B, C, D, E, F, G, H ſunt æqualia qua—tis A,B,C,D,E,F,G,H ſimul.

	BI		H in duplum B quandoquidem H, & I æquales ſunt.
	CK		H in quadruplum C quoniam K dupla ipſius H
Rec—la	DL	Æqualia ſunt	H in ſexcuplum D quoniam L tripla ipſius H
	EM	rec—lo	H in octuplum E quoniam M quadrupla ipſius H
	FN		H in decuplum F quoniam N quincupla ipſius H
	GX		H in duodecuplum G quoniam X ſexcupla ipſius H
	HO		H in quatuor decuplum H quoniã O ſeptupla ipſius H.

Et ſimiliter quæcumque ſupplementa duplicata æqualia eſſent contento ſub minima, & multiplici cuiuslibet ſecundum partes numeros ſequentes. Adde vtrobique rec—lum H in lineã æqualem omnibus A, B, C, D, E, F, G, H; eruntq; dupla rec—lorum BI, CK, DL, EM, FN, GX, HO, rec—lo ex H infactam ex A, B, C, D, E, F, G, H, æqualia contento rec—lo ſub H, & ſub linea facta ex omnibus his, à tripla B, quincupla C ſeptupla D, nonupla E, vndecupla F, tredecupla H, & ſic deinceps multiplici ſecundũ impares numeros ſequentes. Sed qua—tum A æquale eſt rec—lo H in aggregatum ex omnibus æqualibus ipſi A, quoties enim H ipſam A, toties A menſurat dictum aggregatum; & ideo qua—tum A æquale eſt rec—lo H infactam ex A duploq; ipſarum B,C,D,E,F,G,H. quandoquidem tale duplum facit omnes æquales ipſi A dempta ipſa A.

	B		H infactam ex B duploq; ipſarum C,D,E,F,G,H
	C		H infactam ex C duploq; ipſarum D,E,F,G,H
	D		H infactam ex D duploq; ipſarum E,F,G,H
qua—tum	E	æquale eſt	H infactam ex E duploq; ipſarum F,G,H
	F	rec—lo	H infactam ex F duploq; ipſarum G, H
	G		H infactam ex G duploq; ipſius H
	H		H in H.

Sub hoc ordine.

	A		H ABBCCDDEEFFGGHH
	B		H BCCDDEEFFGGHH
	C		H CDDEEFFGGHH
& qua—tum	D	æquale eſt	H DEEFFGGHH
	E	rec—lo	H EFFGGHH
	F		H FGGHH
	G		H GHH
	H		H H

Digitized by Google

Quare conſtat qua—ta ipſarum A,B,C,D,E,F,G,H ſimul æquàlia eſſe rec—lo ſub H contento, & ſub compoſita ex his omnibus ſcilicet ex A triplo B, quincuplo C, ſeptuplo D, nonuplo E, vndecuplo F, tredecuplo G quindecuplo H,& deinceps multiplici per impares, vbi opus fuerit ſequentes; fuit vero tale rec—lum contentum ſub H,dictaque cõpoſita iã æquale duplis rec—lum B I,C K, D L,E M, F N,G X, HO, vna cũ rec—lo H in cõpoſitam ex A,B,C,D,E,F,G,H. Igitur dupla rec—la B I, C K, D L,E M,F N,G X,H O vna cum rec—lo H in compoſitam ex A, B, C, D,E, F, G, H, æqualia erunt aggregato qua—rũ A,B,C,D,E,F,G,H, quod reſtabat demõſtrandum.

COROLLARIVM.

IGitur manifeſtum eſt quadrata ſimul omnia linearum æqualium longiſſimæ, quadratis ſimul omnibus linearum ſeſe æqualiter excedentium minus, quam tripla eſſe. Quandoquidem aſſumptis quibuſdam tripla efficiuntur illis. Reliquis verò dempto longiſſimæ quadrato pluſquam tripla inueniuntur: quandoquidem aſſumpta ipſa ſunt minus quàm tripla ad qua—tum longiſſimæ. quod & verum erit de ſimilibus ſimiliterque conſtitutis ſuper ipſas lineas formis: quandoquidem ſimiles ſpecies ſunt in ratione quadratorum.

SCHOLIVM.

NOtandum quod id, quod preſens octaua demonſtrat de lineis referri poteſt ad numeros ipſis lineis proportionales: quidquid enim de ductu ex ratione linearum agitur, poteſt ad numeros transferri: ſicut & viciſſim quidquid de ductu, & ratione numerorum demonſtratur, idem omnino de lineis concludi poteſt. Itaque ex hac octaua elicitur hæc regula progreſſionis. ſunto quotuis numeri per crementum primæ creſcentes: capiatur qua—tum maximi, & multiplicetur ſemel pluries, quam ſunt numeri, & producto adjciatur is numerus, qui fit ex ductu minimi in aggregato omnium numerorum. Compoſitum autem ex additione ſecetur in tria; nam tertia pars eſt aggregatum quadratorum ab aſſumptis numeris ſingulis factorum. Exempli Gratia 1, 2, 3, 4, 5, horum qua—ti 1, 4, 9, 16, 25; quoniam numeri aſſumpti ſunt quinque; capiatur ſexies numerus qua—tus maximus ſcilicet 25, & fiunt 150. ex minimo in aggregatum aſſumptorum, hoc eſt ex 1 in 15 fiunt 15. hic adiectus 150, facit 165; huius pars tertia 55. congeries ſcilicet qua—tum. Rurſum ſint aſſumpti numeri 3, 6, 9, 12, 15. horum vero qua—ti 9, 36, 81, 144, 225, maximus 225 ſexies facit 1350. productum ex 3 in 45 congeriem aſſumptorum ſcilicet 135 adiectus ipſi 1350 facit 1485; huius tertia pars 495 congeries quadratorum.

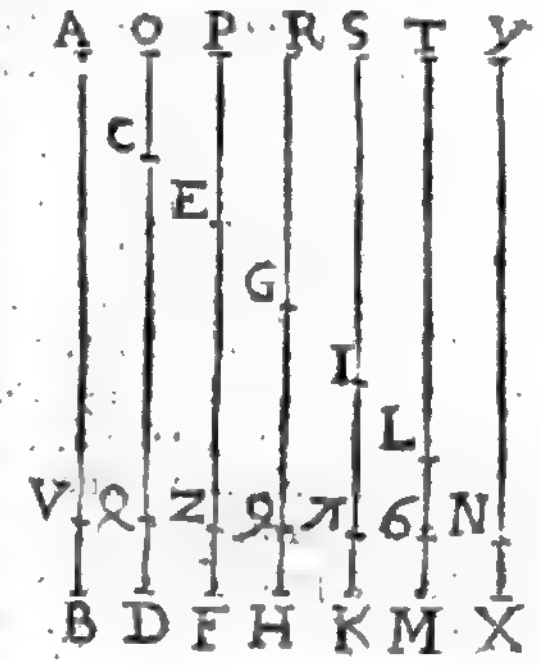
PROPOSITIO IX.

Si lineæ quotcumque continuatim ſeſe excedentes exceſſu æquali diſponantur; quadrata longiſſimæ vno pauciora, quam lineæ ad quadrata linearumm ſeſe excedentium, dempta breuiſſima minorem rationem habebunt, quam habet quadratum longiſſimæ ad duo hæc ſimul, ſcilicet ad contentum ſub longiſſima, breuiſſimaque vna cum tertia parte quadrati eius, qua longiſſima excedit breuiſſimum: Ad quadrata vero linearum ſeſe excedentium, dempta longiſſima, habebunt maiorem prædicta rationem.

SInt quotquot lineæ A B, C D, E F, G H, I K, L M, N X ſeſe excedentes exceſſu æquali: his ſuppleantur O C, P E, R G, S I, T L, Y N, vt ſint O D, P F, R H, S K, T M,

Digitized by Google

TM, YX, ſingulæ ipſi AB longiſſimæ æquales. Eſt oſtendendum quod qua—ta AB, OD, PF, RH, SK, TM ſimul ad qua—ta AB, CD, EF, GH, IK, LM, minorem rationē habent, quam qua—tum AB ad rec—lum AB in NX cum tertia parte qua—ti NY: Sed ad qua—ta CD, EF, GH, IK, LM, NX maiorem rationem eadem. Nam ſicut qua—tum AB ad rec—lum AB in BV cum tertia parte qua—ti AV; ſic iam ſunt qua—ta OD, PF, RH, SK, IM, YX ad rec—lum ſub NX, & ſub compoſita ex OD, PF, RH, SK, TM, YX vna cum triente qua—rum OQ, PZ, R9, Sπ, T6, YN (poſitis ſcilicet BV, DQ, ZF, 9Hπ K, 6M ſingulis æqualibus ipſi NX) itaque ſi oſtenderimus rec—lum ex NX in compoſitam prædictam vna cum triente qua—rum dictorum minus eſſe, quam qua—ta AB, CD, EF, GH, IK, LM ſimul ſumpta: maius vero quàm qua—tà CD, EF, GH, IK, LM, NX ſimul ſumpta propoſitum oſtenſum erit. Sic verò oſtendetur. Nam per 2. *ſecund. element.* rec—lum NX in compoſitam ex OD, PF, RH, SK, TM, YX vna cum triente qua—rum OQ, PZ, R9, Sπ, T6, YN æquala ſunt qua—tis QD, ZF, 9Hπ K, T6, YN; & triente qua—rum OQ, PZ, R9, Sπ, T6, YN. at vero *per 4. ſecund. element.* qua—ta AB, CD, EF, GH, IK, LM çqualia ſunt qua—tis VB, QD, ZF, 9Hπ K, 6M, vna cum rec—lo BV, in duplam harum ſcilicet AV, CQ, EZ, G9, Iπ, L6, & qua—tis eorumdem, communia itaque ſunt vtrobique qua—ta linearum æqualium NX. Sed rec—lum NX in compoſitam ex OQ, PZ, R9, Sπ, T6, YN minus eſt, quam rec—lũ VB induplam, harum ſcilicet AV, CQ, EZ, G9, Iπ, L6: quandoquidem hæ lineæ ſunt æquales his CO, EP, GR, IS, LT, NY reſiduis autem maiores: & *per corollarium præmiſſa*, qua—ta AV, CQ, EZ, G9, Iπ, L6, maius ſunt quam tertia pars qua—rum OQ, PZ, R9, Sπ, T6, YN. igitur qua—ta AB, CD, EF, GH, IK, LM, ſimul maius ſunt quàm rec—lum NX in compoſitam ex OD, PF, RH, SK, TM, YX vna cum triente qua—rum OQ, PZ, R9, Sπ, T6, YN, ſupereſt nunc oſtendere, quod qua—ta CD, EF, GH, IK, LM, NX minus ſunt quam rec—lum NX in compoſitam prædictam vna cum triente qua—rum prædictorum. Rurſum itaque *per 4. ſecund. element.* qua—ta CD, EF, GH, IK, LM, NX æquantur qua—tis CQ, EZ, G9, Iπ, L9, & qua—tis QD, ZF, 9Hπ K, 6M, NX, & rec—lo NX induplam harum ſimul CQ, EZ, G9, Iπ, L6. Communia ſunt vtrobique qua—ta QD, ZF, 9Hπ K, 6M, NX. Sed rec—lum NX in compoſitam ex OQ, PZ, R9, Sπ, T6 YN maius eſt, quam rec—lum NX in duplam harum ſimul CQ, EZ, G9, Iπ, L6. & qua—ta OQ, PZ, R9, Sπ, T6, XN *per corollarium præmiſſa*, maius ſunt, quam triplum qua—rum CQ, EZ, G9, Iπ, L6. Igitur qua—ta CD, EF, GH, IK, LM, NX minus ſunt quam rec—lum NX in compoſitã ex OD, PF, RH, SK, TM, YZ cum triente qua—rum OQ, PZ, R9, Sπ, T6, YN. Quare conſtat propoſitum.



SCHOLIVM.

SVppoſitis autem iiſdem eodemque modo diſpoſitis lineis ſi ſimiles formæ, ſimiliterque deſcribantur ab his, quæ ſeſe excedunt, & ab his, quæ æquales ſunt longiſſimæ; tunc & formæ, quæ ab æqualibus longiſſimę deſcribentur minorem rationem habebunt ad formas linearum ſe ſe excedentium (dempta breuiſſima) quam quadratum longiſſime ad hæc duo ſimul, ſcilicet ad contentum ſub longiſſima, & breuiſ-

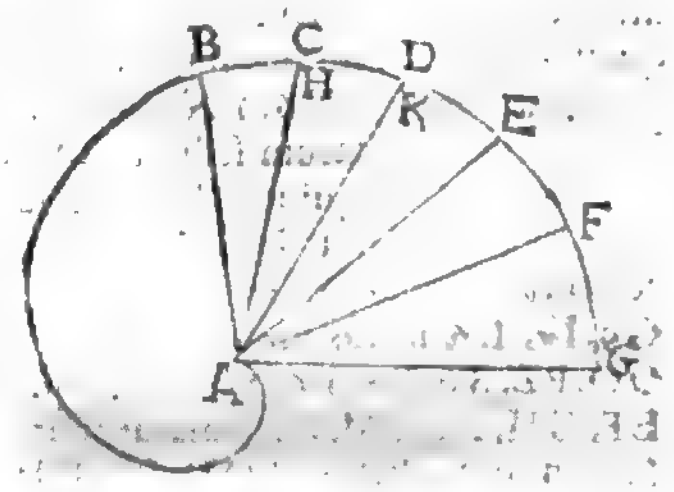
Digitized by Google

ſima,& ad tertiam partem quadrati lineæ, quam longiſſima breuiſſimam excedit: ad formas autem earumdem linearum (dempta longiſſima) rationem habebunt dicta maiorem; nam ſimiles formæ ſunt quadratis ſuper eaſdem lineas deſcriptis proportionales.

PROPOSITIO X.

Si ad ſpiralem lineam in quauis circumuolutione deſcriptam ab initio ſpiræ ducantur quotquot rectæ continentes angulos æquales: ipſæ ſeſe continuatim æqualiter excedent.

ESto ſpiralis linea cuius initium A, peripheria B C D, ad quam A B, A C, A D, A E, A F, A G lineæ rectæ ſint ductæ comprehendentes ſingulæ duæ laterales angulos æquales. Aio quod A B minor eſt, quàm A C, & A C minor quam A D, & A D minor quã A E, eodẽ exceſſu,& ſic deinceps. Nam ex diffinitione ſpiralis lineæ, linea A B breuior quã A C,& A C breuior quã A D;abſcinditur ex A C ipſi A B,æqualis A H; deq; A D ipſi A C æqualis A K. itaq; quo tẽpore linea A B permeauit in A C eodẽ & A C linea permeauit in A D. Nã ex diffinitione linea circumducta æqualibus tẽporibus,æquales angulos pertranſit. Sed in ijſdem temporibus punctum deſcribens ſpiram pertranſit ſpatium H C,& inde ſpatium K D. igitur *per* 2. *huius*, ſpatia H C, K D ſunt angulis B A C, C A D proportionalia. Sed per hypotheſim, æquales sũt anguli; æqualia igitur ſunt ſpatia H C, H D, qui ſunt exceſſus linearum, & ſimiliter alij exceſſus æquales oſtendentur.



Vel ſic quoniam punctum deſcribens ſpiram pertranſit ſpatia H C, K D in temporibus æqualibus, quibus vtique linea A B permeat angulos æquales: & *per primam huius*, ſpatia H C, K D ſunt temporibus proportionalia; propterea ſpatia ſunt inuicem æqualia

Vel ſic quoniam puncti prædicti motus ſupponitur vniformis ex diffinitione; ideo ſpatia H C, K D æqualibus peracta temporibus à puncto ſunt æqualia, quod propoſitum eſt. Idemque de reliquis exceſſibus.

Quod ſi lineæ deductæ ab initio ſpiræ comprehendant æquales circumferentias de circulo ſuper initium ſpiræ deſcripto: idem ſequitur, vt linearum exceſſus ſint inter ſe æquales: nam anguli ſuper æquales circulorum peripherias ad cẽtrum conſtituti ſunt *per* 27. *tertij element. æquales.*

PROPOSITIO XI.

Item ſi ad ſpiralem lineam ab initio ſpiræ quotuis rectæ ducantur, quoslibet angulos continentes ſiue quaſuis peripherias: linearum ductarum exceſſus erunt angulis, ſiue peripherijs proportionales.

IN eadem vtique deſcriptione, quanticumque ſint anguli B A C, C A D. Aio quod exceſſus H C ad exceſſum K D erit ſicut angulus B A C ad angulum C A D. Nam

cum

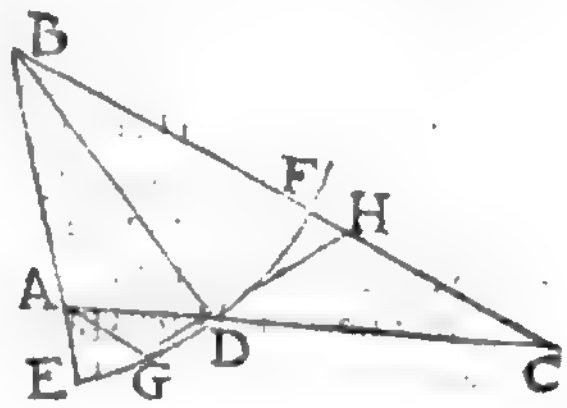
Digitized by Google

cum A B linea angulum B A C, ſiue peripheriam circuli ſuper centro A deſcripti aſſumptam; eo tempore permeet, quo punctum ſpiram deſcribens peragit ſpatium H C, & linea ipſum C A D angulum, ſiue debitam illi circularem peripheriam eo tempore, quo punctum lineam K D perambulet, iam *per 2. huius*, C H, K D ſpatia erunt ipſis angulis B A C, C A D, ſiue peripherijs circularibus aſſũptis proportionales ſicut proponitur.

PROPOSITIO XII.

Si recta ſecet per æqualia trianguli rectilinei angulum; latera, quæ angulum illud continet, ſunt pluſquam duplum lineæ ſecantis.

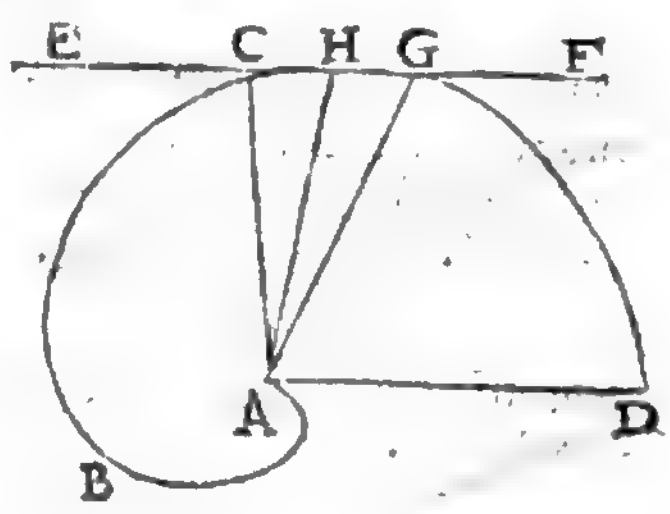
IN trian—lo rectilineo A B C, recta B D ſecet angulum A B C per medium. Aio quod latera A B, B C ſimul ſumpta ſunt pluſquam duplum lineæ B D; nam ſi linearum A B, B C vtraque ſit maior quam B D, vel vna æqualis, & altera maior; conſtat propoſitum (ambæ enim minores nequeunt eſſe.) Si autem linearum A B, B C altera minor, altera maior ſit quam B D: tunc ſit minor A B, & maior B C; & ſuper centrum B, ſpatiumque B D circuli peripheria deſcribatur E D F, ſecans quidem ipſam B C apud F, ipſique B A productæ occurrent apud E; & æquidiſtans ipſi B C ducatur A G; & ducatur G D H. eruntque trian—la A D G, C D H ſimilia: cumque D H ſit longior quam chorda D F, & perinde longior, quam chorda D G; erunt & cætera latera tria—li C D H cæteris lateribus tria—li A D G ſingula ſingulis maiora: & ideo C H longior quam A G; & à fortiori longior quam A E, & eo magis C F longior quam A E. maior igitur exceſſus lineæ B C ſuper lineam B D quam exceſſus ipſius B D ſuper lineam B A. quare A B, B C ſimul ſumptæ lineæ conficiunt pluſquam duplum lineæ B D. quod fuit demonſtrandum.



PROPOSITIO XIII.

Si linea recta contingat lineam ſpiralem, in vno ſolum puncto eam continget.

SIt ſpiralis linea A B C D, cuius initium A, & A D recta initium circumductionis; & recta E F tangat ſpiralem. Aio quod in vno ſolum puncto tanget. Tangat enim ſi poſſibile eſt in duobus punctis G, C; & iungantur A C, A G, & ſecetur per æqua C A G angulus per lineam A H. eritque *per* 10. *huius*, exceſſus A H ſuper A C æqualis exceſſui A G ſuper A H: Itaque A C, A G ſimul duplum facient ipſius A H terminatæ ad ſpiralem in H puncto; ſed per præcedentem in trian—lo rectilineo A C G ipſæ C A, A G ſimul pluſquam duplum faciunt lineæ bifariam ſecantis angulum C A G, & in baſim trian—li terminatæ: igitur punctum,

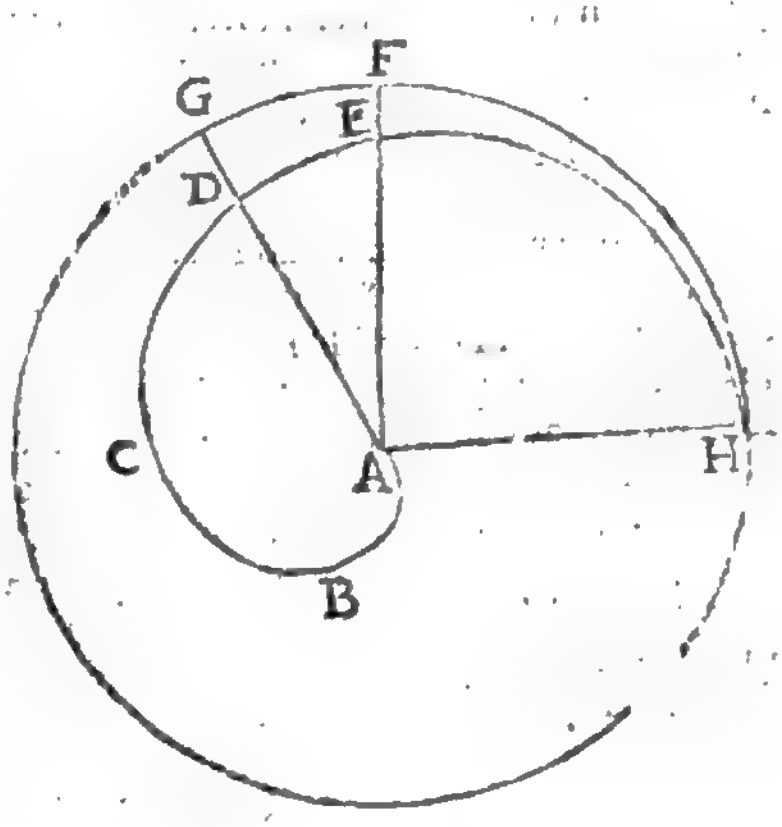


ctum, in quo A H incidit in baſim trian—li cadit inter puncta A, H; hoc eſt intra ſpiram; & ideo E F recta ſecat ſpiram; cum aliquod punctum eius cadat intra ſpiram—; ſed hoc eſt contra hypotheſim, ſupponitur enim E F non ſecare, ſed tangere ſpiralem. Non igitur in pluribus, quam in vno puncto recta E F tangit ſpiralem A B C, & hoc erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XIV.

Lineę rectę ab initio ſpiralis ad ſpiram primæ reuolutionis eductæ, ſunt ad inuicem ſicut peractæ ab ipſis circulares peripheriæ, ab initio ſcilicet reuolutionis ad ipſas vſque extenſæ.

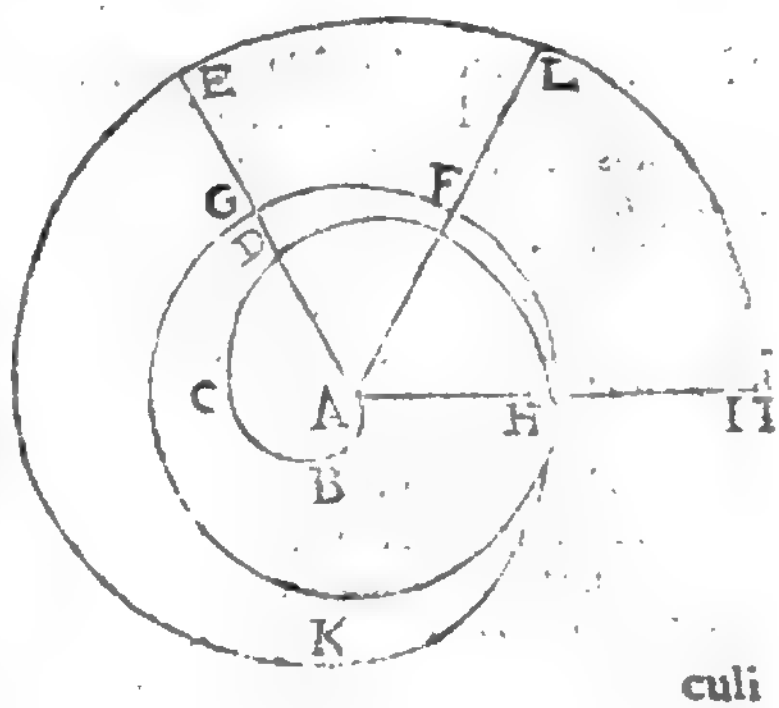
SIt ſpira primæ reuolutionis A B C D E H; eius initium punctum A, initium reuolutionis linea A H, circulus H G F primus; recte A D G, A E F incidant tam ſpiræ, quam circulo; ſpiræ quidem in punctis D, E; circulo autem in punctis G, F. Aio iam quod A B E ad A B D eſt ſicut peripheria H G F ad H G peripheriam; nam cum, ex diffinitione Spiræ, linea A H vno ſemper tenore per circuli peripheriam circumuoluatur, & punctum in ipſa linea vna velocitate feratur: & quo tempore punctum H peregit peripheriam H G, eodem, & punctum A peregit lineam A D; itemque quo tempore punctum H permeauit peripheriam H G F, eodem, & punctum A permeauit lineam A E; ideircò *per 2. huius*, lineæ à puncto A peractæ erunt proportionales ſpatijs à puncto H peragratis; hoc eſt, ſicut H G F peripheria ad H G peripheriam, ſic A E linea ad A D lineam: quod eſt propoſitum.



PROPOSITIO XV.

Lineæ rectę ab initio ſpiralis ad ſpiram ſecundæ reuolutionis eductæ erunt ad inuicem, ſicut dictæ peripherię vnà cum tota peripheria circuli ſumptæ.

SIt vt priùs ſpira primæ reuolutionis H L M in quam incidant rectæ A E, A L. Dico, quod linea A E ad lineam A L eſt ſicut peripheria H K G vnà cum tota circuli peripheria, ad peripheriam H K F vnà cum tota cir-



culi

culi peripheria: nam quo tempore punctum H peregit totam circuli peripheriam, & insuper peripheriam H K G, eodem, & punctum A permeauit lineam A E: item quo tempore punctum H peragrauit integram circuli peripheriam, & insuper ipsam peripheriam H K F, eodem, & punctum A percurrit lineam A L, quare *per* 2. *huius*, erit sicut H K G peripheria, cum tota peripheria, ad H K F peripheriam cum tota circuli peripheria; sicut linea A E ad lineam A L; quod erat demonstrandum.

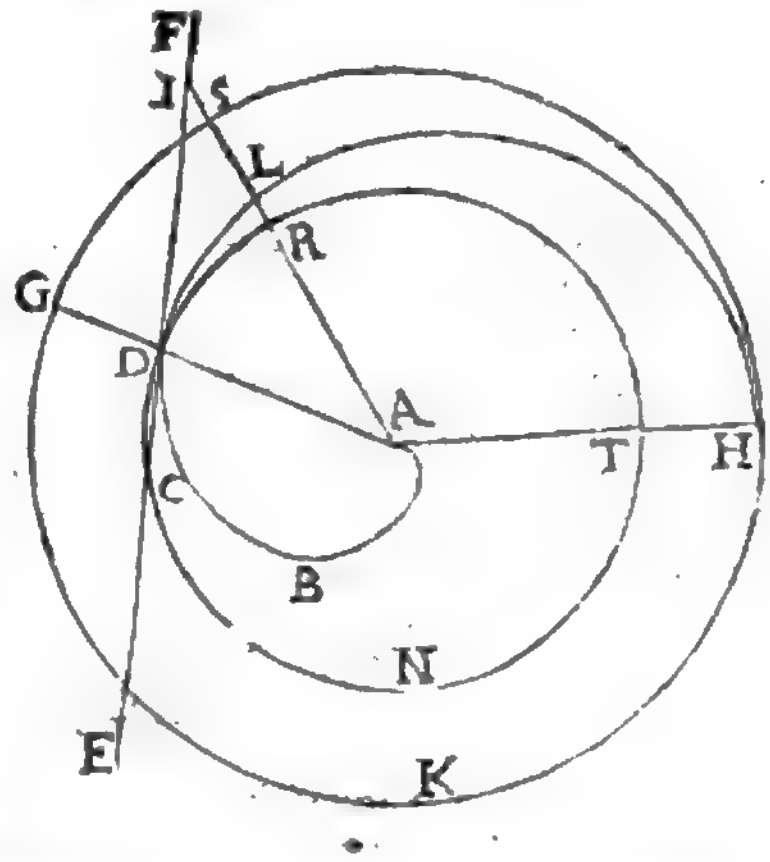
SCHOLIVM.

SImiliter, & lineæ inspiram tertiæ reuolutionis cadentes, erunt ad inuicem, sicut dictæ peripheriæ, cum tota singulæ circuli peripheria bis sumpta. Inspiram quartæ reuolutionis, cum circuli peripheria ter sumpta. In spiram quintæ reuolutionis, cum circuli peripheria quater sumpta, & eodem deinde ordine, secundum numerum, vnitate minorem numero reuolutionum. Idem demonstrabitur, si altera eductarum linearum in terminum spiræ inciderit.

PROPOSITIO XVI.

Si recta spiram primæ reuolutionis tangat, & à puncto contactus ducatur recta ad initium spiræ: ducta cum tangente ad præcedentes spiræ partes obtusum facit angulum.

ESto spira A B C D H primæ reuolutionis; eius principium A; initium reuolutionis linea A H; circulus primus H K G; linea tangens E D F; punctum contactus D. Ostendendum est, quod angulus A D F obtusus est. ducatur A D G, & super cẽtro A ad spatium A D describatur circulus D T N; & quoniam *per* 10. *huius*, rectæ à centro ad spiram continuatim crescunt; Ideo circuli D T N peripheria ad partes spiræ præcedentes intra spiram cadet, ad partes vero sequentes extra. itaque cum angulus A D F sit maior angulo portionis semicirculi; iã procul dubio nõ erit acutus; sed nec rectus. Esto enim si possibile est angulus A D F rectus. igitur *per* 16. *tertij elementor.* E D F contingit circulum D T N; quamobrem *per* 3. *huius* ab A puncto potest educi recta, quæ sit A R L S I ad tangentem, secans circulum D T N apud R, tangentem apud I; itaut R I ad A R minorem habeat rationẽ, quàm peripheria D R ad peripheriam D N T: igitur coniunctim ratio totius A I ad A R minor erit, quã ratio totius R D N T peripheria ad D N T peripheriã; hoc est, quã S G K H peripheria ad G K H peripheriã: Sed *per* 14. *huius*, sicut S G K H peripheria ad G H K peripheriã, sic A L ad A D: Ergo maior ratio A L ad A D, quã A I ad A R; & permutatim maior ratio A L ad A I, quam A D ad A R; Sed cũ A D, A R



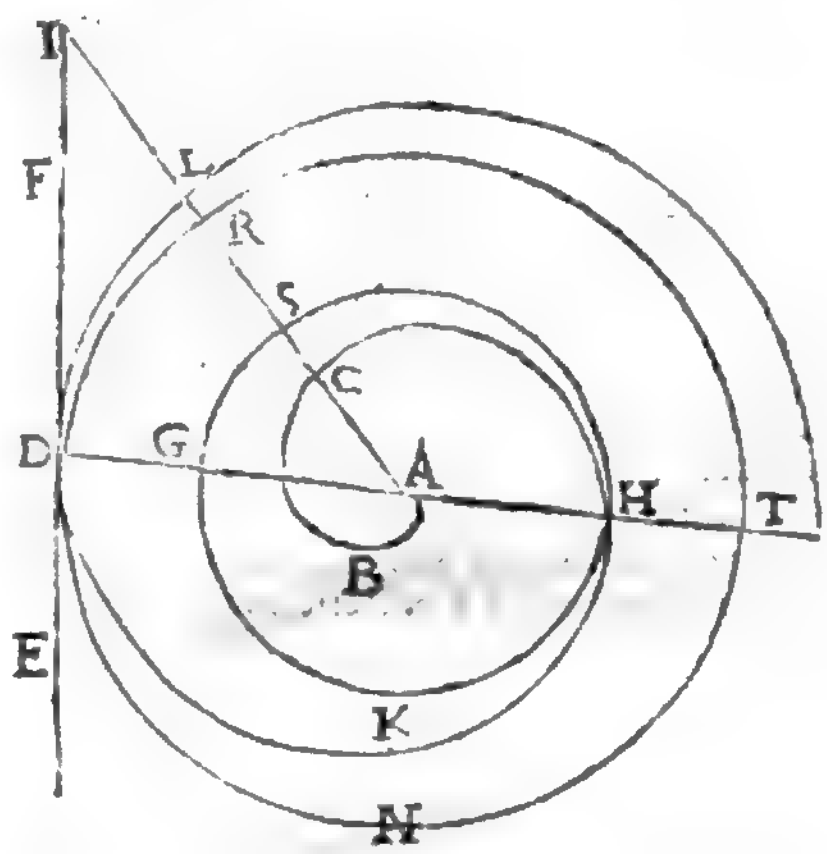
sint

ſint æquales, erit A L maior, quam A I pars toto quod eſt abſurdum. Non eſt igitur angulus A D F rectus, ſed nec acutus fuit: ſupereſt ergo, vt ſit obtuſus. id idem oſtendetur, ſi punctum contactus fuerit in termino lineæ ſpiralis.

PROPOSITIO XVII.

Quod ſi recta ſpiram ſecundæ reuolutionis contingat: illud idem eueniet.

SIt ſpira ſecundæ reuolutionis H K D; linea tangẽs E F; punctum contactus D; & cætera, vt prius. Iam enim & ſimiliter oſtendetur quod angulus A D F non eſt acutus, (Quoniam vt antea, peripheria circularis D R intra ſpiram, & perinde intra lineã D F cadit) ſed nec rectus. Sit enim ſi poſſibile eſt angulus A D F rectus: tunc autem *per 16. tertij element.* linea E F tanget circulum R D N in pũcto D; ducatur A G D, ducatur item A C S R L I ſecans ſpiram apud L, & circulum apud R; ita vt *per 3. huius* vt prius, ratio lineæ R I, ad A R lineam minor ſit, quã ratio D R peripheriæ ad totam circuli R D N, peripheriam, vna cum peripheria D N T ſumptam; & hinc coniunctim erit ratio totius I A lineæ ad A R. minor quam ratio peripheriæ R D N T cum tota circuli R D N peripheria ad totã circuli R D N peripheriam cum D N T peripheria ſumptam, hoc eſt minor quàm S G K peripheria G K H peripheria ſumptã. Sed *per 15. huius*, ſicut eſt peripheria S G K H cum toto circulo ad peripheriam G K H cum toto circulo, ſic eſt linea A L ad lineam A D. Igitur maior eſt ratio lineæ A L ad lineam A D, quam lineæ I A ad lineam A R; & permutatim maior eſt ratio lineæ A L ad lineam I A, quam lineæ A D ad lineam A R; Sed A D, A R ſunt inter ſe æquales: igitur A L longior quàm A I, pars toto, quod eſt impoſſibile. Non eſt igitur angulus A D F rectus, ſed nec acutus, itaque obtuſus erit, quod eſt propoſitum.



COROLLARIVM.

SImiliter in quacumque ſpira tertiæ, quartæ, & quotæcumque reuolutionis, recta ſpiram tangens cum recta iungente initium ſpiræ, & contactum demonſtrabitur, obtuſum comprehendere angulum ad partes vbi ſpira dilatatur.

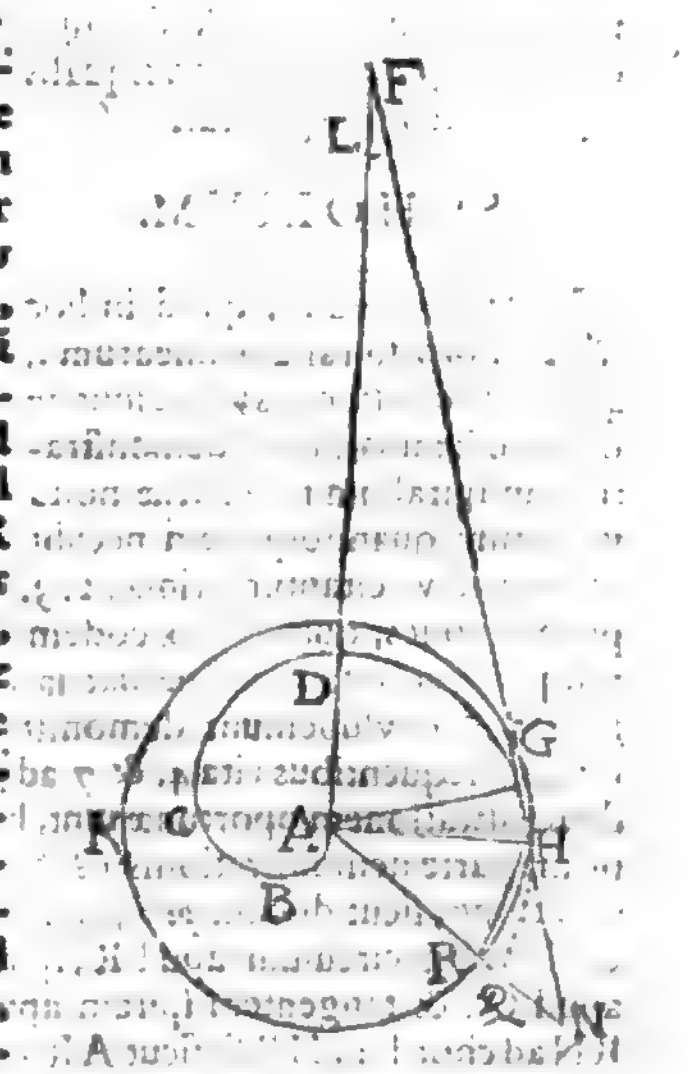
PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO XVIII.

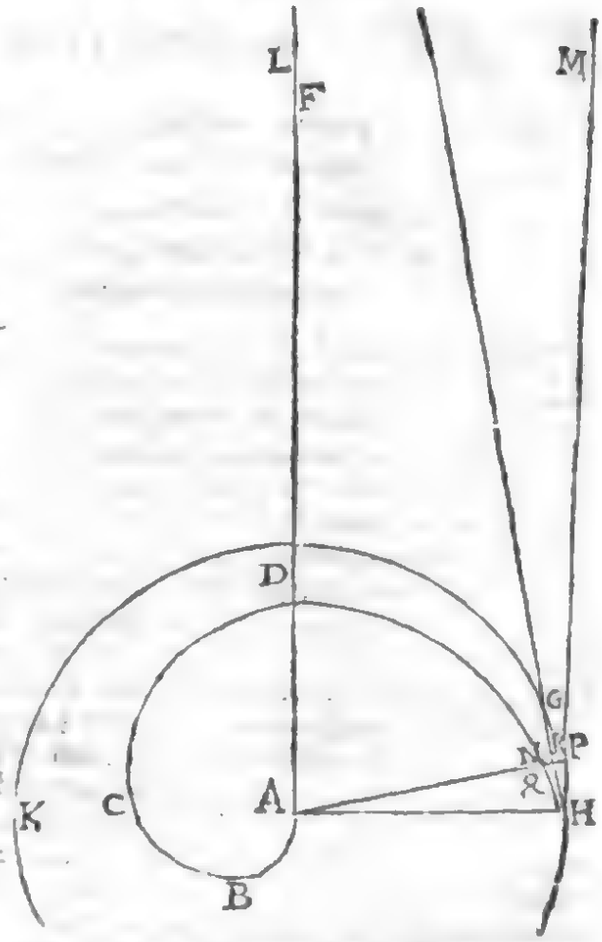
Si recta ſpiram primæ reuolutionis contingat in termino ſpiræ; & ab initio ſpiræ perpendicularis excitetur ad rectam, quæ principium reuolutionis eſt: excitata coincidet tangenti, & quantacumque eſt inter initium ſpiræ, atq; coincidentiam intercepta æqualis erit peripheriæ primi circuli.

ESto linea ſpiralis A B C D H; eius initium A; principium reuolutionis linea A H; cui ad rectos excitetur A F; ipſa autem H F tangat ſpiram in puncto H, quæ concurret ipſi A F: cum *per antepræmiſſam*, angulus A H F ſit acutus, concurrat ad punctum F, & H F ſecet circuli peripheriam in duobus punctis H, & G. Oſtendendum eſt itaque lineam A F eſſe æqualem peripheriæ circuli G H K. Secus enim erit aut maior, aut minor. Primò ſit A F maior, quam peripheria circuli H K G. ponatur tunc linea A L minor quidem quam A F, maior autem quam peripheria circuli H K G; eritque ratio H A ad A L maior quam ſemiſſis ſubtenſæ H G ad perpendicularem à puncto A ad lineam H G (quippequæ eſt ſicut H A ad A F, propter ſimilitudinem triangulorum:) igitur *per 5. huius* poteſt educi linea A R N ſecans circurum in R, ſpirã in Q, tangentem in N; itàut R N ad chordã H R ſit ſicut H A, vel A R ad A L; eritque permutatim ſicut R N ad A R, ſic recta H R ad A L; ſed ratio H R ad A L minor eſt, quam H R arcus ad totum ambitũ G H K circuli, (quandoquidẽ H R chorda breuior, quàm arcus H R, & A L maior ambitu circuli) ergo ratio N R ad R A minor eſt, quàm H R arcus ad totum circuli ambitum: & coniunctim ratio N A ad A R minor eſt ratione arcus H R cum toto ambitu circuli ad totum circuli ambitum: ſed *per 15. huius* ſicut H R arcus cum toto ambitu ad totum ambitum, ſic recta A Q ad A H, quæ inſpirali terminantur: igitur ratio N A ad A R minor eſt quàm A Q ad A H; & permutatim ratio N A ad A Q minor, quàm A R ad A H; quæ cum ſint æquales, ſequitur vt A Q ſit longior quam A N; pars toto, quod eſt impoſſibile. Non eſt igitur A F minor ambitu circuli G H K.



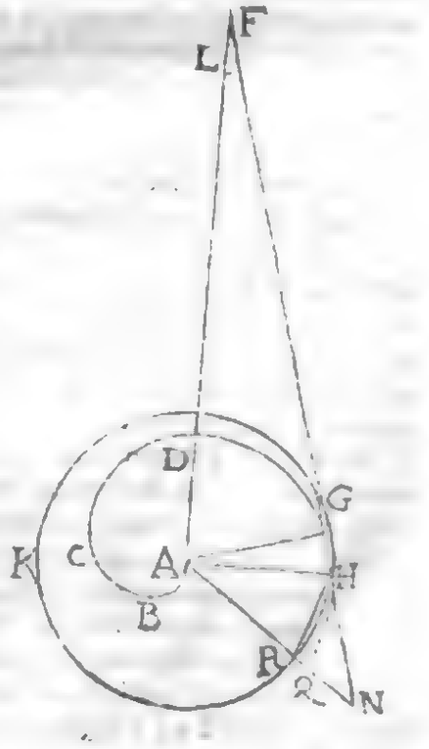
Si autem A F minor fuerit, quam peripheria circuli G H K, ponatur item A L maior quidem, quam A F minor autem, quam ambitus circuli, & ducatur H M æquidiſtans ipſi A F, & perinde tangens circulum apud H; eritque proportio H A ad A L minor, quam ſemiſſis chordæ G H ad ſibi perpendicularem à centro A coniunctam, hoc eſt minor, quam H A ad F A, quippe quæ eſt ſicut H A ad A F, propter ſimilitudinem triangulorum H N A, H A F. igitur *per 6. huius*, poteſt duci linea A Q N R P ſecans chordam G H apud N, circulum apud R, ipſamque H M apud P, & ſpiralem apud Q; itàut R N ad H P, ſit ſicut H A ad A L, hoc eſt ſicut A R ad A L: itaque fiet permutatim N R ad R A ſicut H P ad A L; verum ratio H P ad A L maior eſt quam

arcus H R ad ambitū totius circuli G H K (quādoquidē H P maior arcu H R, & A L minor toto ambitu:) igitur maior erit ratio N R ad R A, quā arcus H R ad totum ambitum; quare conuersim, & euersim, ratio R A ad A N maior, quā totius ambitus ad peripheriā H K R. Sed *per 15. huius*; sicut est totus ambitus ad peripheriā H K R, sic A H ad A Q quæ in spirali terminantur. igitur ratio R A ad A N maior quam A H, ad A Q; sed R A, A H sunt æquales: ergo A Q longior est quā A N; pars toto, quod est impossibile. Non est igitur A F minor, quam peripheria circuli G H K; fuitque ostensum quod nec maior: æqualis ergo erit sicut proponitur.



SCHOLIVM.

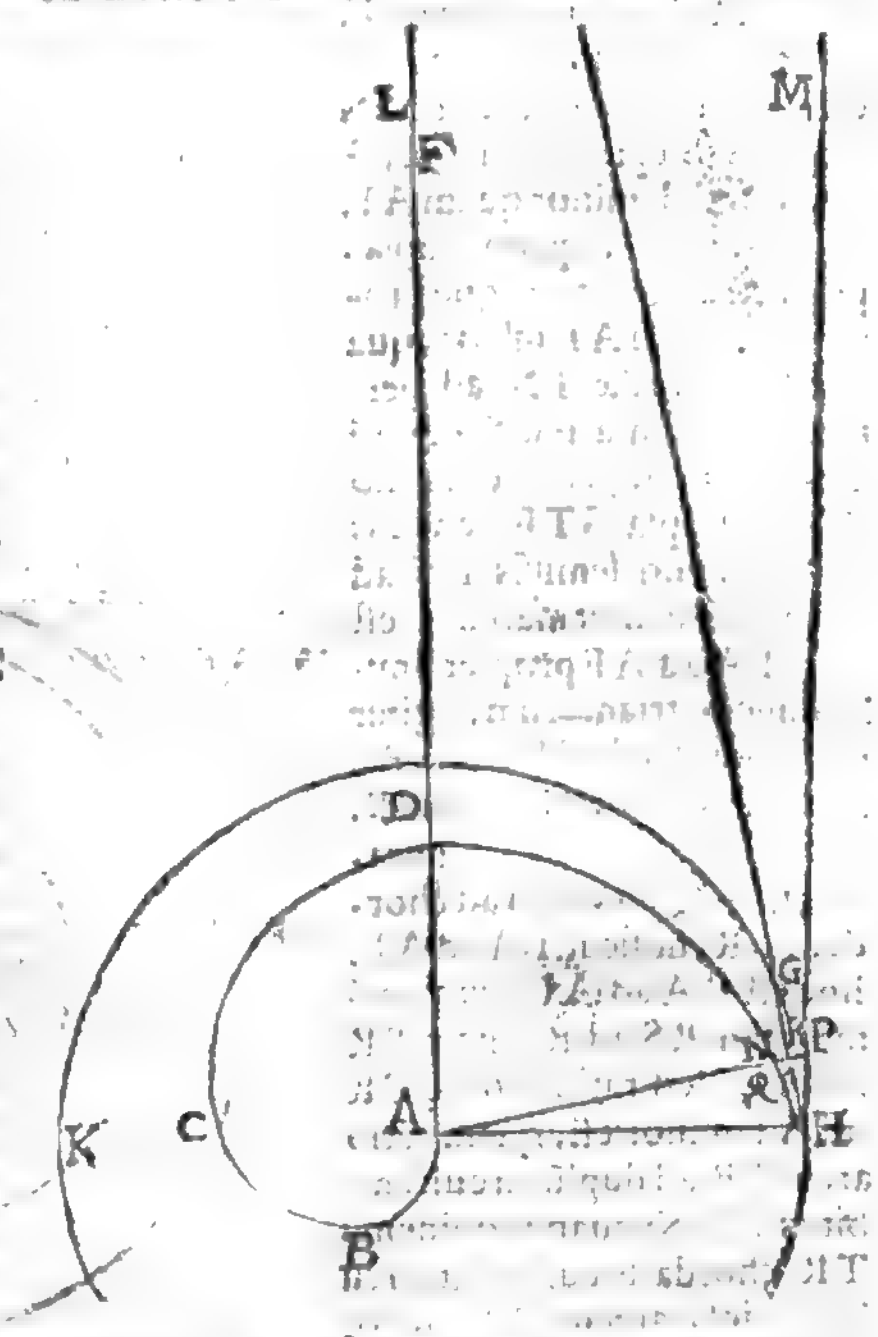
ATtendendum, quod in hoc libro spiralium linearum, 4. & 7. propositiones, quæ sunt de numero lemmatum ad demonstrationem spiralium necessariæ non videntur: quandoquidem necubi citantur, vt citantur prima, 2. 3. 5. 6. 8. & 9. propositiones, quæ sunt ex eodem numero cum reliquis: verumtamen superuacuæ non sunt: nā sicut 5. & 6. vsuueniunt demonstrationi 18, & duabus sequentibus; ita 4, & 7 ad earumdem demonstrationem oportunæ sunt, hoc pacto: in prima parte demonstrationis 18, & in prima descriptione, sicut ducitur *per quintam*, linea A R Q N secans circulum apud R, spiram deinde apud Q, & tangentem spiram apud N; ità vt R N ad chordam H R sit sicut A R ad A L; atque ita per argumentationem aduersarius deducitur ad impossibilitatem; similiter & per quartam duci potest linea quædam, vt puta A Q N R ad arcum G H, quæ de circulo abscindat lineam R H, & lineam N H tangentem spiram; quæ quidem linea A Q N R dum educitur à puncto A secat spiram apud Q, deinde ipsam F H, hoc est chordam arcus H G apud N: postremo arcum ipsum H G apud R; itaut R N linea scilicet cadēs inter chordam, & arcum ad chordam R H, sit sicut A R ad A L; & per similem argumentationē



com-

compellitur aduerſarius ad abſurditatem. vtroque enim modo, ſiue 5, vtaris, vt in exemplaribus apparet, ſiue 4. adhibeas; ibi ducendo lineam A R Q N ad chordam arcus H G extra circulum productam: hìc verò lineam A Q N R ad dictam chordam intra circulum, eodem penitus ſyllogiſmo, ad hoc impoſſibile deuenitur, vt cogatur aduerſarius fateri lineam A Q longiorem eſſe linea A N partem ſcilicet toto. Archimedes ergo contentus vno modo reliquum, (qui ſimiliter penitus procedit) omiſit, id idem intellige de prima parte demonſtrationis tàm 19, quàm 20: propoſitionis: nam hæ duæ propoſitiones non aliter, quam 18. demonſtrantur.

In ſecunda autem parte demonſtrationis eiuſdem 18, & in ſecunda deſcriptione, ſicut ducitur per 6, linea A Q N R P primum ſecans ſpiram apud Q; deinde chordam G H (quæ pars eſt ipſius F H tangentis ſpiram) apud N, poſtea arcum G H apud R: poſtremo apud P ipſam M H, quæ tangit circulum apud H; ita inquam dicitur, vt R N ad H P, ſit ſicut A R ad A L; atque ita per argumentationem deuenitur ad hoc impoſſibile, vt A Q longior ſit, quam A N pars ſcilicet toto: ſimiliter per 7. duci poteſt linea quædam, vt puta A R P Q N ſecans ipſam G H extra circulum productam, ſed primum quidem ſecans circulum apud R; Secundo ipſam M H, quæ tangit circulum in P; Tertio ſpiram apud Q; poſtremo apud N ipſam G H extra circulum extenſam, quæ tangit ſpiram; ita inquam duci poteſt, vt R N inter circulum, & chordam G H, extra circulum extenſam recepta, ad H P ſit ſicut A R ad A L, & per eumdem argumentandi proceſſum ad illud idem impoſſibile deueniri, ad aſtruendum, contrarijs deſtructis, propoſitum. Archimedes tamen vno contentus modo, reliquum omnino penè ſimilem omiſit. id idem quoque dicendum eſt de ſecunda parte demonſtrationis tàm 19. quàm 20. quarum demonſtratio eſt adeo ſimilis demonſtrationi ipſius 18. vt Archimedes in ipſarum vtraque ſecundam demonſtrationis partem omiſit lectorem ad 18. remittens. Ad ſummam itaq; demonſtrationi 18. ſicut inſeruiunt 5, & 6 propoſitiones; loco earum & 4. cum 7. ſub eadem argumentatione ducta prædicto modo linea inſeruire facillime poſſunt. Sed ductionem memoratæ lineæ in prima, & ſecunda parte demonſtrationis 18. ſuam ſingulis deſcriptionem exponentes hic declarare decreuimus. & demonſtrando, procedamus eodem penitus modo, ijſdemque verbis, quibus in ipſa 18. fecimus hoc excepto, vt lineæ A Q N R & A R P Q N ducantur, vt dictum eſt, & hic deſcriptæ ſunt: & pro 5, & 6. propoſitionibus 4, & 7. ſicut iam tradidimus, adducantur; hoc idem penitus in demonſtratione tàm 19, quàm 20, quandoquidem ſicut 18. demonſtrantur, faciemus.

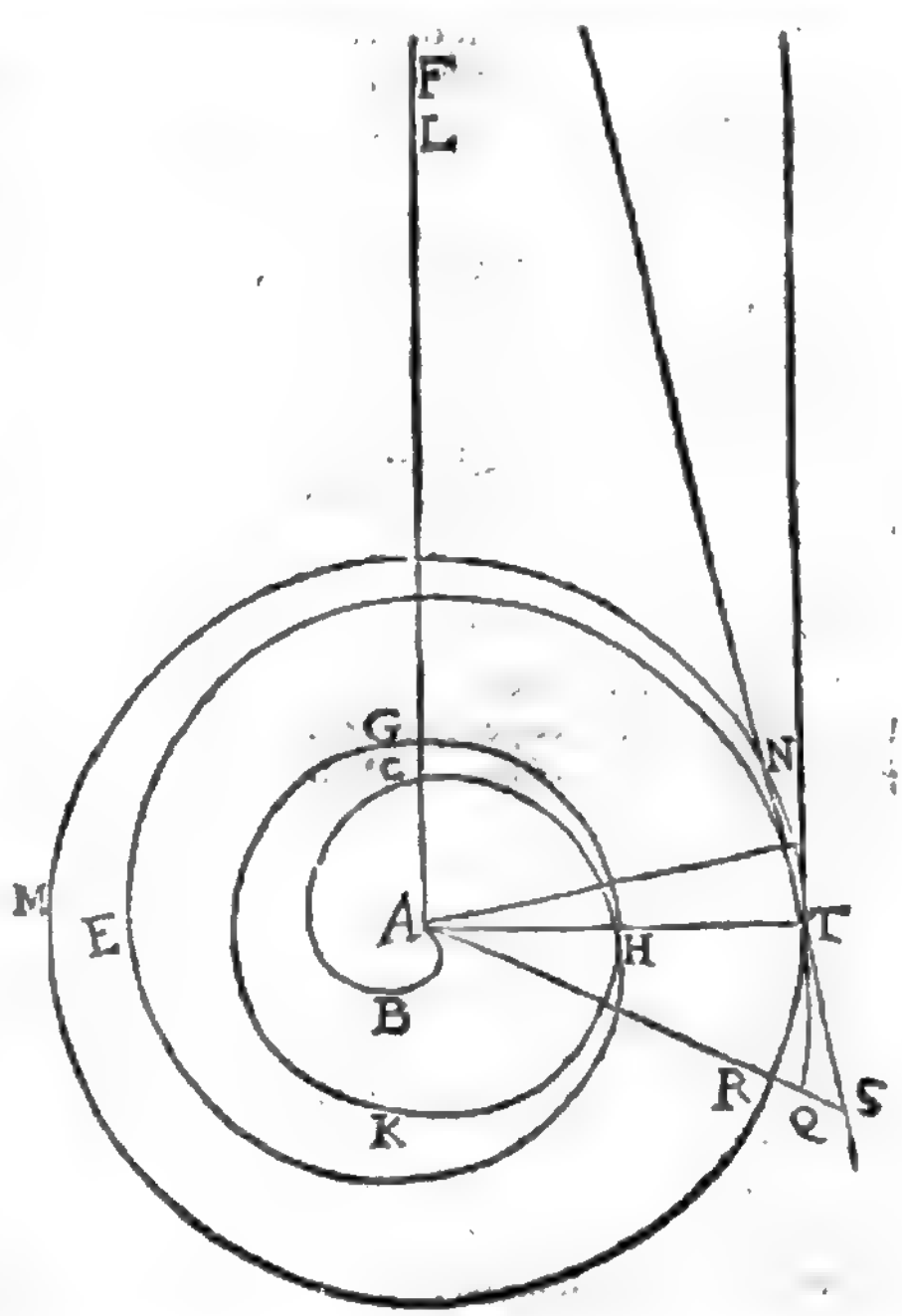


Digitized by Google

PROPOSITIO XIX.

Si recta ſpiram ſecundæ reuolutionis contingat in termino ſpiræ: & ab initio ſpiræ perpendicularis excitetur ad rectam, quæ initium reuolutionis eſt: excitata concurret tangenti; & ab initio ſpiræ ad concurſum vſque recepta dupla erit ad peripheriam circuli ſecundi.

ESto ſpira primæ reuolutionis A B C H; ſecundæ autem H E T; & H K G circulus primus; & T N M circulus ſecundus; linea reuolutionis A H T, cui perpendicularis inſtet A F tangens ſpiram in puncto T ſit linea S T F; quæ concurret cum A F cum *per 17. huius*, angulus A T F ſit acutus. Oſtendendum eſt itaque ipſam A F à puncto A, vſque ad talem videlicet concurſum receptam, eſſe duplam ad peripheriam circuli T M N. Secus enim ipſa A F erit aut maior, aut minor, quã dupla ipſius circuli T M N ambitus. Sit primum maior, & ponatur A L minor quam A F, maior autem, quam dupla prædicti ambitus; eritque proportio T A ad A L maior, quã ſemiſſis chordæ T N ad perpendicularem à puncto A ad T N eductam, quam de circulo abſcindit ipſa S T F tangens ſpiram; namq; ſemiſſis T N ad ipſam perpendicularem, eſt ſicut T A ad A F propter ſimilitudinem trian-rum. igitur *per 5.* poteſt educi linea A R S ſecãs circulum T N M apud R, tangentem vero apud S, ſpiralem apud Q; ita vt R S ad chordam T R, ſit ſicut T A ad A L, hoc eſt R A ad A L: eritq; permutatim R S ad R A ſicut T R ad A L; ſed ratio chordę T R ad A L minor eſt, quam ratio arcus T R ad duplũ circuli ambitus T M N: quandoquidem T R chorda breuior eſt arcu T R; ipſa autem A L maior quam duplũ ambitus T M N.



ergo proportio S R ad R A minor eſt, quam ratio arcus T R ad duplum ambitus dicti circuli; & coniunctim ratio S A ad A R minor eſt quam arcus T R vna cum duplo ambitus circuli T M N ad duplum ipſum ambitus circuli T N M; Sed *per 15. huius*, ſicut T R arcus cum duplo ambitus circuli T M N ad id ipſum duplum ambitus eiuſdem circuli T N M, ſic linea A Q ad A T, quæ ad peripheriam ſpiralis terminantur: igitur ratio S A ad A R minor eſt quam A Q ad A T: & permutatim erit proportio S A ad A Q minor, quam A R ad A T, ſed A R, A T ſunt æquales: ergo A Q maior quam A S pars toto; quod eſt impoſſibile. Non eſt igitur A F maior, quã dupla peripheriæ circuli T M N.

Simi-

Digitized by Google

Similiter quemadmodum in præcedenti fecimus, oſtendemus, quod neque minor, quàm dupla. vnde ſupereſt, vt omnino dupla ſit.

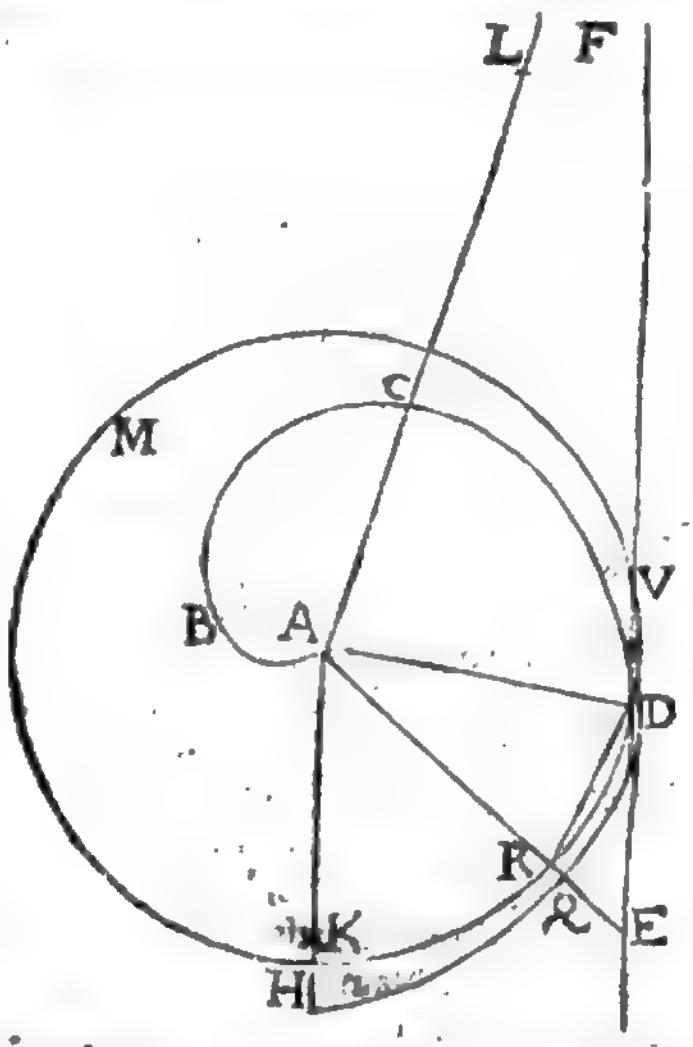
SCHOLIVM.

SImiliter autem in ſpiris cæteris tertiæ, quartæ, & quotecumque reuolutionis, ſi prædicto modo tangens ſpiram, & perpendicularis à terminis rectæ (quæ initium reuolutionis eſt) educantur; ſemper portio ex perpendiculari inter initium ſpiræ, concurſumque eductarum recepta, erit tam multiplex ad ambitum circuli, qui extremus ſpiram ambit, quot fuerint ipſius ſpiræ reuolutiones.

PROPOSITIO XX.

Si recta ſpiram primæ reuolutionis tangat, non quidem in eius termino; & à puncto contactus ad initium ſpiræ recta ducatur; ipſoque initio poſito centro adſpatium ductæ circulusdeſcribatur; item perpendicularis ad ductam excitetur ab initio ſpiræ: excitata cum tangente concurret; & ipſa inter initiũ, & concurſum recepta æqualis erit peripherię circuli deſcripti ab exordio dictæ reuolutionis ad contactum vſque, ſecundum reuolutionis ordinem computatæ.

SIt ſpira primæ reuolutionis A B C D H cuius initium A, linea reuolutionis initium A H, tangens ſpiram ſit recta E D F, punctum contactus D, connexaque A D ipſi perpendicularis ducatur A F; cumque A D F angulus acutus ſit *per 16. huius*, ipſæ A F, D F concurrent, vtpote ad F. deſcriptoque ſuper cẽtrum A ad ſpatium A D circulo D M K. Oſtendendũ eſt quod linea A F æqualis eſt peripheriæ curculari K M D Nam ſecus, erit aut maior, aut minor. Sit primum maior A F, quã peripheria K M D; & hinc ponatur A L breuior quidem, quam A F, maior autem, quam peripheria K M D, eritque ratio D A, ad A L maior quam ſemiſſis D V chordæ ad perpendicularem ſibi eductam à puncto A; quippe quæ eſt ſicut D A ad A F, propter ſimilitudinem trian—rum: igitur *per 5. huius*, poteſt duci linea A R E, ſecans circulum apud R, & tangentem apud E, & ſpiralem apud Q; ita vt R E ad D R chordam ſit, ſicut D A ad A L; hoc eſt A R ad A L. eritque permutatim E R ad R A, ſicut chorda D R ad A L: Sed ratio chordæ D R, ad A L minor eſt, quam arcus D R ad peripheriam K M D; quandoquidem D R chorda breuior eſt arcu D R; & A L maior, quàm peripheria K M D. ergo ratio E R ad R A minor eſt, quàm arcus D R ad peripheriam K M D; & coniunctim ratio E A, ad A R minor quam peripherię R D M K ad peripheriam K M D circuli; ſed *per 14. huius*, ſicut K M D R peripheria ad K M D peripheriam, ſic A Q ad A D, quæ ad ſpiralem ambitum terminantur. igitur ratio E A ad A R minor, quàm A Q ad A D; & permutatim ratio



ratio E A ad A Q minor, quàm A R ad A D; ſed A R, A D æquales ſunt. ergo A Q longior eſt, quam A E pars toto; quod eſt impoſſibile. Non eſt ergo maior A F arcu K M D. & ſimiliter, ſicut in 18 fecimus, oſtendemus, quod nec minor. Vnde ſupereſt vt ſit æqualis, ſicut demonſtrandum proponitur.

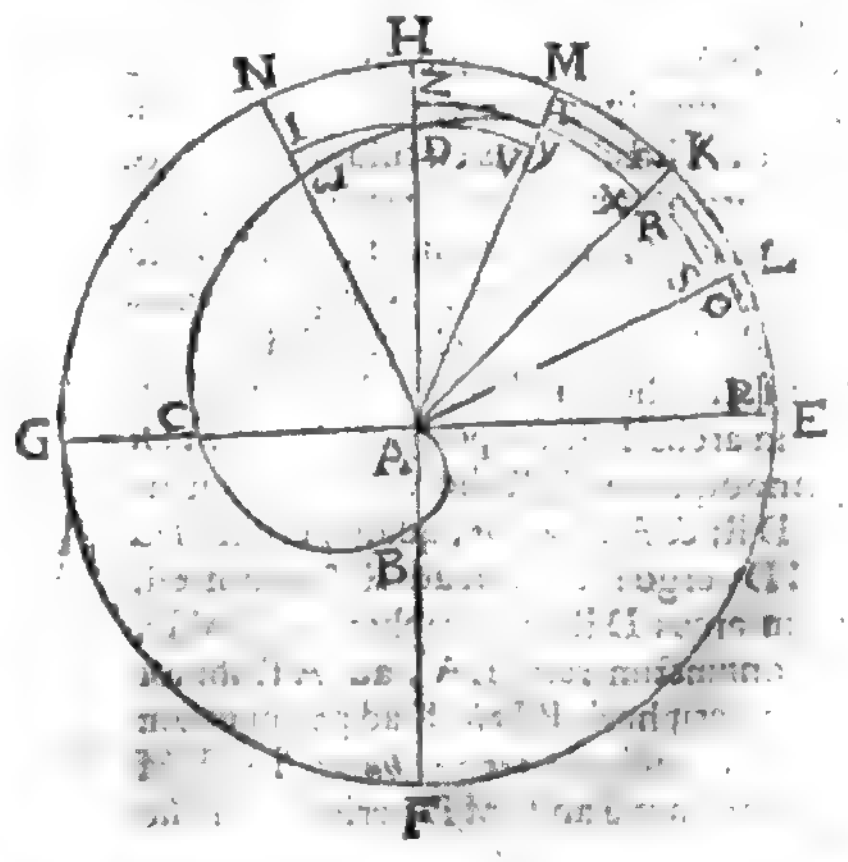
SCHOLIVM.

QVod ſi recta ſpiram ſecundæ reuolutionis tangat non in eius termino; & cætera vt dudum diſponantur: recepta inter initium ſpiræ, & concurſum æqualis erit peripheriæ totius circuli per contactum deſcripti, & inſuper arcui ab exordio ſpiræ ad contactum vſque continuato ſecundum ordinem reuolutionis. Sed & in ſpiris tertiæ, quartæ, & quotecumque reuolutionis, talia recepta multiplex erit ad ambitum dicti circuli ſecundum numerum vnitate minorem numero reuolutionum; & inſuper comprehendet peripheriam ab initio ſpiræ ad contactum per ordinem reuolutionis deductam; quæ omnia eodem modo demonſtrantur.

PROPOSITIO XXI.

Sumpto ſpatio ſub ſpira primæ reuolutionis, & recta, quæ initium eſt reuolutionis comprehenſo; poteſt figura circumſcribi, & inſcribi, ità vt circumſcripta, & inſcripta ex fruſtis, ſeu ſectoribus ſimilibus ſint compoſitæ, & hæc ab illa ſuperetur exceſſu, qui quocumque dato ſpatio minor exiſtat.

SIt ſpira primæ reuolutionis A B C D E, cuius initium A, linea exordij A E; primus circulus E F G H, cum diametris E A G, F A H ſe viciſſim ad rectos ſecantibus. oportet ſpatio ſub ſpirali A B C D E, rectaque A E figuram circumſcribere, & inſcribere eo modo, quo proponitur. Secentur anguli recti bifariam, iterum, atque iterum ductis ſemidiametris A K, A L, A M, A N, donec deueniatur ad ſectorem dato ſpatio minus; ſitque illud L A E: tales autem ſemidiametri ſecabunt ſpiram vtpote A L in puncto O; A K in puncto R; A M in puncto Y: A H in puncto D; A N in puncto ω; & receptæ à peripheria ſpiralis ad centrum A; ſcilicet A ω, A D, A Y, A R, A O creſcunt continuatim, & æqualibus differentijs *per* 10. *huius*, Quo fit vt circulares peripheriæ ſuper centro A ſecundum receptarum interualla deſcriptæ, ſecent ſpiram hinc inde intus, & extra ſpiram, ſemidiametris occurſantes; quæ peripheriæ ſint P O Q, S R T, X Y Z, V D I. quibus peractis iam ſatisfactum eſt propoſito. Namque figura ſpirali formæ circumſcripta conſtat ex quinque fruſtis, ſcilicet L A E, Q A O, T A R, Z A Y, I A D ſimilibus: quandoqui-



doquidem ſunt ſectores circulorum ſub æqualibus angulis contenti, figura vero ſpirali formæ inſcripta conſtat ex quatuor fruſtris P A O, S R A, X Y A, V D A ſimilibus, & æqualibus ſingulis fruſtis figuræ circumſcriptæ. Nam fruſtum O A P, ipſi Q A O; fruſtum R A S ipſi T A R; fruſtum X Y A ipſi Z A Y; fruſtum denique V D A ipſi I A D æquale eſt, & omnia ſunt ſimilia: quoniam ſimiles ſunt circuleres ſectores, itaque figura circumſcripta excedit inſcriptam in fruſto L A E. quod fuit dato ſpatio minus, quod poſſibile factu proponitur eſſe.

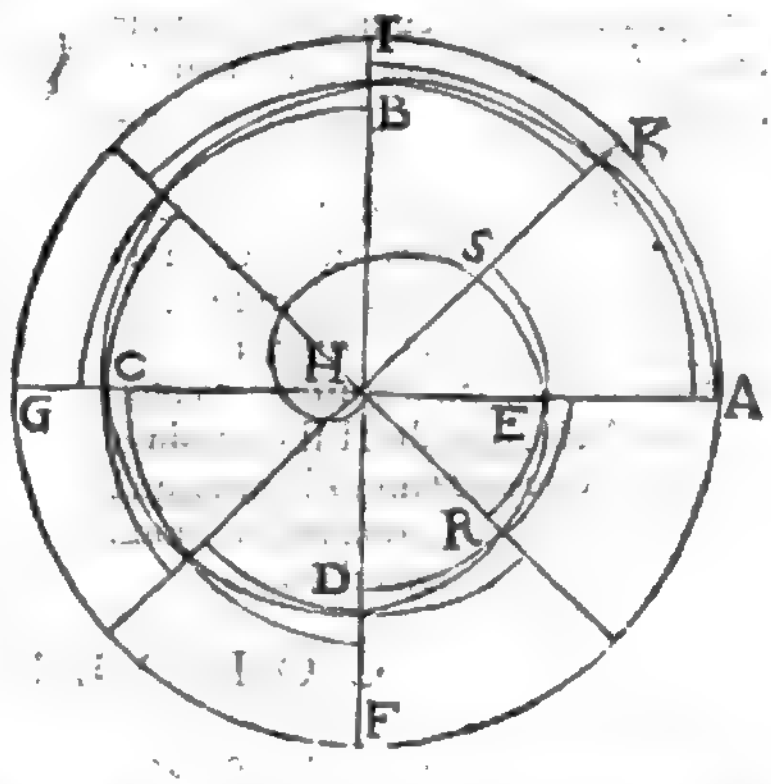
COROLLARIVM.

EX hoc manifeſtum eſt, quod dicto ſpirali ſpatio poteſt figura tùm circumſcribi, tum inſcribi, qualis dicta eſt; ita vt circumſcripta ſuperaddat ſpirali formæ minus quocumque dato ſpatio; & inſcripta diminuat ab eadem area ſpirali minus quocumque dato ſpatio. Nam ſi exceſſus circumſcriptæ ſuper inſcriptam datur minor quocumque propoſito ſpatio: multo minor erit exceſſus circumſcriptæ ſuper ſpiralem formam; & ſpiralis formæ ſuper inſcriptam.

PROPOSITIO XXII.

Sumpto ſpatio ſub ſpira ſecundæ reuolutionis, & ſub recta, quæ ſecunda eſt in reuolutionis initio: poteſt figura circumſcribi, & inſcribi, ità vt circumſcripta, & inſcripta ex fruſtis ſimilibus ſint compoſitæ; & id, quo hæc ab illa ezceditur, quocumque dato ſpatio minus ſit.

SIt ſpira ſecundæ reuolutionis A B C D E; eius initium H; initium reuolutionis A H; linea ſecunda in reuolutionis initio ſit E A; circulus ſecundus A F G eius diametri A G, F I ſeinuicem orthogonaliter ſecantes. oportet ſpatio contento ſub ſpirali A B C D E, rectaque A E figuram circumſcribere, & inſcribere, ſicut proponitur. Secentur anguli recti diametrorum ſinguli per medium, iterum, atque iterum, donec deueniatur ad fruſtum minus dato ſpatio: ſitque fruſtum tale ſector circuli A H K; & ducantur circulares peripheriæ, ſicut in præcedenti, per omnes ſectiones diametrorum, & ſpiræ: quibus ordine peractis, ecce demonſtrari poteſt, quod proponitur. Siquidem figura circumſcripta conſtat ex octo fruſtis ſimilibus, (in appoſito ſchemate V. G.) ſunt ſimiles circuli ſectores; figura vero inſcripta conſtat ex totidem fruſtis ſimilibus. Nam fruſta circumſcriptæ excedunt peripheriam ſpiralem; fruſta vero inſcriptæ cadunt intra peripheriam ſpiralem: cumque ſeptem fruſta inſcriptæ ſint æqualia ſeptem fruſtis circumſcriptę (demptis ſcilicet maximo fruſto circumſcriptæ, & inſcriptæ)



Digitized by Google

tæ) iam circumſcripta excedet inſcriptam eo exceſſu, quo maximum fruſtum circumſcriptæ A H K excedit minimum inſcriptæ R H E, quod eſt ſpatium S E A K minus ſcilicet dato ſpatio: cum & totum A H K minus ſit dato ſpatio. Et hoc poſſibile factu concluſum eſt.

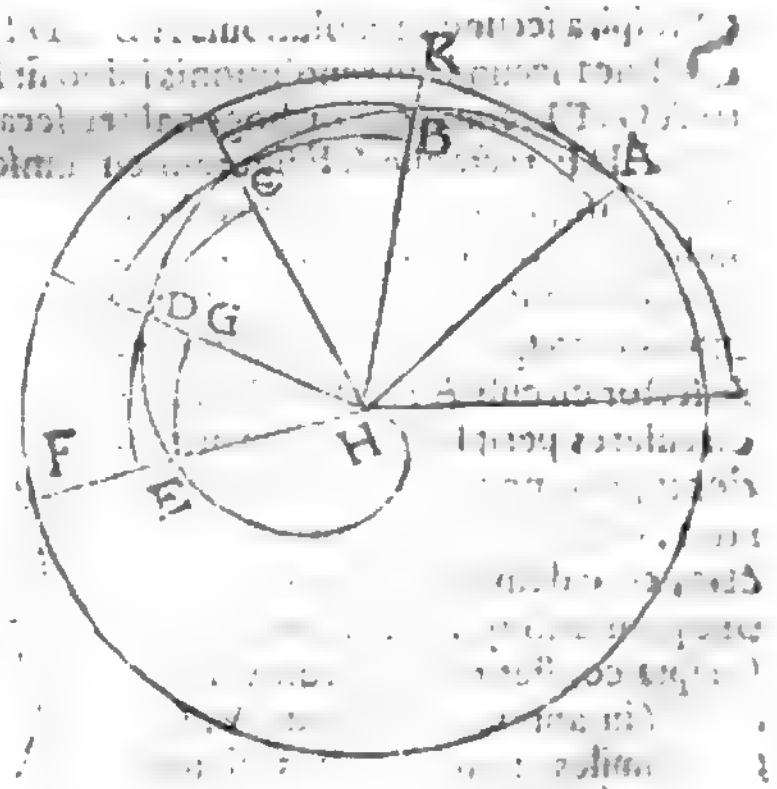
COROLLARIVM.

QVare conſtat figuram talem circumſcriptam addere poſſe ſuper ſpiralem ſpatium, ſiue ſpiralem aream minus quocumque dato ſpatio, & ipſum ſpirale ſpatium addere poſſe ſuper figuram inſcriptam minus quocumque dato ſpatio. Et eadem fieri poſſe in aſſumpto ſpatio ſub ſpira tertiæ, quartæ, & quotecumque reuolutionis, & rectæ à numero reuolutionum dicta comprehenſo.

PROPOSITIO XXIII.

Sumpto ſpatio ſub quacumque ſpiræ peripheria, & ſub duabus rectis ab initio ſpiræ ad peripheriam ipſius deductis: poteſt figura circumſcribi, & inſcribi ex fruſtis ſimilibus; ità vt circumſcripta inſcriptam excedat minori ſpatio, quam ſit quodcumque datum ſpatium.

SIt quantacumque ſpiræ portio A B C D E, quæ cum rectis A H, H E à principio ſpiræ H eductis ſpatium quoduis ſpiralem contineant: oportet tali ſpatio figuram circumſcribere, & inſcribere; ità vt proponitur. Ad ſpatium H A ſuper centro H deſcribatur circulus A K F, cui H E producta occurrat apud F, & angulus A H F per medium iterum, atque iterum diuidatur, donec deueniatur ad ſpatium, quod ſit A H K dato ſpatio minus. Deinde, vt in præmiſſis, ſuper H centro circulares peripheriæ deſcribantur, per puncta ſpiralem lineam ſecãtia. Quibus ordine peractis, ſatisfactum eſſe propoſito conſtabit. Nam figura, nunc exempli gratia, ſpirali ſpatio circumſcripta, conſtat ex quatuor fruſtis; & ex totidem inſcripta conflatur: Suntque fruſtra ſimilia, ſimiles videlicet circuli ſectore: cũque tria fruſta inſcriptæ (minimo dẽpto) ſint æqualia tribus fruſtis circumſcriptæ (maximo excepto) iam circumſcripta tanto maior erit, quam inſcripta, quanto maximum fruſtum circumſcriptæ A H K excedit H E G minimũ inſcriptę: & perinde minori ſpatio, quã ſit datum ſpatium; quandoquidem totum A H K minus fuit dato ſpatio.



COROLLARIVM.

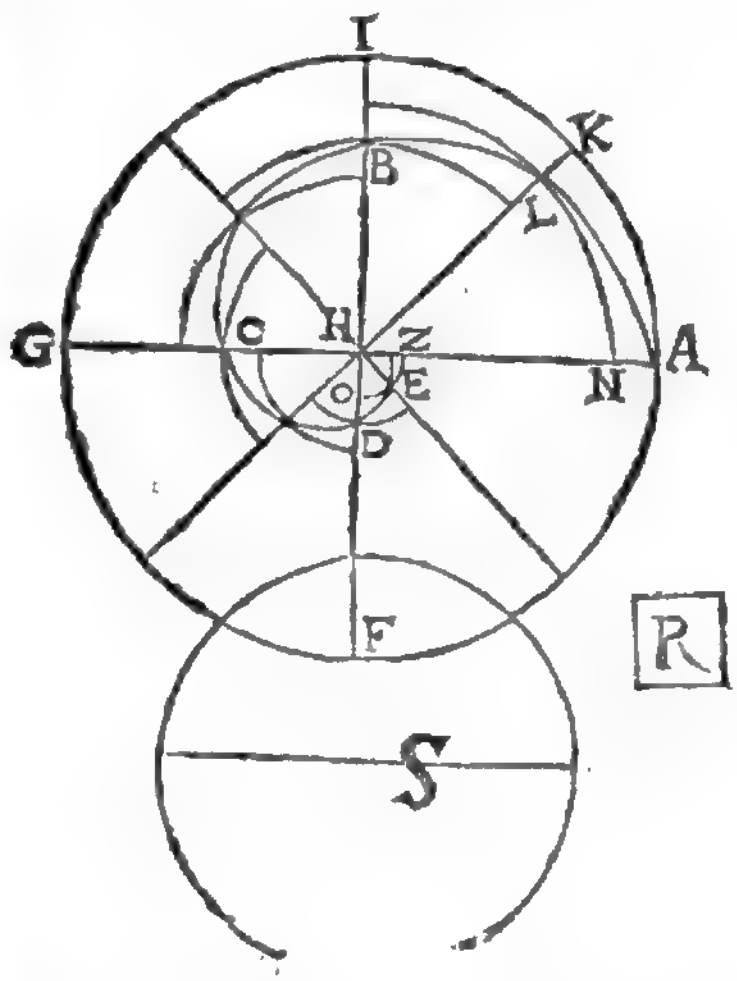
VNde ſequitur, vt circa tale ſpatium ſpirale deſcribi poſſit & inſcribi figura, vt dictum eſt; ità vt circumſcripta ſuper ſpiralem aream addat minus quouis dato ſpatio; & inſcripta ſit minor eadem area per exceſſum quouis dato ſpatio minorem.

PRO-

PROPOSITIO XXIV.

Spatium ſub ſpira primæ reuolutionis, & recta, quæ reuolutionis initium eſt, comprehenſum, eſt tertia pars circuli primi.

SIt ſpira primæ reuolutionis A B C D E H; cuius initium H; & linea A H initium reuolutionis; circulus primus A F G I, cuius tertia pars ſit circulus S. Oſtendendum eſt, quod ſpatium ſub linea ſpirali A B C D E H, & ſua A H recta comprehenſum, æquale eſt circulo S. Secus enim erit aut maius, aut minus. Sit primum minus dictum ſpatium ſpirale circulo S in ſpatio R; ita ut ſpirale ſpatium vnà cum R ſumptum ſit æquale circulo S. Itaque *per* 21. *huius, eiuſque Corollarium* poteſt ipſi ſpirali ſpatio circumſcribi figura ex ſimilibus fruſtis compoſita excedens ipſum ſpatium ſpirale minus, quàm ſit R ſpatium. Circumſcribatur, ſitque eius maximum fruſtum A H K; minimum vero E H Z; itaque maior erit circulus S, quam figura circumſcripta: & quoniam rectæ à puncto H ad ſpiram eductæ, *per* 10. *huius*, ſeſe continuatim excedentes exceſſu, qui æqualis eſt minimæ, eſtque maxima A H, & minima H E, & à ſingulis his fiunt ſimilia fruſta, ſiue ſimiles formæ, quæ ſunt ſimiles circuli A F G ſectores. Propterea *per* 8. *huius*, *eiuſque corollarium*, totidem fruſta, quot ſunt dictæ lineæ, ſingula æqualia fruſto maximo A H K, hoc eſt totus ipſe circulus A F G minus erit, quam triplum aggregati dictorum ſimiliũ fruſtorum, quorum maximũ A H K, minimum E H Z, hoc eſt ipſius figuræ ſpiram circumſcribentis; quippe quæ conſtat ex huiuſmodi ſimilibus fruſtis. Maior autem fuit circulus S, quàm figura circumſcripta. Eo magis circulus A F G I minor erit, quã triplum ad circulum S; Quod eſt cõtra hypotheſim. Non eſt ergo ſpatium ſpirale minus circulo S.



Sed neque maius erit. Sit enim ſi poſſibile eſt, ſpirale ſpatium ſub ſpira A B C D E H & ſub recta H A comprehenſum maius circulo S in ipſo ſpatio R; ità vt circulus S vnà cum ſpatio R ſit iam æquale ſpatio ſpirali. Deinde *per* 11. *huius*, *eiuſque Corollarium* ipſo ſpatio ſpirali inſcibatur figura ex ſimilibus fruſtis compoſita, cuius maximum fruſtum ſit N H L, minimum vero O E H; itaut ſpirale ſpatium excedat figuram inſcriptam minori ſpatio, quàm R. Et quoniam rectæ à puncto H ad ſpiram deductæ, quarum maxima eſt H A, minima H E ſe continuatim excedunt exceſſu, qui æqualis eſt minimæ *per* 10. *huius*; & à ſingulis fiunt ſimilia fruſta, quæ ſunt ſimiles circulorum ſectores: quorum maximus eſt A H K minimus vero O E H. Propterea *per* 8. *huius*, *eiuſque poſtremum corollarium*, totidem fruſta, quot ſunt dictæ lineæ ſingula æqualia fruſto maximo K H A, hoc eſt totus ipſe circulus A F G I pluſquam triplum eſt aggregati dictorum ſimilium fruſtorum (demp-

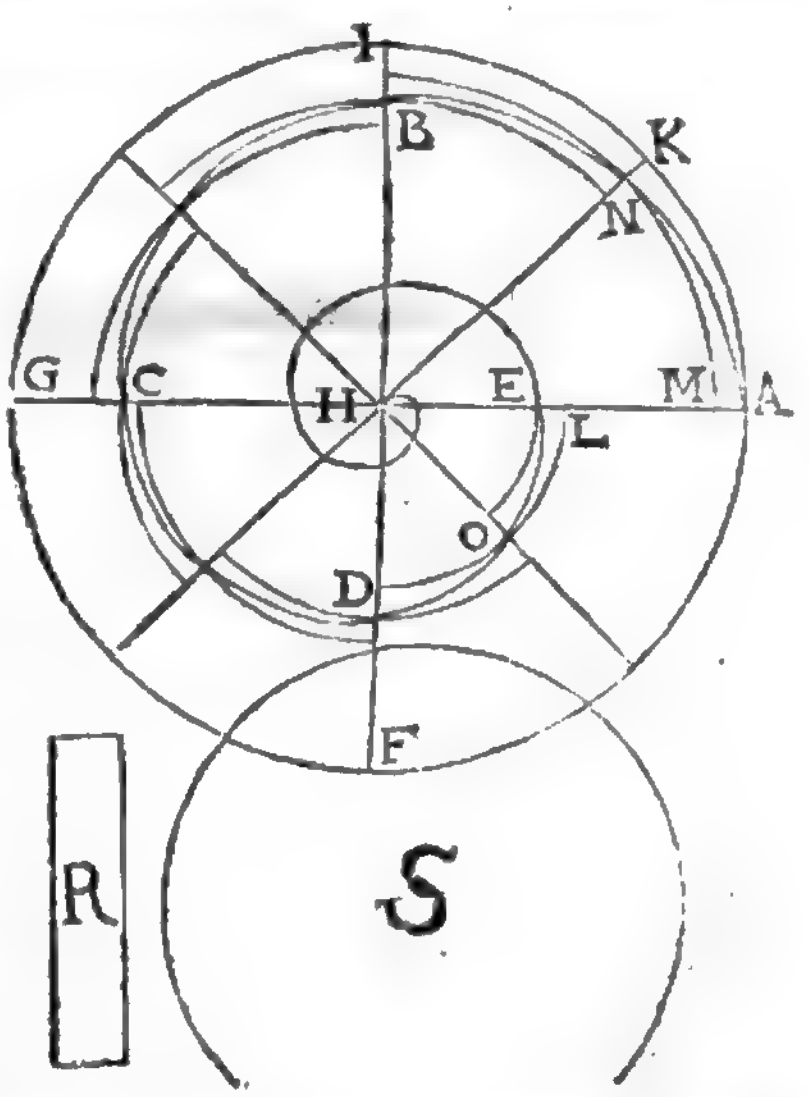
Digitized by Google

to fruſto AHK, quod ex maxima linearum, quæ eſt AH conficitur:) quæ fruſta componunt figuram inſcriptam. Maior autem eſt figura inſcripta, quam circulus S. Quandoquidem circulus AFGI maiori exceſſu circulum, S, quam figuram dictam ſuperauit. Tanto magis ergo circulus AFGI pluſquam triplus erit circuli S; quod rurſum contra hypotheſim eſt. Non eſt ergo ſpatium ſpirale maius circulo S; Sed neque minus fuit: Supereſt ergo, vt æquale ſit ſpatium ſpirale circulo S. Quod erat oſtendendũ.

PROPOSITIO XXV.

Spatium ſub ſpira ſecundæ reuolutionis, & recta, quæ ſecunda eſt in reuolutionis initio, comprehenſum, eſt ad circulum ſecundum, ſicut ſeptem ad duodecim: hoc eſt ſicut contentum ſub ſemidiametro circuli ſecundi, & ſemidiametro circuli primi vna cum tertia parte quadrati, quod fit ex linea, qua ſemidiameter ſecundi circuli excedit ſemidiametrum primi ad quadratum, quod ex ſemidiametro circuli ſecundi.

ESto ſpira ſecundæ reuolutionis ABCDE; cuius reuolutionis initium H, linea AH reuolutionis initium; linea AE ſecunda in reuolutionis initio; circulus AFGI ſecundus. Ponatur inde circulus S, cuius ſemidiametri quadrati æquale ſit rectlo AHE vna cum tertia parte quadrati AE, quæ duo ſunt $\frac{7}{12}$ quadrati AH; atq; ita quadrati ſemidiametri circuli S ad quadratum AH, quæ ſemidiameter eſt circuli AFG ſe habebit, ſicut 7 ad 12, cumque *per 2. duodecimi element.* ratio circulorum ſit ſicut quadrum, quæ ex diametris, ſiue ſemidiametris, iam circulus S ad circulum AFG, erit ſicut 7 ad 12. Demonſtrandum eſt itaque, quod ſpatium ſub ſpira ABCDE, & ſub recta AE comprehenſum, æquale eſt circulo S.



Secus enim erit circulus S aut maior, aut minor ſpirali ſpatio. ſit primum maior; ſitque circulus S æqualis ſpirali ſpatio vna cũ R ſimul ſumptis. & *per 22. huius, eiuſque corollarium* circumſcribatur ſpatio ſpirali figura ex ſimilibus fruſtis compoſita, quorum maximum ſit AHK; minimum LHO ſuper lineas *per 15. huius*, æqualiter ſeſe excedentes, quorum maxima AH, minima HE; itaut talis figuræ ſuper ſpiralem ſpatium exceſſus ſit minor ſpatio R. eritque talis figura minor circulo S. igitur minor ratio circuli AFG ad circulum S, quam eiuſdem circuli AFG ad figuram, *ſed per 9. huius, eiuſq; corollarium*, fruſta vno pauciora dictis lineis ſingula æqualia fruſto maximo AHK, hoc eſt

totus

totus circulus A F G minorem rationem habebit ad fruſta ſimilia linearum æqualiter ſeſe excedentium, dempta breuiſſima, hoc eſt ad figuram circumſcriptam, quam qua-tum H A maximæ ad hæc duo ſimul ſcilicet ad rec—lum A H E longiſſimæ, & breuiſſimę, vna cum tertia parte qua—ti A E, quæ exceſſus eſt earumdem, hoc eſt ratio circuli A F G ad circulum S minor erit, quam 7 ad 12. quod eſt contra hypotheſim. Non eſt igitur maior circulus S ſpatio ſpirali. Sit deinde minor circulus S ſpatio ſpirali ſub ſpira A B C D E; rectaque E A comprehenſo. & tunc circulus S vna cum R ſit æqualis ſpirali ſpatio. *Deinde per 22. huius, eiuſque corollarium*, inſcribatur ſpatio ſpirali figura ex ſimilibus fruſtis compoſita, quorum maximum M N H, minimum E H O ſuper lineas, *per 15. huius*, ſeſe æqualiter excedentes, quarum maxima A H, minima H E: ita vt exceſſus, quo figura ſuperatur à ſpatio ſpirali, ſit minor ipſo R ſpatio. Eritque talis figura maior circulo S: quare maior erit proportio circuli A F G ad circulum S, quam eiuſdem circuli A F G ad figuram inſcriptam. Sed *per ſecund. partem nona huius, eiuſque corollarium*, fruſta vno pauciora dictis lineis, ſingula ſuper lineas æquales maximæ A H, hoc eſt totus circulus A F G maiorem rationem habebit ad fruſta ſimilia linearum ſeſe excedentium, dempta longiſſima, hoc eſt ad ipſam figuram inſcriptã, quæ ex talibus fruſtis conſtat quam qua—tum H A longiſſimæ ad hæc duo ſimul, ſcilicet ad rec—lum A H E ſub longiſſima, breuiſſimaque contentum, vna cum tertia parte qua—ti A E; differentiæ ſcilicet earumdem, hoc eſt vt breuius dicam proportio circuli totius A F G ad figuram inſcriptam maior erit, quam 12 ad 7. Igitur à fortiori ratio circulii A F G ad circulum S maior erit, quam 12. ad 7; quod rurſus aduerſatur hypotheſi, non eſt igitur minor circulus S ſpirali ſpatio A B C D E ſub ſpira ſcilicet & A E recta comprehenſo: Sed nec maior fuit. Equalis igitur erit, ſicut proponitur demonſtrandum.

Eodem autem modo oſtendetur, quod ſpatium ſub ſpira quotecumque reuolutionis, rectaque eiuſdem ordinis comprehenſum, ad circulum ab eodem numero denominatum eam habere rationem, quam duo hæc ſimul, ſcilicet contentum ſub ſemidiametro circuli à numero reuolutionum denominati, & ſub ſemidiametro circuli dicti à numero vnitate minori, reuolutionis ſcilicet immediate præcedentis: & tertia pars qua—ti quod fit à linea æquali exceſſui dictarum ſemidiametrorum ad qua—tum ſemidiametri maioris ex prædictis.

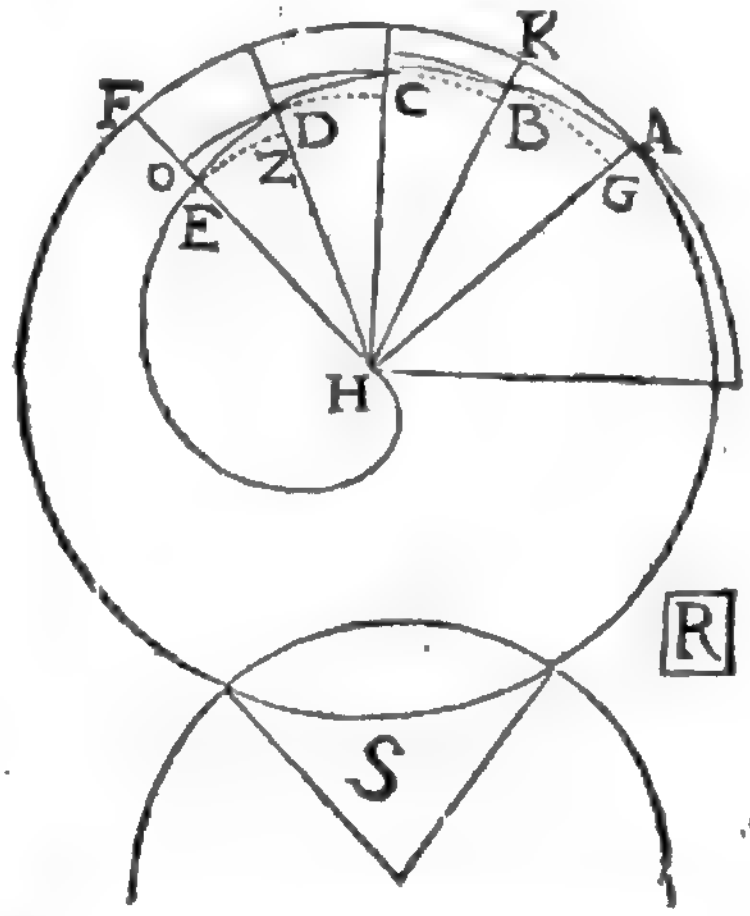
PROPOSITIO XXVI.

Spatium ſub parte ſpiralis lineæ, rectiſque duabus ab initio ſpiræ eductis comprehenſum habet ad fruſtum circuli, cuius ſemidiameter eſt maior eductarum inter eductas concluſum, eam rationem quam rec—lum contentum ſub eductis ab initio ſpiræ vſque ad lineam ſpiralem vna cum tertia parte quadrati, quod ex differentia earumdem eductarum ad quadratum, quod ex maiore ipſarum.

SIt pars ſpiralis lineæ A B C D E cuius initium H, eductis H A, H E rectis; deſcriptoq; circulo centro H interuallo H A maioris eductarum; occurrat eius peripheria ipſi H E productæ apud punctum F. Oſtendendum eſt, quod ſpirale ſpatium ſub ſpirali peripheria A B C D E, & rectis A H, H E comprehenſum ad fruſtũ, ſiue ſectorem circuli A H F, habet eamdem rationem, quam rec—lum A H, H E, & tertia pars qua-ti E F, ſimul ad qua—tum H A. Ponatur circulus S, cuius ſemidiametri qua—tum æquale ſit rec—lo A H, H E cum tertia parte qua—ti E F; de quo quidem circulo ſumatur fruſtum S ſimile ipſi fruſto A H F, hoc eſt ſector ſub angulo A H F contentus: ita-

Digitized by Google

Itaque quoniam *per vltim. text: & duodec. element:* similes sectores circulorum sunt proportionales quatis semidiametrorum : propterea erit frustum S ad frustum AHF, sicut rectum AH, HE cum tertia parte quati EF ad quatum HA: Quare ostendendum erit, quod spirale spatium ABCDEH prædictum æquale est ipsi frusto S: secus enim erit aut maius, aut minus. Sit primum minus spirale spatium frusto S: Sitque spirale spatium vna cum spatio R æquum frusto S: & *per 23. huius, eiusque corollarium*, circumscribatur spirali spatio figura ex similibus frustis composita, cuius excessus super spiram sit minor spatio R: eritque figura circumscripta minor frusto S: igitur minor est ratio frusti AHF ad frustum S, quam eiusdem frusti AHF ad figuram circumscriptam, in qua maximum frustum similium est AKH super maximam lineam AH minimum verò DHO super DH penultimam: (lineis *per 10. huius*, æqualiter sese excedentibus) *per 9. huius, eiusque corollarium*, frusto vno pauciora dictis lineis singula æqualia frusto maximo AHK; hoc est totum frustum AHF maiorem rationem habet ad frusta similia linearum sese æqualiter excedentium (dempta breuissima) hoc est ad figuram circumscriptam, quam habet quatum HA longissimæ ad rectum AH, HE longissimæ, breuissimæque, cum tertia parte quati EF excessus earum: igitur à fortiori minor erit ratio frusti AHF ad frustum S, quam quati HA ad rectum AH, HE vna cum tertia parte quati EF, quod est contra hypothesim. Non est igitur minus spirale spatiũ frusto S. Sit nunc maius: tunc ponatur frustum S cum spatio R æquale spirali spatio prædicto; *per 23. huius, eiusque corollar.* inscribatur spirali spatio figura ex similibus frustis composita; quorum maximum BGH super secũdam à maxima linearum; minimum verò EHZ super minimam HE linearum *per 10.* sese æqualiter excedentium; ita vt excessus, quo figura inscripta superatur à spatio spirali, sit minor spatio R, etitq; figura talis maior frusto S: igitur maior



est ratio frusti AGF ad frustum S, quam eiusdem frusti AHF ad figuram; sed *per 9. huius, eiusque corollar.* frustra vno pauciora dictis lineis singula æqualia frusto AHK maximæ lineæ AH, hoc est totum frustum AHF maiorem rationem habet ad frusta similia linearum sese æqualiter excedentiumdempto maximo, quam habet quatum HA longissimę ad rectum AH, HE longissimæ, breuissimæque cum tertia parte quati EF excessus earum: igitur à fortiori maior erit ratio frusti AHF ad frustum S, quã quati HA ad rectum AH, HE vna cum tertia parte quati EF; quod rursum aduersatur hypothesi: Non est igitur maius spirale spatium frusto S, sed nec minus fuit. Æquale itaque omnino erit: sicut proponitur demonstrandum.

SCHOLIVM.

NOtandum, quod hæc demonstratio non solum ad spiram primæ reuolutionis, sed etiam ad alias spectat, modo spatium spirale semper ad concursum rectarum initiumque reuolutionis terminetur.

PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO XXVII.

Spatiorum ſub peripherijs ſpiralibus, & rectis à reuolutionum numero denominatis contentorum; primum quidem, quod circa initium ſpiræ, eſt ſexta pars ſecundi; ſecundum autem dimidium tertij; tertia verò pars quarti; quarta demum pars quinti; & ſic deinceps ſecundum numeros creſcentes.

SEmidiametri circulorum primi, ſecundi, tertij quarti, & quinti in reuolutionibus eiuſdem numeri ſpirarum ſint exempli gratia lineæ A, B, C, D, E; quæ per diffinitionem ſpiræ, continuè ſecundum exceſſum æqualem ipſi A creſcunt: horum ſemidiametrorum qua—ti per ordinem ſint F, G, H, K, L; vnde *per* 2, *vndecimi elemen.* circuli prædicti erunt in ratione ipſorum qua—rum, ſcilicet F, G, H, K, L; & ipſum F erii qua—tum quod ex differentia collateralium ſemidiametrorum; horum qua—torũ ſcilicet F, G, H, K, L tripla ſin-

A	1	F	1	M	3	R	1
B	2	G	4	N	12	S	6
C	3	H	9	O	27	T	18
D	4	K	16	P	48	V	36
E	5	L	25	Q	75	X	60

gulorum ſint M, N, O, P, Q. item R ſit æquale ipſi F; deinde tripla eorum, quæ ſub A B, B C, C D, D E, hoc eſt ſub proximis ſemidiametris continentur, ſingula ſingulorum ſint S, T, V, X. quib⁹ ordinatis erũt circuli in ſpiris ſecundum ordinem reuolutionum ſumpti in ratione ipſorum M, N, O, P, Q; quando hæc ſingula tripla ſunt ſingulorum qua—orum ex ſemidiametris circulorum. item S, T, V, X ad N, O, P, Q ſingula ſingulis collata erunt ſicut rec—la A B, B C, C D, D E ad G, H, K, L ſingula ſingulis comparata, quoniam tripla ſub triplis proportionalia veniunt: itaque cum *per* 24. *huius*, prima ſpira ſit tertia pars circuli primi, & circulus primus quarta pars eſt ſecundi, cum radius B duplus ſit radij A: ergo prima ſpira duodecima pars eſt circuli B ſecundi; cumque ſecuuda ſpira ad circulum ſecundum ſit ſicut 7 ad 12: idcirco differentia primæ, & ſecundæ ſpirarum ad primam erit ſicut 6 ad 1: quod fuit primum ex propoſitis; igitur ſpira prima ad primum circulum ſicut R ad M, cum autem *per* 25. *huius*, ſpira ſecunda ad ſecundum circulum ſit ſicut rec—lum A B cum tertia parte F ad G, erit etiam ſicut S, R ad N: cumque *per eamdem* ſpira tertia ad tertium circulum ſit ſicut rec—lum C, D cum tertia parte F ad K erit etiam ſicut V, R ad P: cumque *per eamdem*, ſpira quinta ad quintum circulum ſit ſicut rec—lum D, E cum tertia parte F ad L erit etiam ſicut X, R ad Q. & ſic deinceps in ſequentibus ſemidiametris. productis quadratis eorum triplis. Hinc ex æqua proportione argumentando. Ratio primæ ſpiræ ad ſecundam erit iam ſicut R ad R, S. Ratio ſecundæ ad tertiam ſpiram ſicut R, S ad R, T. Ratio tertiæ ad quartam ſpiram ſicut R, T ad R, V. Ratio denique ſpiræ quartæ ad quintam ſicut R, V ad R, X. Quo fit vt ſpirarum ſecundæ, tertiæ, quartæ, & quintæ differentiæ, hoc eſt ſpatia ſub ſpiralibus, rectiſque eorumdem numerorum ſint ad inuicem ſicut differentiæ ipſorum S, T, V, X. itaque ſupereſt demonſtrandum, quod differentia ipſorum S, T ad S, hoc eſt tertium ſpirale ſpatium ad ſecundum ſit duplum; quodque differentia ipſorum V, T ad S, hoc eſt quartum ſpatium ad ſecundum ſit triplum; quodque differentia ipſorum V, X ad S, hoc eſt quintum ſpatium ad ſecundum ſit quadruplum: & ita deinceps. quod ſic demonſtrabitur. rec--lum A, B fit ex A in B: differentia autem rec—lorum A B, B C fit ex differentia A, C in B, ſed differentia A, C dupla eſt ad A: igitur *per* 1. *ſext. element.* differentia

rec-

Digitized by Google

rec—rum A B, B C dupla eſt ad rec—lum A B.

Item differentia rec—rum A B, B C fit ex differentia A C in B. differentia autem rec—rum B C, C D fit ex differentia B D in C, ſed differentia B, D æqualis eſt differentiæ A, C: igitur *per 1. ſex*: differentia rec—rum B C, C D ad differentiam rec—rum A B, B C, eſt ſicut C ad B, hoc eſt ſicut 3 ad 2, & perinde tripla ad rec—lum A B.

Similiter omnino demonſtrabimus, quod differentia rec—rum C D, D E ad differentiam rec—rum B C, C D, eſt ſicut D ad C, hoc eſt ſicut 4 ad 3, & perinde quadrupla ad rec—lum A B: itaque deinceps creſcente per vnitatem denominatione. Quoniam igitur in rec—lis A B, B C, C D, D E per ordinem ſumptæ differentiæ ità ſe habent, vt prima earum dupla ſit ad idem rec—lum A B, & ita deinceps; & triplorum eadem, quæ ſub triplorum ratio; propterea & in ipſis S, T, V, X differentiæ per ordinem receptæ eamdem ſeruabunt proportionem; eritque differentia ipſorum S, T dupla ad S; differentia ipſorum T, V tripla ad S; differentia ipſorum V, X quadrupla ad S; & ita deinceps creſcente per numerorum naturalem ſeriem denominatione: cumque ſpatia ſub ſpiralibus, rectiſque eiuſdem denominationis cõprehenſa ſint ad inuicem, ſicut differẽtiæ ipſorum S, T, V, X, vt iam oſtenſum eſt. Iam tertium ſpirale ſpatium duplum erit ſecundi. Quartum vero triplum ſecundi.

A	1	F	1	M	3	R	1
B	2	G	4	N	12	S	6
C	3	H	9	O	27	T	18
D	4	K	16	P	48	V	36
E	5	L	25	Q	75	X	60

Quintum autem quadruplum ſecundi, & ità deinceps per numeros vnitate creſcentes, & hoc reſtabat demonſtrandum.

COROLLARIVM.

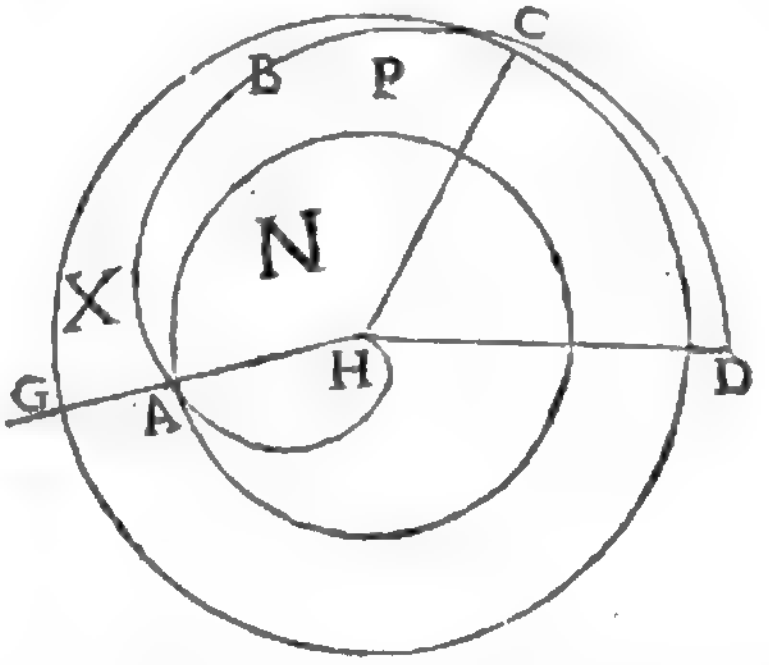
MAnifeſtum eſt ergo, quod ſicut ratio ſemidiametrorum in circulis ſpiralium ſecundum ordinem reuolutionum ſumptis eſt eadem, quæ numerorum ab vnitate naturali ſerie procedentium, & ipſorum circulorum ratio eſt, quæ qua—otum à talibus numeris factorum: & circularium differentiarum ratio, quæ imparium ordinatim ſumptorum; ita ſpiralium ſpatiorum ratio eſt eadem, quæ & numerorum hexagonorum æquiangulorum, quippe qui conſtant ex triplicatis altera parte longioribus, & vnitate, hoc eſt ex ipſis S, T, V, X ſingulis cum R coniunctis: ſicut in arithmeticis oſtẽſum eſt, ex quorum hexagonorum continua additione conflantur cubi numeri per ordinem, vt ibidem demonſtratur.

PROPOSITIO XXVIII.

Si ab initio ſpirę ad duo peripheriæ relicta puncta duæ rectę educantur, & ſuper initium ad eductarum interualla circuli deſcribantur; ſpatium comprehenſum à peripheria maioris circuli, & ſpiræ, & à recta, extra producta, eam habet rationem ad ſpatium comprehenſum à peripheria minoris circuli, & eiuſdem ſpiræ, & à recta earum terminos iungente, quam habet ſemidiameter circuli minoris, vna cum duobus tertijs exceſſus ſemidiametrorum ad ſemidiametrum maioris vnà cum eiuſdem exceſſus tertia parte.

SIt linea ſpiralis quælibet H A B C D, in qua relicta ſint duo puncta A, C; & ab initio

tio ſpiræ H educantur rectæ H A, H C: ad quarum interuallum ſuper centro H, circuli deſcribantur, & ipſa H A producta occurrat circulo maiori apud G; ſpatium ſub eductis rectis, & peripheria circuli minoris comprehenſum ſit N; ſpatium autem ſub eadem peripheria, & ſpirali, & parte diametri circuli maioris comprehenſum ſit P; ſpatium denique ſub eadem peripheria ſpirali, & peripheria circuli maioris, rectaq; A G comprehenſum ſit X. Oſtendendum eſt quod ſpatium X ad ſpatium P, eſt ſicut A H vna cum duobus tertijs ipſius G A ad G H cum tertia parte G A, hoc modo. Nam *per 26. huius*, ſector ſeu fruſtrum G C H ad ſpatium N P eſt ſicut qua—tum G H ad rec—lum G H A vna cum tertia parte qua—ti G A: igitur diuidendo ſpatium X ad ſpatium N P eſt ſicut rec—lum H A G cum duobus tertijs qua—ti G A ad rec—lum G H A cum tertia parte qua—ti G A, quoniam ſcilicet ſicut ſpatium X cum N P conflat ſectorem G C H, hoc eſt totum N P X: ſic *per 2. & 4. ſecundi element.* rec—lum H A G cum duobus tertijs qua—ti G A, iuncta cum rec—lo G H A, & triente qua—ti G A conſtituunt totum qua—tum G H. & quoniam fuit inuertendo ſpatium N P ad totum N P X, ſicut rec—lum G H A cum tertia parte qua—ti G A ad qua—tũ G H: & N P X ad N, eſt ſicut qua—tũ G H ad qua—tum H A; quandoquidem ſimiles ſectores ſunt proportionales circulis, & proinde quatis diametrorũ. Propterea ex æquali proportione erit ſpatium N P ad fruſtum N, ſicut rec—lum G H A cũ triente qua—ti G A ad qua—tum H A; Sed N P ſuper N exceſſus eſt P; & ipſorũ ſpatiorum rec—li G H A, & tertiæ partis qua—ti G A exceſſus ſupra qua—tum H A eſt rec—lum H A G cũ tertia parte qua—ti G A: (quandoquidem *per 2. ſecundi elem:* rec—lum G A H cum qua—to H A æquale eſt rec—lo G H A:) igitur euerſim erit ſpatium N P ad ſpatium P ſicut rec—lum G H A cũ triente qua—ti G A ad rec—lum G A H cum tertia parte qua—ti G A: erat autem X ad N P ſicut rec—lum G A H cum duobus tertijs qua—ti G A ad rec—lum G H A cum tertia parte qua—ti G A: Ergo ex æquali, erit ſpatium X ad ſpatium P, ſicut rec—lum H A G cum triente qua—ti G A ad rec—lum G A H cum tertia parte qua—ti G A. Sed *per 1. ſext. element:* rec—lum H A G cum duobus tertijs qua—ti G A ad rec—lum H A G cum triente qua—ti G A, eſt ſicut linea H A cum duobus tertijs G A ad H A cum triente G A (rec—la enim æquè alta ſunt baſibus proportionalia. (igitur ſicut linea H A cum duobus tertijs G A ad lineam H A cum tertia parte G A; ſic ſpatium X ad ſpatium P, & hoc erat demonſtrandum.



COROLLARIVM.

MAnifeſtum eſt ergo, quod ſi lineæ G H, H A fuerint longitudine commenſurabiles; ſpatia quoque prædicta N, P, X erunt inter ſe commenſurabilia: ſecus autem incommenſurabilia.

PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO XXIX.

Similia ſpirarum ſpatia, hoc eſt ſub ſpiris eiuſdem numeri reuolutionum, rectiſque eiuſdem ordinis comprehenſa, ſunt ad inuicem, ſicut circuli ab ipſis ſpirarum numeris denominati.

NAm *per 24. & 25. huius*, conſtat ſpiralia ſpatia ſimilia eamdem ſingula ad ſingulos ſui numeri circulos ſeruare rationem, & permutatim igitur, ſpatia ipſa circulis proportionalia erunt, ſicut propoſitio loquitur.

PROPOSITIO XXX.

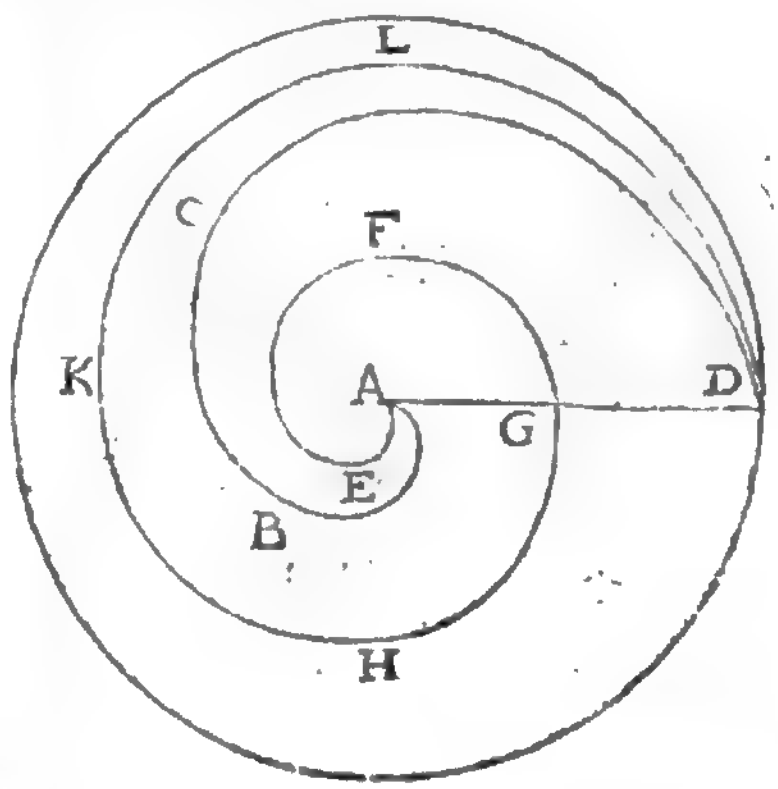
Similiter ſumpta ex ſimilibus ſpiris ſpiralia ſpatia ſunt, ſicut circuli à numero reuolutionum dicti.

NAm ſpatia ſub tali conditione conſiſtunt in ſimilibus circulorum fruſtis, & proportionalibus rectis ab initio ſpirarum ad earum peripherias ductis, clauduntur: & ideo *per 26. huius*, eamdem ſeruant rationem ad ipſa circulorum fruſta: cumq; ſingula ſimilia fruſta ad ſuos circulos vnam ſortiantur rationem; erit ex æquo eadem ratio ſpiralium ſpatiorum ad circulos: & permutatim, ſpatia ad inuicem, ſicut circuli, quod fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXI.

Spatium ſub ſpira primæ, & ſub alia ſpira ſecundæ reuolutionis idem initium, eumdemque exitum habentium comprehenſum, eſt tertia pars circuli, qui ad ſpiram primam primus & ad ſecundum ſecundus dicitur; & in cuius peripheria ipſæ duæ ſpiræ pariter deſinunt.

SIt ſpira primæ reuolutionis A B C D, & altera ſpira ſecundæ reuolutionis A E F G H K L D, commune initium A punctum, & commune exitum, ſiue terminum D punctum habentes; quo fit, vt circulus, cuius ſemidiameter A D reſpectu quidem ſpiræ A B C D primæ reuolutionis ſit circulus primus; reſpectu verò ſpiræ alterius A E F G H K L D ſecundæ reuolutionis ſit circulus ſecundus; cum huius ſpiræ pars ſit ſpira A E F G primæ reuolutionis, cuius primus circulus eſt is, cuius ſemidiameter A G. erit itaque A D linea dupla ipſius A G *per 11. huius*, quandoquidem A D duplicem, eius, quam A G peregit circularem peripheriã,



Quam

Digitized by Google

Quamobrem circulus, cuius ſemidiameter A G erit quarta pars, circuli, cuius ſemidiameter A D: quod & *per corollarium* 27. *huius*, patuit. *Per* 24. *autem huius*, ſpirale ſpatium A F G à recta A G terminatum, eſt tertia pars circuli, cuius ſemidiameter A G; & ideo duodecima pars circuli, cuius ſemidiameter A D. Et quoniam ſpiralia ſpatia A B C D, & A E F G ſunt ſimilia, quoniam vtrumque eſt primæ reuolutionis: ideo *per* 29. *precedentem*, ſunt ad inuicem, ſicut circuli ſpirarum, hoc eſt, ſicut circulus, cuius ſemidiameter A D ad circulum, cuius ſemidiameter A G, ità ſpirale ſpatium A B C D ad ſpirale ſpatium A E F G. itaque ſpatium A E F G erit quarta pars ſpatij A B C D, ſpatium autem A B C D *per* 24. *huius*, tertia pars circuli, cuius ſemidiameter A D; cumque ſpatium A E F G ſit pars duodecima eiuſdem circuli, erit ſpatium ſub recta G D, ſpiriſque A B C D, A E F G comprehenſum quarta pars talis circuli: Sed *per* 25. *huius* ſpatium ſub ſpira ſecundæ reuolutionis A E F G H K L D, & ſub G D recta comprehenſum ad talem circulum, eſt ſicut 7. ad 12. igitur quoniam de $\frac{7}{12}$ ſublata quarta parte, ideſt $\frac{3}{12}$ ſupereſt pars tertia, ideſt $\frac{4}{12}$. Idcirco ſpatium à ſpiris A B C D, & A E F G H K L D incluſum erit pars tertia circuli, cuius ſemidiameter A D. quod fuit demonſtrandum.

COROLLARIVM.

MAnifeſtum eſt ergo, quod ſpatium ſub ſpiris duabus primæ, & ſecundæ reuolutionis idem initium, eumdemque exitum habentium interceptum; eſt æquale ſpirali ſpatio comprehenſo ſub ſpira primę reuolutionis, rectaq; extenſa ad eã ſpiram. Cætera Curioſiores veſtigabunt. Nobis hæc ſatis.

Caſtello Bono, hora 3. noctis diei 18. Octobris, VIII. Indictionis 1549.

FINIS.
Libelli de Lineis Spiralibus.

ARCHIMEDIS
DE CONOIDIBVS, & Sphæroidibus Figuris.
AD DOSITHEVM.
EX TRADITIONE MAVROLYCI

EX tribus conicis ſectionibus; quæ apud antiquiores ſectio coni rectanguli dicebatur, nunc Parabole vocatur; quæ antea ſectio coni acuti anguli, nunc Ellipſis; quæ denique ſectio coni obtuſi anguli apud illos erat, Hyperbole nunc eſt. priſcorum terminis vtitur Archimedes: Apollonius recentiorum.

DEFINITIONES.

I. COnoides rectangulum eſt ſolidum, quod à parabola ſuper axem fixum ſemel circumducta deſcribitur: quod hic ſoliddum paraboles dicetur.

II. Conoides obtuſiangulum eſt ſolidum, quod ab hyperbola ſuper axem immotum ſemel reuoluta deſignatur: quod hic ſolidum hyperboles, iure appellabitur.

III. Conoides acuti angulum eſt ſolidum, quod ab ellipſi ſuper vnum axium ſtantẽ ſemel circumacta figuratur; quod ſphæroides ab Archimede, & hic Ellipticum non immerito dicetur.

IV. Sed in huiuſmodi formatione, ſi maior axis quieſcat, ſpheroides oblongum dicetur: quod Ouo ſimile apparebit.

V. Si vero minor axis ſtet in reuolutione, ſphæroides prolatum, ſiue compreſſum nuncupabitur. quodammodo vt ita dicam paſtillo ſimile: ſed vtrumque ſphæroides à ſphæræ ſimilitudine, quemadmodum ab imitatione Rombi, Romboides dictum eſt, vt ſcilicet illud figuram oblongatæ hoc autem compreſſæ ſphæræ, vt dudum diximus exprimat.

VI. Præterea, cum in hyperbola ſint binæ quædam rectæ in vnum punctum cum ſectionis axe concurrentes, ea quidem conditione, vt ſemper approximantes ſectioni nunquam tamen ei (quamquam in infinitum productæ) coincidant: atque omnis recta earum vni æquidiſtans inter ipſam, & ſectionem deſcripta concurrat alicubi cum ſectione; illæ autem quę nõ coincidunt ab Archimede Proximę, ab Apollonio nõ tangentes, ſiue non coincidentes vocari ſolent.

Nec immeritò, cum ſint proximæ non coincidentium.

VII. Sed ea recta, quæ inter verticem ſectionis, & proximarum concurſum intercipitur, ſolet hic vbicumque vſu veniet, axi adiecta vocari.

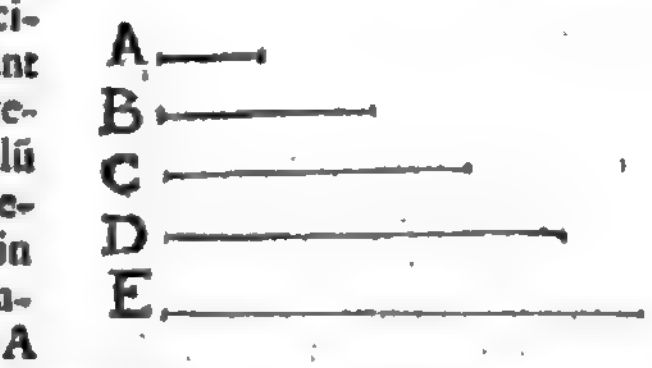
PROPOSITIO I.

Si ſumantur quotcumque magnitudines continuè creſcentes, per exceſſum minimè ipſarum æqualem: tunc aggregatum aliarum totidem magnitudinum æqualium, quæ ſingule ſint æquales creſcentium maximæ; minus ſunt, quam duplum creſcentium ſimul collectarum; plus verò, quam duplum earum (maxima excepta) pariter acceptarum.

Sint

by Google

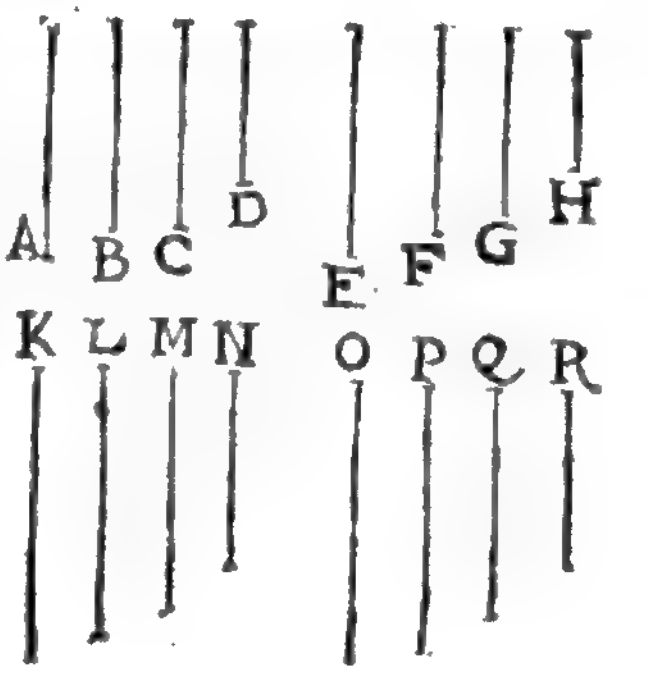
SInt exempli gratia, quotcumque, vt puta quinque magnitudines A, B, C, D, E; quarum B ſit dupla ipſius A; C tripla ipſius A; D quadrupla eiuſdem A; E quintupla ipſius A; eodemque deinceps ordine, ſi plures eſſent: Dico itaque, quod harum maxima ſcilicet E quinquies ſumpta (quoniam quinque ſunt magnitudines) minus facit quam duplum aggregati ipſarum A, B, C, D, E, plus verò quam duplũ aggregati ipſarum A, B, C, D; cum enim aggregatum minimæ A, & maximæ E multiplicatum in numerum magnitudinum producat duplum omnium ipſarum A, B, C, D, E aggregati; eſtque A cum E maius quam maxima E; ergo ſumma A, & E quinquies ſumpta maior eſt, quam quintuplum maximæ E: proindeque quintuplum ipſius E minus eſt, quàm duplum ipſarum A, B, C, D, E. cumque ſimiliter aggregatum ipſarum A, D quod æquatur maximæ E multiplicatum in numerum ipſarum A, B, C, D (vnitate minorem prædicto) producat duplum ipſarum A, B, C, D: patet propoſiti reliquum.



PROPOSITIO II.

Si fuerint duæ ſeries magnitudinum quamcumque primæ ſeriei magnitudines inter ſe proportionem habentes; ſed eamdem quàm ſecundæ ſeriei inter ſe ſeruent rationem: item primæ ad totidem tertias; & ſecuudæ ad totidem quartas eamdem binæ ad binas (quamquam non omnes eamdem) teneant rationem; tunc aggregatum primarum ad aggregatum tertiarum eamdem habebit rationem, quàm congeries ſecundarum ad congeriem quartam.

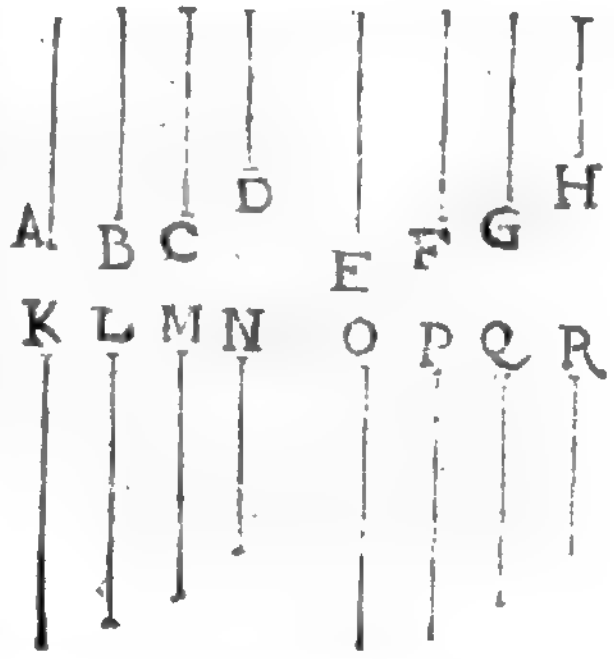
SInt primæ magnitudines exempli gratia A, B, C, D, in quauis ratione continuatæ, proportionales totidem ſecundis magnitudinibus E, F, G, H; ita vt A ad B ſit ſicut E ad F; B ad C, ſicut F ad G; C ad D, ſicut G ad H, quæcumque ſint illæ rationes. item primæ collatæ ad totidem tertias K, L, M, N; ſecundę demum ad totidem quartas O, P, Q, R, ita vt A ad K, ſit ſicut E ad O; B ad L ſicut F ad P; C ad M ſicut G ad Q; D ad N ſicut H ad R quæcumque ſint proportiones. Dico tunc quod aggregatum primarum A, B, C, D, omnium ad aggregatum ipſarum tertiarum K, L, M, N, omnium erit ſicut congeries ſecundarum E, F, G, H, ad congeriem quartarum O, P, Q, R.



Quia inuertendo K ad A eſt ſicut O ad E, & A ad B ſicut E ad F, atqae B ad L vt F ad P; ergo ex æquali K ad L erit vt O ad P: eadem ratione L ad M erit ſicut P ad Q; & M ad N ſicut Q ad R. Poſtea cum per hypotheſim ſit A ad K ſicut E ad O; item inuersè B ad A ſicut F ad E; erit ex æquali B ad K ſicut F ad O,

Digitized by Google

Quare *per 24. quint: element.* A B ad ad K ſicut E F ad O; cumque inuersè L ad K ſit ſicut P ad O, & coniunctim L K ad K ſicut P O ad O; & conuerſim K ad K L ſicut O ad O P: erit ex æquali A B ad K L, ſicut E F ad O P; ſimiliter autem cum coniunctim A B ad B ſit ſicut E F ad F: atque B ad C, ſicut F ad G fiet ex æquali A B ad C ſicut E F ad G; & conuerſim C ad A B ſicut G ad E F; rurſum ergo ex æquali C ad K L ſicut G ad O P. Vnde *per 24. quinti*, A B C ad K L ſicut E F G ad O P; Sed coniunctim, ex æquali, & conuerſim item arguitur K L ad K L M, ſicut O P ad O P Q. igitur A B C ad K L M ſicut E F G ad ad O P Q (ex æquali ſcilicet.) Demum coniunctim, ex æquali, & conuerſim arguitur D ad A B C ſicut H ad E F G; ergo ex æquali D ad K L M erit ſicut H ad O P Q: quamobrem *per 24. quinti*, erit totum A B C D ad K L M ſicut totum E F G H ad O P Q: verum coniunctim, ex æquali, & conuerſim arguitur K L M ad K L M N ſicut O P Q ad O P Q R; itaque ex æquali fiet ſicut totum A B C D ad totum K L M N, ſic iam totum E F G H ad O P Q R; & eodem modo demonſtrabitur idem de quotcumque magnitudinibus; quemadmodum demonſtrandum proponitur.



PROPOSITIO III.

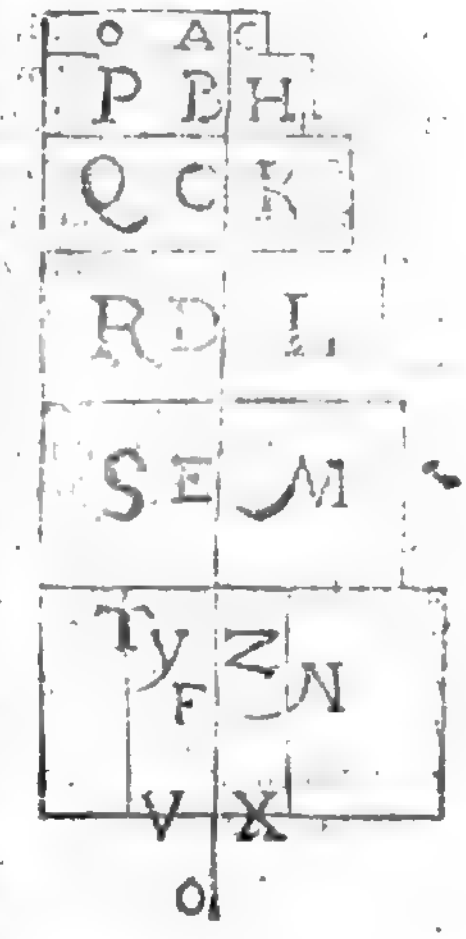
Si quotcumque ſpatia ſumantur ſub vna longitudine, latitudinibus autem ſecundum crementum minimæ æquale creſcentibus; applicenturque quadrata latitudinum ipſis latitudinibus: tunc aggregatum ex maximo ſpatio, maximoque quadrato toties ſumptum, quot fuerunt ſumpta ſpatia, minorem rationem habebit ad congeriem ſpatiorum, quadratorumque omnium, quam habet linea compoſita ex longitudine, ac latitudine maxima ad lineam compoſitam ex dimidio longitudinis, tertiaque parte latitudinis maximæ: At vero ad congeriem ſpatiorum quadratorumque omnium (dempto maximo ſpatio, maximoque quadrato) habebit maiorem prædicta rationem.

EXempli gratia latitudines quotuis ſpatiorum puta ſex ſunto A, B, C, D, E, F, creſcentes in A minimam; quarum quadrata ſint G, H, K, L, M, N; & ſpatia totidem ſub ijſdem latitudinibus ſint O, P, Q, R, S, T, applicata ad eamdem longitudinem O; cuius dimidium ſit V; at X ſit tertia pars maximæ latitudinis F. Item Y ſit illud quod fit ex V in F, hoc eſt dimidium ſpatij T: demum Z ſit illud quod ex X in F, videlicet tertia pars qua—ti N. Oſtendendum eſt itaque quod totum T N ſexcuplicatum (quandoquidē ſex ſunt aſſumpta ſpatia) ad congeriem G, H, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, F, omnium, minorem rationem habet quam linea compoſita ex F, & O (ex latitudine ſcilicet maxima, & longitudine conſtans) ad lineam V X. at idem T N ſpatium ſexcuplicatum ad congeriem G, H, K, L, M, O, P. Q. R, S, ſpatiorum maiorem rationem habent, quam eadem ſumma O, & F linearum ad lineam V X; quod ſic oſtēdetur. Nam *per primam huius*, ſpatium T ſexcuplicatum minus eſt quam duplum ipſo-

rum

Digitized by Google

rum O, P, Q, R, S, T, ſimul ſumptorum, plus vero quam duplum ipſorum O, P, Q, R, S; igitur ſpatium Y, quidem ipſius T dimidium, ſexies ſumptum, minus eſt aggregato ipſorum O, P, Q, R, S, T; maius autem aggregato ipſorum O, P, Q, R, S; *Per* 1. *autem lemma libelli de lineis ſpiralibus*, ſexcuplum qua—ti N minus, quam triplum eſt aggregati ipſorum G, H, K, L, M, N; plus vero quam triplum aggregati ipſorum G, H, K, L, M. igitur ſpatium Z, quod eſt tertia pars qua—ti N, ſexcuplicatum minus eſt aggregato ipſorum G, H, K, L, M, N; maius aggregato ipſorum G, H, K, L, M. Quare & ſpatium Y, Z ſimul ſexcuplicatū minus eſt aggregato ipſorum O, P, Q, R, S, T, & G, H, K, L, M, N, omnium ſimul; maius autem aggregato ipſorum O, P, Q, R, S, cum G, H, K, L, M, ſimul. Itaque minorem rationem habebit ſexcuplum ipſius N T ad ſingulare N T, quam aggregatum ipſorum O, P, Q, R, S, T, cum G, H, K, L, M, N, omnium ad ipſum Y Z; maiorem vero quam aggregatum ipſorum O, P, Q, R, S cum G, H, K, L, M, ſimul ad ipſum Y Z; & permutatim minorem rationem habebit ſexcuplum ipſius N T ad aggregatum ipſorum O, P, Q, R, S, T, vna cum G, H, K, L, M, N, omnium, quam habet totum N T ad ipſum Y Z: at vero idem ſexcuplum N T ad aggregatum ipſorum O, P, Q, R, S, cum G, H, K, L, M, ſimul maiorem habebit rationem, quam dictum N T ad dictum Y Z. Sed *per* 1. *ſex: element.* ſicut N T ſpatium ad ſpatium Y Z, ſic linea O F ad lineam V X. igitur ſexcuplum N T ad aggregatum ipſorum O, P, Q, R, S, T, cum G, H, K, L, M, N, minorem habebit rationem quam linea O F ad lineam V X. at idem N T ſexcuplicatum maiorem rationem habebit ad aggregatum ipſorum O, P, Q, R, S, cum G, H, K, L, M, quam linea O F ad lineam V X. Quod fuit demonſtrandum.

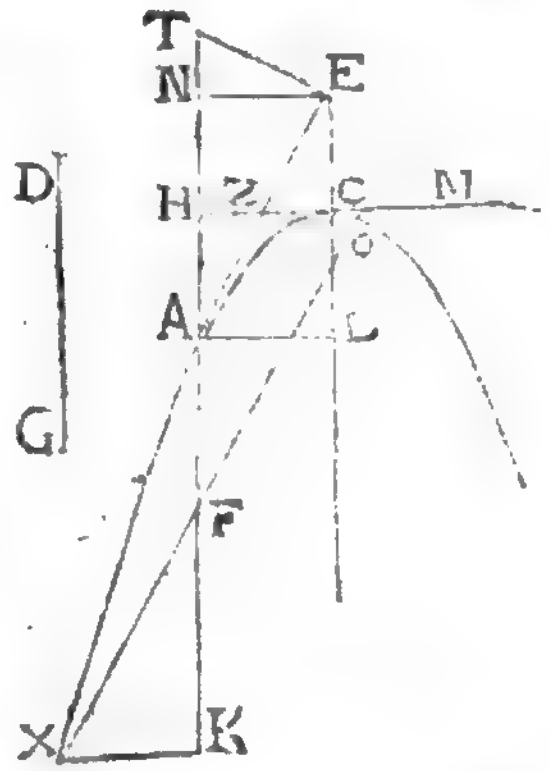


PROPOSITIO IV.

Si ab extremo rectæ ordinatæ in parabola perpendicularis ad diametrum ducatur; erit ſicut quadratum ductæ ad quadratum, quod ex dimidio ordinatæ, ſic recta ad quam poſſunt ordinatę ad axem, ad rectam, ad quam poſſunt ordinatæ ad diametrum.

Sit parabola C A X; cuius axis E C L; recta ad quam poſſunt ordinatæ ad axē C M. ordinata ad axem L A; tangens parabolam in puncto A ſit E A; diameter æquidiſtans axi T N H A F K; æquidiſtans tangenti, & perinde ordinata ad diametrum ſit O F X; perpendicularis ad diametrum ſit X K: item M C perpendicularis ad axem, & perinde tangens parabolam in vertice C producta ſecet tangentem apud Z, diametrum vero apud H: denique T E perpendicularis ad tangentem A E; & E N perpendicularis ad diametrum T A; recta vero, ad quam poſſunt ordinatæ ad diametrum A K ſit G D. Itaque demonſtrandum erit, quod ſicut eſt qua—tum X K ad qua—tum X F (quæ eſt dimidia pars ipſius X O ad diametrum A K ordinatæ) ſic vtique erit C M ad G D. Namque in primis qua—tum L A eſt æquale rec—lo L C M, quandoquidem C M recta diameter eſt ordinatarum ad axem: ipſa autem G D recta diameter ordinata-

natarum ad diametrum AK dupla erit ipſius AT. nam *per 49. primi Conic. element.* ſic eſt ZA ad AH, ſiue AT ad AE, hoc eſt ſicut duplum AT ad duplum AE, ſic iam recta diameter prædicta ad duplum AE. eamdē igitur rationem habet duplum AT ad duplum AE; & recta diameter ad duplum AE; igitur recta diameter GD dupla eſt ipſius AT: hæc quidem *ex 52. primi Conic. Element.* ad inuentionem talium diametrorum dicta ſint. Itaque CM, AL, LC, continuæ proportionales: æqualis autem AL ipſi EN. igitur CM, EN, LC continuæ proportionales erunt: Item propter ſimilitudinem trian-rum ipſæ TN, NE, NA continuæ proportionales ſunt, ergo qua-tum EN *per 14. ſext: element.* æquale eſt tam rec-lo CM, LC, quam rec-lo TN, NA (quādo qua-tū LA æquum eſt rec-lo CM, LC) & ideo *per 16. ſext: element.* ſicut LC ad NA, ſic TN ad CM. Sed *per 35. primi element. Conic.* LC dimidia pars eſt ipſius LE. hoc eſt ipſius NA. igitur TN ſemiſſis eſt ipſius CM, ſed AT (vt oſtenſum eſt) dimidium ipſius GD; ergo permutatim NT ad TA, ſicut iam CM ad GD; verum NT ad TA eſt ſicut qua-tum ET ad qua-tum TA (nam propter ſimilitudinē trian-rum ETN, & ETA lineæ NT, TE, TA ſunt continuæ proportionales.) poſtea cum propter ſimilitudinem trian-rum KXF, ETA ſit ſicut qua-tum ET ad qua-tum TA, ſic qua-tum KX ad qua-tum XF (quoniam ſcilicet latera proportionalia.) erit & ſicut qua-tum KX ad qua-tum XF, ſic CM ad GD. quod fuit demonſtrandum, quæ tamen demonſtratio ab Archimede tamquam manifeſta, & in Conicis tradita, omiſſa eſt.

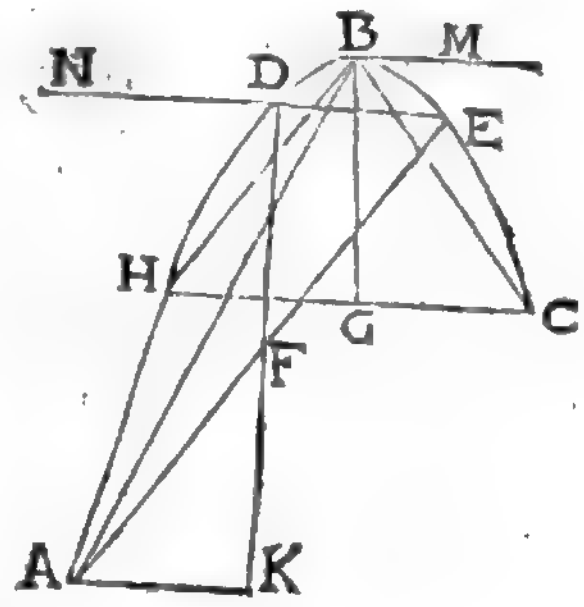


PROPOSITIO V.

Duæ portiones paraboles, quarum vna terminetur linea ordinata ad axem, altera autem linea ad alteram diametrum ordinata, exiſtentibus vtique axe, & diametro æqualibus; æquales erunt: itē & triangula portionibus inſcripta eaſdem cum portionibus baſes, eoſdemque vertices habentia inter ſe æqualia erunt.

SIt parabole ABC, cuius axis BG, ad quem ordinata CGH ad angulos ſcilicet rectos: item diameter axi æquidiſtans DF; ad quam ordinata AFE bifariam ſecta apud F, & axis BG æqualis ſit diametro DF. Dico iam quod portio ABE ſub peripheria ABE, & recta AFE comprehenſa æqualis eſt portioni CBH ſub peripheria CBH, & recta CGH comprehenſæ. Item quod trian-lum ADE æquale eſt trian-lo CBH; quod ſic demonſtratur. Sit M recta diametros ad quam poſſunt ordinatæ ad axem BG, occurrat AK perpendicularis ad DF productam; & ſicut eſt qua-tum KA ad qua-tum AF, ſic ſit M ad N, eritq; *per præcedentem* N recta diametros, ad quam poſſunt ordinatæ ad DF diametrum. itaque qua-tum HG æquū eſt rec-lo MBG, & qua-tum AF æquum erit rec-lo N, DF: Sed ipſæ BG, DF æquales ſunt. igitur *per 1. ſext. element. Euclid.* ſicut M ad N, ſic qua-tum HG ad quadratum

dratum A F; fuit autem ſicut M ad N, ſic qua-tum A K ad qua-tum A F. eamdem igitur ratio-nem habent duoqua-ta A K, & G H ad idē qua-tum A F; quare ipſa qua-ta A K, G H æqualia: & ideo ipſæ lineæ A K, G H æquales; Verum per hypotheſim lineæ B G, D F æqua-les, ergo rec-lum B G, G H æquale eſt rec-lo D F, A K, ſed rec-lum B G, G H æquale eſt trian-lo C B H, & rec-lum D F, A K æquale eſt trian-lo A D E. igitur trian-lum A D E æquale eſt trian-lo C B H; vnaquæque autem portio parabolę ad trian-lum eamdem baſim, eumdemque verticem habens ſexquitertia eſt, *vt in Libello de Quadratura Parabolæ*, oſtenſum: & ſpatia ſeſquitertia æqualium ſpatiorum ſunt inter ſe ęqualia. igitur portio A B E æqualis eſt portioni C B H, quod ſupererat demonſtrandum.



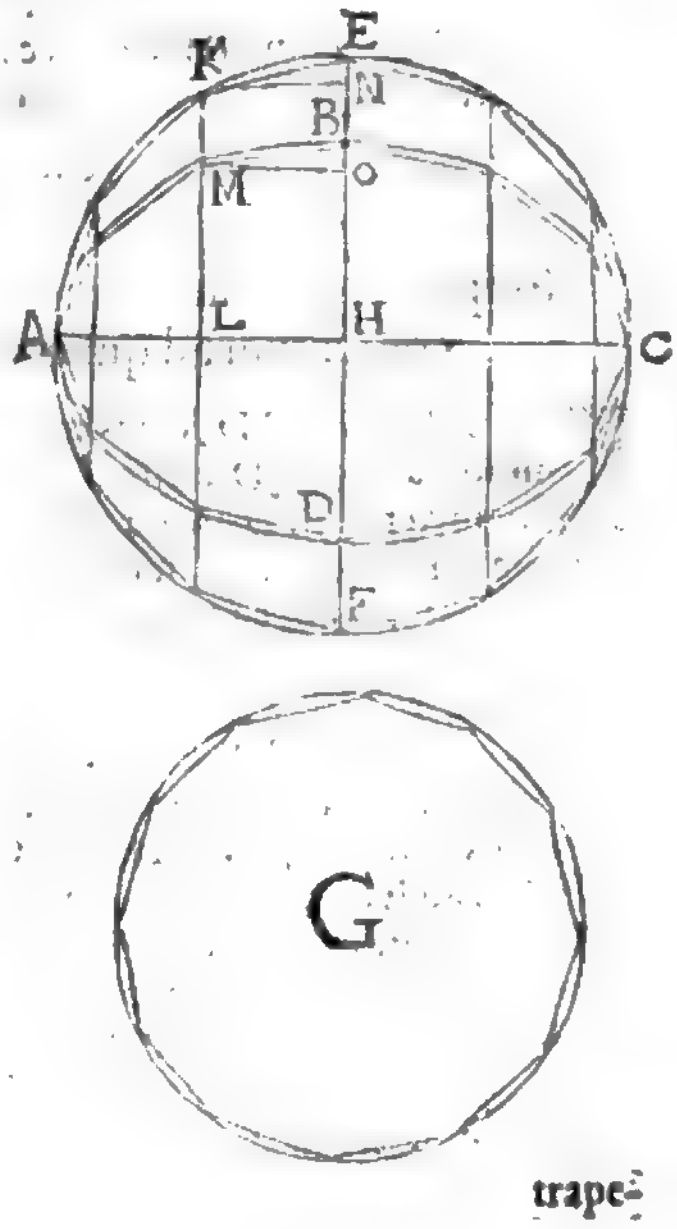
PROPOSITIO VI.

Duæ portiones parabolæ, quarum diametri æquales; ſunt inter ſe æquales.

NAm vnaquæque talium portionum *per præcedentem*, æqualis eſt portioni eiuſ-dem parabolæ ad axem æqualem diametro per ordinatam ad rectos axi recep-tæ: & ideo tales portiones ſunt inter ſe æquales.

PROPOSITIO VII.

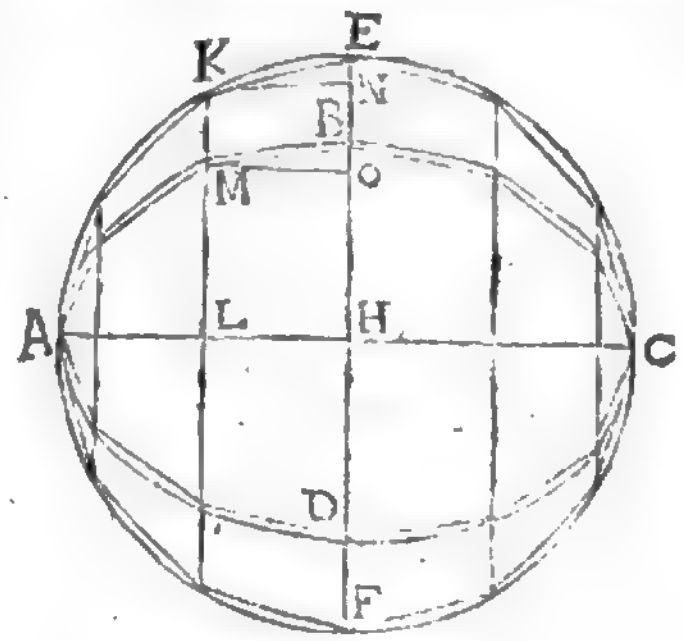
Ellipſis ad circulum ſuper maiorem ſuam diametrum deſcriptum eſt ſicut minor diameter ad maiorem.

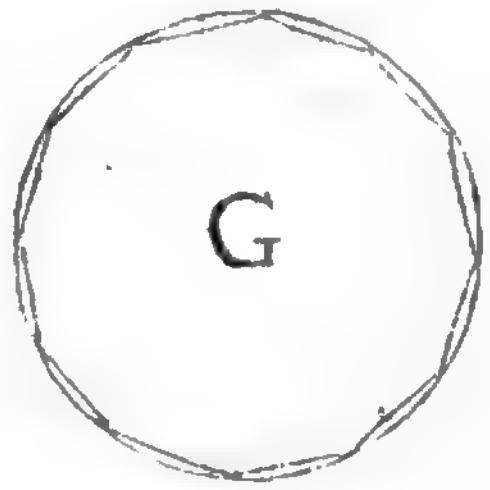


ELlipſis eſto A B C D ſuper cuius maiorem diametrum A C. deſcriptus ſit circulus E F. Dico iam quod area ellipſis B D ad aream circuli E F eſt ſicut B D minor ellipſis diameter ad E F circuli diametrum. Sit enim ſicut linea B D ad lineam E F, ſic circulus G ad circulum E F; erit circulus G æqualis ellipſi B D. ſecus enim ſit circulus G maior, quam ellipſis B D, & inſcribatur circulo G multiangula figura maior illipſi B D; & ei ſimilis inſcribatur circulo E F. & ductis æquidiſtantibus ipſi E F, ductiſque inter eas chordis in B D ellipſi figura totidem laterum deſcribatur; eritque figura B D ad figuram E F ſicut linea B D, ad lineam E F (quoniam ſcilicet

trape-

traperia finiuntur basibus superis, & inferis proportionalibus : & perinde habent linearum correlatiuarum proportionem; & ideo cuncta trapezia ad cuncta trapezia, hoc est figura ad figuram, sicut tota linea ad totam lineam:)igitur sicut figura B D ad figuram E F, sic circulus G ad circulum E F, & sicut figura G ad figuram E F; ergo sicut figura G ad figuram E F, sic figura B D ad figuram E F: itaque æqualis est figura G figuræ B D; & ideo figura G est minor ellipsi B D; fuit autem maior, quod est absurdum. Non est ergo circulus G maior ellipsi B D. Sit deinde minor circulus G, quam ellipsis B D; & inscribatur ellipsi B D multiangula figura B D maior circulo G: & inter eadem æquidistantes figura totidem laterum inscribatur circulo E F, & ei similis circulo G; eritque rursum figura E F ad figuram B D, sicut linea E F ad lineam B D: sed sic fuit iam prius circulus E F ad circulum G, atque sic est ipsa figura E F ad figuram G. igitur figura E F ad figuram G est sicut figura E F ad figuram B D. quare figura G æqualis figuræ B D, & perinde figura B D minor circulo G, fuitque maior, quod est absurdum. Non est igitur minor circulus G ellipsi B D, sed nec maior fuit: super est ergo, vt sit æqualis: sicut fuerat demonstrandum.

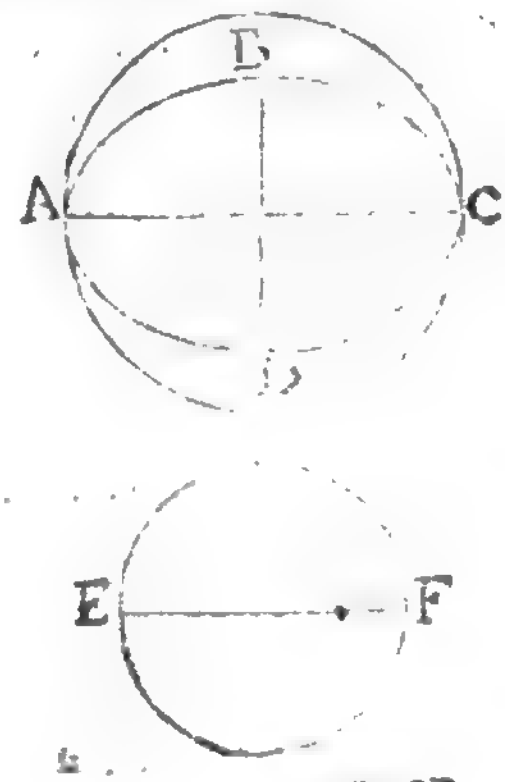




PROPOSITIO VIII.

Ellipsis ad circulum est sicut rectangulum sub ellipsis diametris contentum ad quadratum, quod ex diametro circuli.

ELlipsis esto A B C D, cuius maior diameter A C, minor autem B D, circulus vero quilibet E F cuius diameter E F. Dico quod area ellipsis B D ad circulum E F est sicut rec—lum A C, B D ad qua—tum E F. describatur enim circulus super maiorem diametrum A C; eritque *per præcedentem*, ellipsis B D ad circulum A C, sicut linea B D ad lineam A C, sed circulus A C; ad circulum E F, sicut qua—tum A C ad qua--tum E F: igitur ratio ellipsis B D ad circulum E F cõponetur ex ratione ipsius B D ad A C, & ex dupla ratione A C ad E F; quare componetur ex ratione B D ad E F, & ex ratione A C ad E F: Sed ratio rec—li A C, B D ad qua--tum E F componitur ex ijsdem. ergo ratio ellipsis B D ad circulum E F est sicut ratio rectanguli A C, B D ad qua--tum E F quod erat demonstrandum.



COROL;

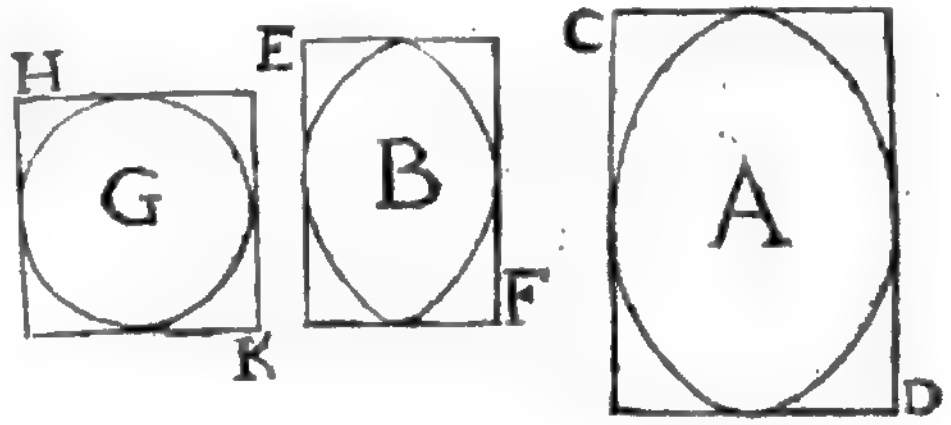
COROLLARIVM.

VNde ſi circuli diameter ſit inter ellipſis diametros media proportionalis; circulus æqualis eſt ellipſi.

PROPOSITIO IX.

Ellipſium areæ ſunt ad inuicem, ſicut rectangula, quæ ſub earum diametris comprænduntur.

SVnto duæ quælibet ellipſes A, & B; ſub ipſius A diametris contentum rec-lum ſit C D; & ſub ipſius B diametris ſit E F. Dico iam quod area ellipſis A ad aream ellipſis B eſt ſicut rec-lum C D ad rec-lum E F. exponatur enim circulus quicunque G, ex cuius diametro qua-tum ſit H K. eritque *per præcedentem*, ellipſis A ad circulum G ſicut rec-lum C D ad qua-tum H K: itemque circulus G ad ellipſim B ſicut qua-tum H K ad rec-lum E F. igitur ex æquali erit iam ellipſis A ad ellipſim B, ſicut rec-lum C D ad rec-lum E F. quod erat demonſtrandum.



COROLLARIVM I.

MAniſeſtum eſt ergo, quod ſimiles ellipſes ſunt ad inuicem ſicut reſpondentium diametrorum quadrata.

COROLLARIVM II.

ELlipſes autem, quarum diametri fuerint in proportione reciproca erunt ad inuicē æquales. quandoquidem huiuſmodi ellipſium rec-la ſub ſingularum diametris comprehenſa æqualia ſunt.

COROLLARIVM III.

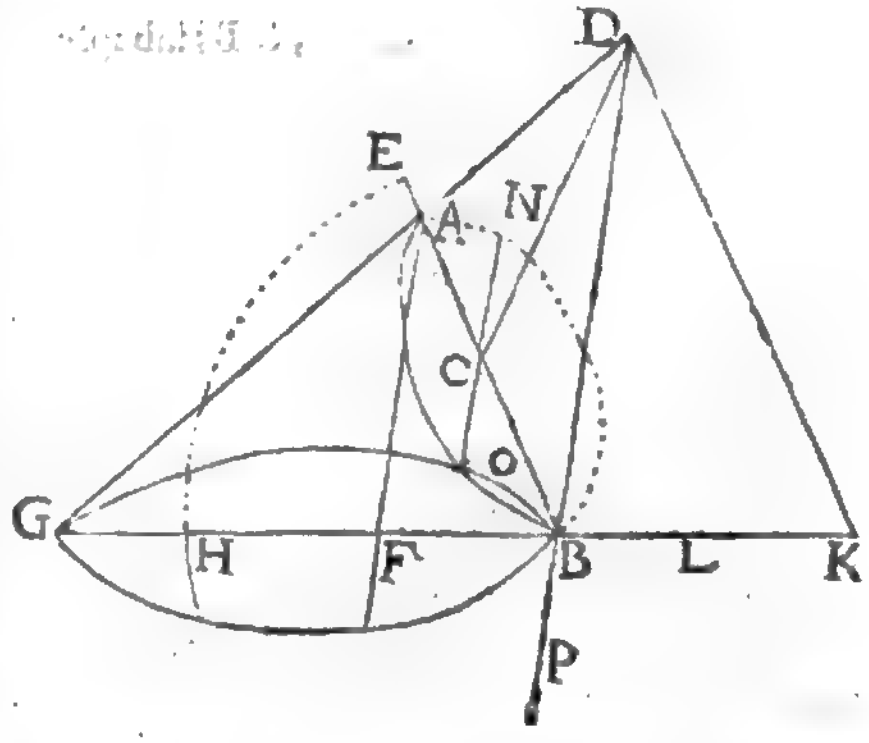
ITem ellipſes, quarum vna diameter vnius vni diametro alterius fuerit æqualis ſunt ad inuicem ſicut reliquæ diametri: quoniam, & ijſdem proportionalia ſunt ellipſium rec-la, idemque de ellipſi, & circulo dicendum.

Digitized by Google

PROPOSITIO X.

Propoſita ellipſi, ac ex eius centro ſuper diametrum maiorem perpendiculari excitata: conus aliquis erit verticem habens terminum excitatæ, & ellipſim talem in ſuperficie conica ſuſcipiens.

ELlipſis eſto cuius minor diameter A B, centrum C, excitata perpendiculariter ad NO diametrum maiorẽ ſit C D: Aio iam quod conos aliquis eſt habens verticem punctum D, & ſuſpiciens in conica ſuperficie ellipſim A B. cõiungantur enim A D, D B, & producta B A ponatur diametro maiori æqualis B E: Item producatur in indefinitum D A G, & ipſi D B æquidiſtas A F; Demum ſuper centro B ad ſpatium B E circuli peripheria deſcribatur, quæ iam ſecabit ipſas A F, A G; vnde poſſibile erit ducere lineam à puncto B ita ſecans productis in punctis F, G, peripheriam vero in puncto H, vt ipſa B H, hoc eſt ipſa B E diametros ſecunda ellipſis ſit media proportionalis inter ipſas B F, B G: ducatur ergo B G, ſuper qua diametro circulus intelligatur cui rectum inſtet triangulum B D G, & conus baſim habens talem circulum, & verticem punctum D. talis ergo conus *per 30. ſexti cónicorũ à nobis additi*, plano propoſitæ ellipſi recto, ſcilicet ad triangulum B D G, exiſtente communi ſectione linea A B ellipſim facit in conica ſuperficie, cuius prima diametros A B, ſecunda vero diametros æqualis lineæ B H; ſiue B E, hoc eſt ipſam eamdem ellipſim propoſitam, quod poſſibile eſſe prædiximus.



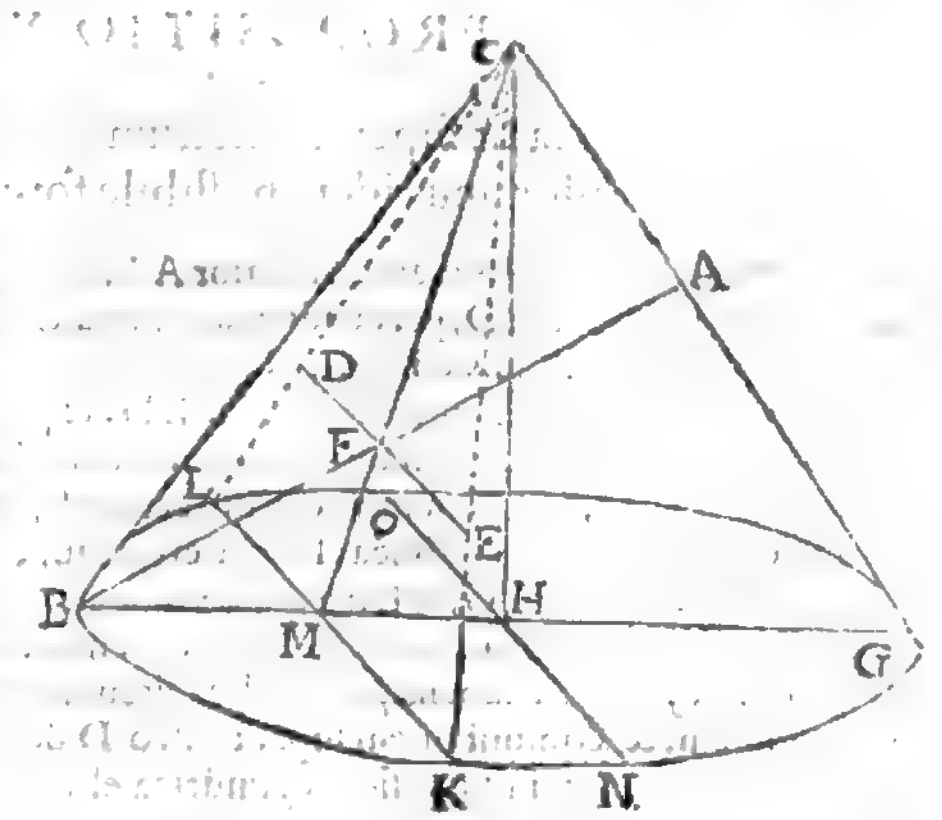
PROPOSITIO XI.

Quod ſi excitata ſit ſuper diametrum minorem perpendicularis; idem poſſibile eſſe demonſtrabitur.

RVrſum ellipſis eſto, cuius diameter maior A B; minor autem D F E: linea F C, perpendicularis ad D F E, non autem ad A B. Aio rurſum quod conus aliquis eſt habens verticem C, atque ſuſcipiens in ſuperficie conica ellipſim A D B E. producantur, fiantque æquales lineæ C A G, C B; & coniuncta B G ſit ei perpendicularis C H. & erecta ſuer planum G K B, cui plano occurrant productę C D L, C E K, C F M, (coſtitutæ iam in vno plano) & coniungãtur puncta L, M, K, quæ ſunt in vna recta; & ſicut eſt rec—lum B M G ad rec—lum B H G ſic ſit qua—tum M K ad qua—tum H N, cui æqualis annectatur H O: & circa diametros B G, N H O deducatur circulus quidem, ſi ipſæ B G, N H O ſint æquales: ellipſis vero ſi inæquales: qui circulus ſiue ellipſis omnino ibit per puncta K, L propter dictam rec—orum proportionem. Itemque ſi circulus ſit G K B ecce iam conus, cuius baſis circulus G K B vertex vero punctum C,

Digitized by Google

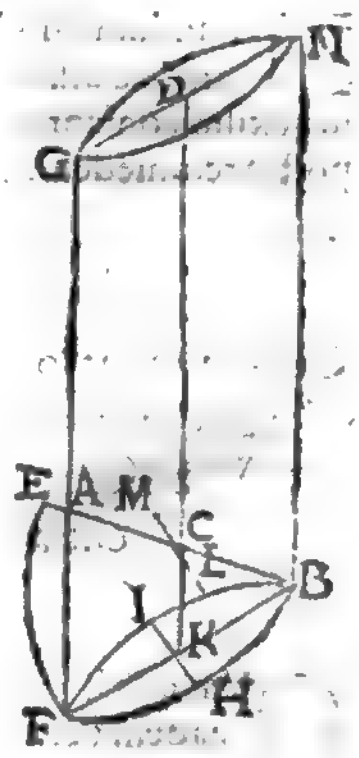
C, qui ſuſcipit ellipſim propoſitam A D B E; quandoquidem extrema diametrorum A B, D E ſunt in ſuperficie conica talis coni. Si autem G K B ſit ellipſis; tunc cum H C ſit ex centro, & ſuper diametrum maiorem perpendiculariter excitata; iam *per præcedentem*, conus aliquis erit ſuſcipiens in ſuperficie conica ellipſim G K B: Et is igitur conus ſuſcipiet ellipſim propoſitam A D B E; quoniam videlicet, & in eius coni ſuperficie conſiſtunt extrema diametrorũ A B, D E. & hoc ipſum poſſibile iam fore propoſuimus.



PROPOSITIO XII.

Propoſita ellipſi, ac ex eius centro ſuper diametrum maiorem perpendiculari excitata, cylindrus aliquis erit habens pro axi excitatam & ellipſim ipſam in ſuperficie cylindrica ſuſcipiens.

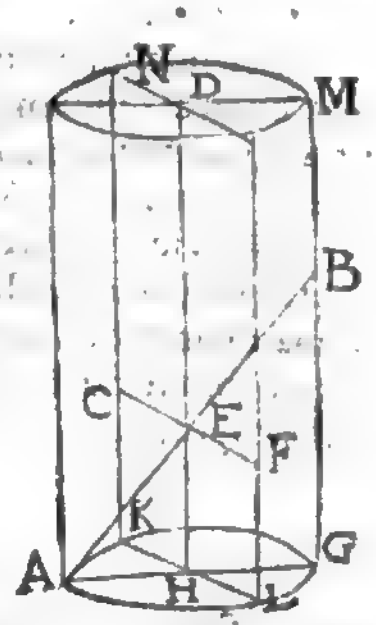
SIt ellipſis, cuius minor diameter A B, centrum C, excitata C D K, perpendicularis ad maiorem diametrum L M, cui æqualis ponatur B E. Aio iam quod cylindrus aliquis eſt axem habens C D, & ſuſcipiens in cylindricam ſuperficiem propoſitam ellipſim A L B M. ducatur enim ipſi C D K æquidiſtans F A G, cui apud F occurrat circuli peripheria E F ſuper centrum B ad ſpatium B E deſcripta, & compleatur parallelogrammum B F G N: & ſuper diametrum B F circulus intelligatur; eique æquidiſtans, & æqualis circulus ſuper centrum D, ac ſemidiametrum D G: quibus quidem circulis erectum inſtet parallelogrammum B F G N. Demum cylindrus fabricetur habens pro baſibus huiuſmodi circulos, axemque C D K lineam per ipſa circulorum centra euntem: Nam talis cylindrus ſectus plano propoſitæ ellipſis A L B M recto ad parallelogrammum B F G N, exiſtente communi ſectione linea A B ellipſim faciet in cylindrica ſuperficie *per 13. libr. prim. Sereni*; cuius prima diametros A B, ſecunda vero diameter L M æqualis cylindricæ baſis diametro ſibi æquidiſtanti H I, hoc eſt B E, ſeu ipſam eamdem ellipſim propoſitam; quod poſſibile futurum diximus.



PROPOSITIO XIII.

Quod si excitata sit super diametrum minorem perpendicularis nihilominus idem possibile fore ostendetur.

RVrsum sit ellipsis cuius diameter maior A B, minor C B F, sese in E centro secantes; excitata autē E D, perpendicularis sit ad C E F, non autem ad A B. Aio rursum quod cylindrus aliquis est habens axem E D, atque suscipiens in superficie cylindrica ellipsim A B; producatur enim E D, & per puncta A, B, C, F ipsi E D æquidistantes, donec, compleantur duo rec—la A G M, L K N seinuicem in rectum secantia; existente communi sectione linea D E H erecta super A G, L K; & circa diametros A G, K L si æquales sunt circulus describatur A K G, si inæquales ellipsis A K G; si enim circulus sit A K G, tūc cylindrus habens pro basibus circulum A K G, eique æqualem, & æquidistantem super centro D descripti, & axem D H suscipit in superficie cylindrica ellipsim A B propositam: quandoquidem extrema diametrorum A B, C F talis ellipseos sunt in cylindrica superficie. Si vero A K G non circulus sit, sed ellipsis, eorum H Π excitata perpendicularis sit super diametrum maiorem ellipsis A K G. iam *per præmissam*, cylindrus aliquis erit habens axim H D, atque suscipiens in superficie cylindrica ellipsim A K G; & is igitur idē cylindrus suscipiet ellipsim propositam A B; quoniam videlicet & in eadem cylindrica superficie continentur lineæ per puncta A, B, C, F ductæ, & axi æquidistantes: & perinde in eadem superficie constituuntur extrema diametrorum propositæ ellipsis.



SCHOLIVM.

NOtandum quod præmissæ quatuor propositiones, quæ ab Archymede obscurissimo, ac difficili processu traduntur, hic multo apertius demonstrantur; atque id auxilio conicorum, ac cylindricorum elementorum, quæ ab Apollonio, & Sereno post Archimedem, copiosius tradita sunt.

PROPOSITIO XIV.

Conorum ratio componitur ex basium inter se, & altitudinum inter se rationibus, vnde coni eiusdem altitudinis sunt ad inuicem, sicut bases: & coni quorum bases æquales, sunt ad inuicem, sicut altitudines: item coni quorum altitudines sunt basibus reciprocæ, sunt inter se æquales.

QVæ *in lib.* 12. *Element. Euclid.* demonstrata sunt, non sunt hic repetenda. immò eadem vera sunt de conis super ellipticas bases constitutis. nam de huiusmodi conis eodem penitus modo demonstrantur, quandoquidem tales coni *per* 10. *&* 11. *precedentes*, sunt segmenta conorum circulares bases habentium.

PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO XV.

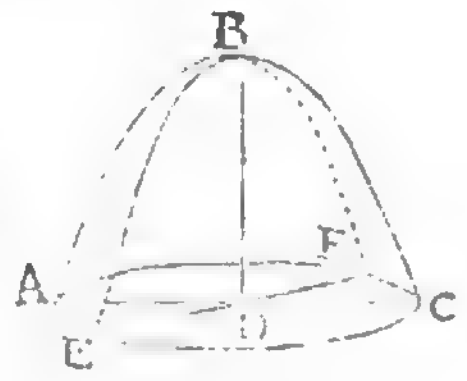
Cylindrus triplus eſt coni baſim eamdem, & idem faſtigium habentis.

ID enim *in duodec. Elementorum ab Euclide*, oſtenſum eſt, & eadem via oſtenditur de cylindris, coniſque ſuper ellipſes conſtitutis, cum *per* 10. *&* 11. *præcedentes*, tales coni ſint fruſta conorum circulares baſes habentium: & tales cylindri *per* 12. *&* 13. *præmiſſas*, ſint cylindrorum circulares baſes habentium fruſta: quamquam ellipticos conos, & cylindros eſſe fruſtra, ſiue abſciſſiones conorum, & cylindrorum circularium demonſtrare non erat neceſſarium ad huius 15. & 14. demonſtrationes, niſi vel hoc ipſum dumtaxat, vt ſciret lector, huiuſmodi ellipticos conos, & cylindros non eſſe iam noua ſolida, quod quiſpiam ſibi perſuadere potuiſſet, ac certa demonſtratione monitus intelligeret, ea eſſe membra conorum & cylindrorum ſuper circulares baſes conſtitutorum, & ab Apollonio, & Sereno diffinitorum.

PROPOSITIO XVI.

Si ſolidum conoides, ſiue illud ſit parabolicum, ſiue hyperbolicum, ſiue ellipticum, plano per axem ducto ſecetur; ſectio facta erit ipſa adem plana figura, hoc eſt ipſa conica, parabole ſcilicet, hyperbole, ſiue ellipſis, quæ axe ſtante, circumlata ſolidum ipſum deſcribit.

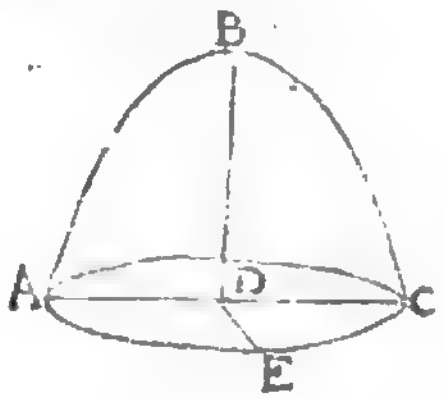
ESto ſolidum conoides ſiue à parabola, ſiue hyperbola, ſiue ellipſi A B C, circum axem B D immotum ſemel circumacta deſcriptum; quod ſecetur plano altero per axem B D ducto; ſitq; facta ſectio E B F. Aio quod ſectio E B F eſt ipſamet, hoc eſt æqualis, & ſimilis ipſi A B C ſectioni ſolidum ipſum deſcribenti, parabole, ſcilicet hyperbole, vel ellipſi: patet. nam cum tam B E F, quam A B C ſectio exiſtat in ſuperficie ſolidi eumdemque axem B D habeat, iam in reuolutione huiuſmodi ſectionum altera congruit, & counitur alteri, ità vt vna eademque fiant.



PROPOSITIO XVII.

Si ſolidum conoides, quodcumque ſit ex tribus prædictis, plano ſecetur ſuper axem erecto; ſectio circulus erit centrum habens in axe.

ESto ſolidum, conoides, quodlibet ex tribus memoratis A B C, cuius axis B D, quod ſecetur plano A E C, cui perpendicularis ſit B D, ſitque facta ſectio A E C. Aio quod A E C ſectio circulus eſt. Nam cum ſolidum A B C deſcribatur *per deſinitionem*, à figura A B C ſuper axem B D fixum circumlata; iam in tali reuolutione, linea D C termino D ſtante, circumferetur, menſurabitque lineas omnes à puncto D in plano ſecãte ad



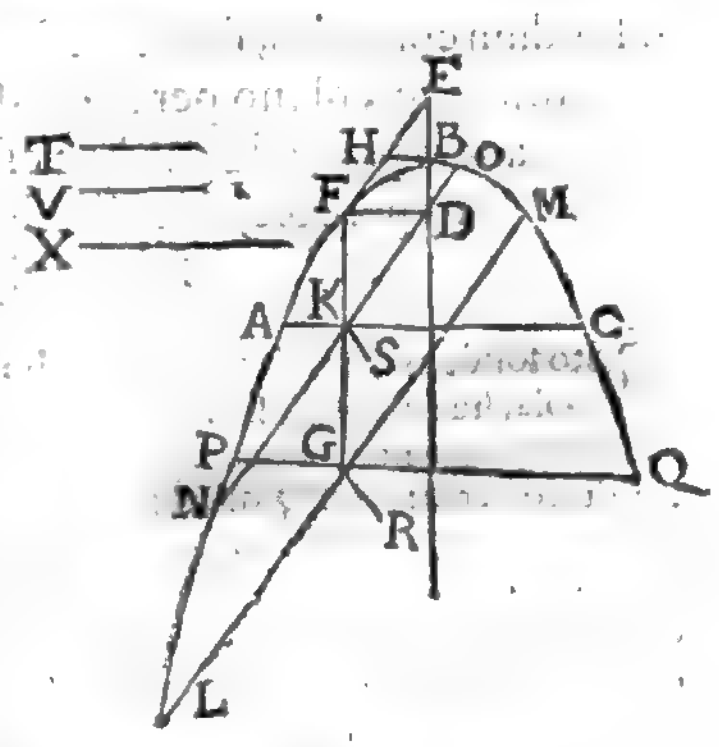
Digitized by Google

te ad ſuperficiem vſque ſolidi eductas: omnes ergo lineæ à puncto D in plano dicto ad peripheriam A E C deductæ, vt puta D A, D E æquales erunt ipſi D C: itaque *per definitionem*, figura A E C circulus erit.

PROPOSITIO XVIII.

Si conoides parabolicum plano ſecetur ad æquidiſtantiam axis ducto; ſectio facta parabole eſt.

SOlidum Conoides eſto deſcriptum à parabola A B C circum axem B D circumductas ſitque axi D B E recta æquidiſtans F G, ſuper quam erigatur planum erectum ſuper planum parabole A B C, & ſecans ſolidum. Aio quod facta ſectio parabole erit, cuius axis F G. ducatur enim F E tangens parabolam A B C apud F; ductæque occurrat B H tangens parabolam apud B verticem; ſumantur, & in linea F G, vtcumque relicta puncta G, K, per quæ ducantur ipſi F E tangenti æquidiſtantes L G M, N K O, eruntque *per 46. primi conic. element.* ipſæ L G M, N K O ordinatę ad diametrum F G, quæ per æqualia ſecabuntur apud G, K puncta: eritque ſicut G F apud F K, ſic qua—tum L G ad qua—tum N K: ducantur itaque per puncta G, K plana ſecantia ſolidum, erectaque ſuper B D axem—, quorum communes ſectiones cum parabola A B G ſint lineæ A C, P Q; eruntque *per præmiſſam*, talium planorum ſectiones in ipſo ſolido circuli, quorũ diametri A C, P Q: communes autem ſectiones eorumdem planorum cum plano erecto ad lineã F G ſint lineæ G R, K S; itaque ſectio facta in ſolido per planum erectum ad lineã F G ibit per puncta F, S, R: & circuli quorum diametri A C, P Q ibunt per puncta S, R; Demonſtrandum igitur eſt quod F S R peripheria eſt parabolæ, hoc pacto. Cum A C, P Q æquidiſtent ipſi B H tangenti, & L M, N O æquidiſtent ipſi F E tangenti. iam *per 17. tertij conicor. elemen.* erit ſicut qua--tũ B H, ad qua—tum H F, ſic rec—lum P G, G Q, hoc eſt qua—tum G R ad qua—tum L G; & ſic etiam rec—lum A K, K C, hoc eſt qua—tum K S ad qua—tum N K; & permutatim ſicut qua—tum G R ad qua—tum K S, ſic quatum L G ad qua—tũ N K; fuit autem ſicut qua—tum L G ad quatum N K, ſic iam G F ad F K. ergo & ſicut G F ad F K, ſic qua--tum G R ad qua—tum K S; quare parabole eſt F S R: ſoli enim parabolæ ineſt ea conditio; eiuſque axis eſt F G. propterea quod plana conoidem ſecantia per K S, & G R ducta perpendicularia ſunt ad planum A B C, & ideo K S, G R recta ſunt ad idem planum A B C, & ideo ad diametrum F K G exiſtente in eodem plano, quod erat demonſtrandum.



PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO XIX.

Quibus demonſtratis oſtendendum eſt, quod recta diameter, ad quã poſſunt ordinatæ in parabola R S F ad diametrum F G, eſt & ipſa recta diameter ad quam poſſunt ordinatæ ad axem B D; hoc modo.

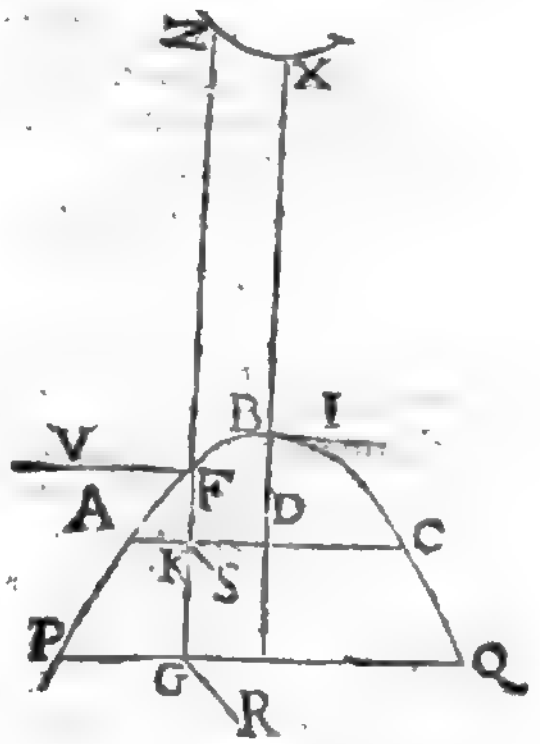
SIt linea T ad quam poſſunt ordinatæ ad axem B D rectas diametros; item recta diametros ad quam poſſunt R G, S K ordinatæ ad diametrum F G ſit linea V; demum recta diametros ad quã poſſunt L G, N K ordinatæ ad diametrum F G. ſit linea X. iam oſtendendum eſt quod T, V lineæ ſunt æquales. Sic, L G poteſt rectan-lum F G, X: item R G poteſt rec-lum F G, V; igitur *per primam ſext. Euclid.* ſicut qua-tum L G ad qua-tum R G ſic X ad V; Sed oſtenſum eſt *in præmiſſa*, quod ſicut qua-tum L G ad qua-tum R G, ſic qua-tum H F ad qua-tum B H, hoc eſt ſicut qua-tum E H ad qua-tum B H (nam *per 35. primi conicor.* ipſe E B, B D æquales, & ideo ipſæ E H, H F æquales;) & *ex quarta huius libelli*, elicitur, quod ſicut qua-tum E H ad qua-tum H B, ſic eſt & eadem X ad T. igitur ſicut X ad T ſic eſt & eadem X ad V: quare ipſæ T, V, lineæ ſunt æquales, quod fuit demonſtrandum.

SCHOLIVM.

NOtandum, quod preſens propoſitio addita fuit ad perfectiorem intelligentiam præcedentis; item ipſa præcedentis demonſtratio, adeò facilis viſa fuit Archymedi, vt ab eo ſit omiſſa: quemadmodum ab eodem, & duarum ſequentium demonſtrationes omiſſæ ſunt. verum multa, quæ illi facilia videbantur, poterant eſſe lectoribus inextricabilia; nedum difficilia demonſtratu. Nobis autem viſum eſt non ſolum hæc, ſed ne 17. quidem, ac 18. præmiſſarum exequutionem (quamquam illæ procul dubio facillimæ ſint) prætermittere, quo nihil à curioſo Lectore deſideraretur.

PROPOSITIO XX.

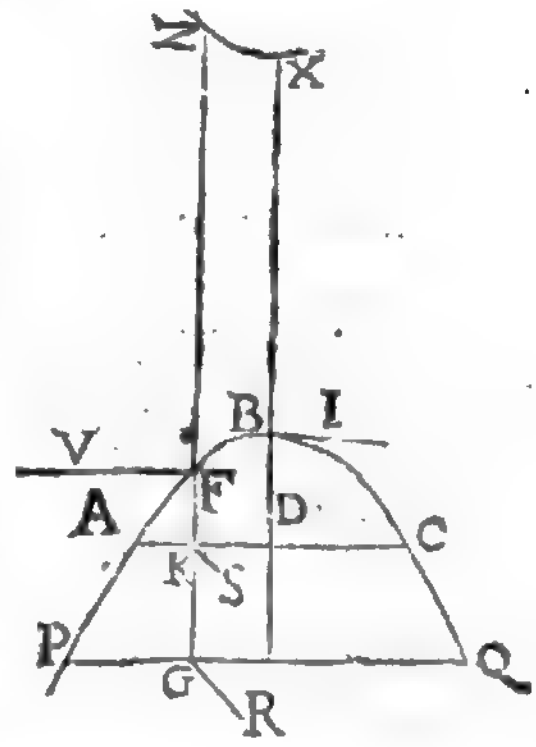
Si conoides hyperbolicum plano ſecetur axi parallelo, vel per centrum hyperboles ſolidum deſcribentis ducto: facta ſectio erit hyperbole.



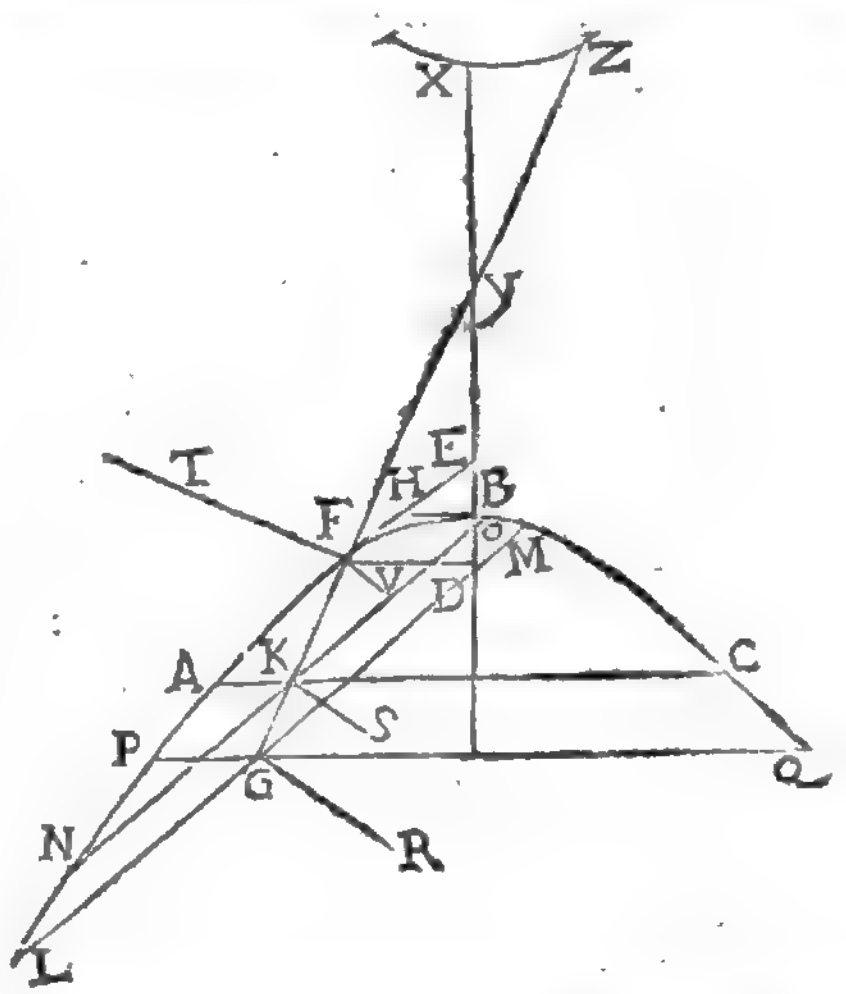
ESto ſolidum Conoides deſcriptum ab hyperbola A B C; cuius axis B D, in quo extra productо, centrum ſit Y (quod quidem centrum ab Archymede vertex coni comprehendentis ſolidum dicitur; qui conus deſcribitur à non tangentibus proximis hyperbole) tranſuerſa diameter hyperbole ſit X B, quæ dicitur præcipua; diameter ex generatione ſit Z F, parallela ipſi B X (in primo caſu,) inter ſectiones oppoſitas A B, & X Z interceptæ, & (in ſecundo caſu) ſingulæ per medium ſecentur in centro Y: productaque (in vtroque caſu) diametro Z F G ſecante hyperbolem apud F erigatur ſuper eam planum erectum ſuper planum hyperboles A B C, & ſecans ſolidum. Aio quod ſectio in ſolido facta

Digitized by Google

facta hyperbole erit, cuius axis Z F G; ducatur enim (in ſecundo caſu) linea F E tangens hyperbolem apud F, & ductæ occurrat B H tangens ſectionem apud B verticẽ. item per relicta pũcta G, K in diametro F G ducantur tangenti F E lineæ æquidiſtantes L G M, N K O, quæ *per 47. primi conic. element.* ordinatæ erunt ad diametrũ F G, & per medium ſectæ apud G, K puncta. ducantur (in vtroque caſu per ipſa G, K puncta plana æquidiſtantia, & ad axem B D erecta; quorum communes ſectiones cum hyperbola A B C ſint lineæ A C, P Q; eruntque *per 17. huius*, talium planorum ſectiones in ſolido circuli quorum diametri A C, P Q; communes autem ſectiones eorumdem planorum cum plano erecto per lineam F G ſint lineæ G R, K S; igitur ſectio facta in ſolido per planum ductum per lineam F G ibit per puncta F, S, R, & circuli prædicti per puncta S, R. Demonſtrandum eſt itaque quod peripheria F S R eſt hyperbole hoc modo.



In primo caſu ducta B I recta diametro ipſius tranſuerſæ B X, quia *per 22. lib: tertij Apollon.* tã rec—lum Z G F ad rec—lum P G Q, ſeu ad qua—tum G R, quam rec—lum Z K F ad rec—lum A K C, ſeu ad qua—tum K S, eamdem rationem habent, quam tranſuerſa diameter X B ad rectam B I. ergo permutando rec—lum Z G F ad rec—lum Z K F eſt ſicut qua—tum G R ad qua—tum K S.



In ſecundo verò caſu cum A C, P Q æquidiſtent ipſi B H tangenti; & L M, N O æquidiſtẽt ipſi F H tãgenti: ideo *per 17. tert. conicor. element.* ſicut qua—tum B H ad qua—tum H F, ſic rec—lũ P G Q, hoc eſt qua—tum G R ad qua—tũ L G; & ſic etiam rec—lum A K, K C, hoc eſt qua—tum K S ad qua—tum N K; & permutatim ſicut qua—tum G R ad qua—tum K S, ſic qua—tum L G ad qua—tum N K, ſed *ex 21. lib: primi Apollon.* rec—lum Z G F ad rec—lũ Z K F eſt ſicut qua—tum L G ad qua—tum N K: ergo qua—tum G R ad qua—tum K S eſt ſicut rec—lum Z G F ad rec—lum Z K F, & ideo ex conuerſa eiuſdem 21. *lib: primi Apollon.* (in primo, & ſecundo caſu) puncta F, S, R in hyperbola erunt, cuius tranſuerſa diameter Z F, quod erat oſtendendum.

PRO-

Digitized by

PROPOSITIO XXI.

Cum his pariter demonſtrandum eſt quod facta hyperbole F S R (in primo caſu) ſimilis eſt ipſi A B C, & (in ſecundo caſu) eamdem habebit tranſuerſam diametrum cum hyperbole L F M: diuerſas tamen rectas diametros.

IN primo caſu fiat Z F ad F V ſicut X B ad B I. Dico F V eſſe rectam diametrum hyperboles F S R: & hyperbole F S R, atque A B C inter ſe ſimiles eſſe; Quia rec-lum Z K F ad qua-tum K S, eſt ſicut X B ad B I (vt in præcedenti propoſitione oſtenſum eſt) ſeu vt Z F ad F V; quare *ex 21. lib. prim. conic. Apollon.* F V erit recta diameter hyperboles F S R: & ſunt trãſuerſæ X B, Z F perpendiculares ad ordinatas D C, K S, & proportionales rectis diametris. B I, & F V. ergo hyperbolæ A B C, F S R ſunt inter ſe ſimiles.

At in ſecundo caſu vtriuſque dictarum hyperbolarum tranſuerſa erit Z Y F. Cum enim *per 50. primi conicor. element:* Z Y F ſit tranſuerſa diameter hyperboles L F M, ſit eiuſdem hyperboles recta diameter F T *per eamdem* 50. *primi conicor.* adinuenta: itaque L G poterit rec-lum G F, F T excedens ſpecie Z F T; & N K poterit rec-lum K F, F T excedens eadem ſpecie. Ponatur ſicut qua-tum L G ad qua-tum G R, ſic F T ad F V; eritque F V recta diameter hyperboles F S R. Quod ſic oſtendo. *Per primam ſext. Euclid.* ſicut F T ad F V, ſic rec-lum G F, F T ad rec-lum G F, F V: item ſicut ſpecies Z F T ad ſpeciem Z F V. igitur *per* 13. *quint. Euclid.* ſicut F T ad F V, ſic rec-lum G F, F T cum exceſſu ſpeciei Z F T ad rec-lum G F, F V cum exceſſu ſpeciei Z F V; ſed F T, ad F V fuit ſicut qua-tum L G ad qua-tum G R: ergo ſicut qua-tum L G ad qua-tum G R, ſic rec-lum G F, F T excedens ſpecie Z F T ad rec-lum G F, F V excedens ſpecie Z F V. æquale autem fuit qua-tum L G ipſi rec-lo G F, F T excedenti ſpecie Z F T; & æquale igitur erit qua-tum G R ipſi rec-lo G F, F V excedenti ſpecie Z F V. Similiter oſtendemus quod qua-tum K S æquale erit ipſi rec-lo K F, F V excedenti ſpecie dicta Z F V: & hoc idem oſtendetur de quacumque ordinata ad diametrum F G in ſectione F S R; itaq; ipſius F S R hyperboles tranſuerſa eſt Z Y F, recta vero diameter, ad quam poſſunt ordinatæ, ipſa F V. quod fuit demonſtrandum.

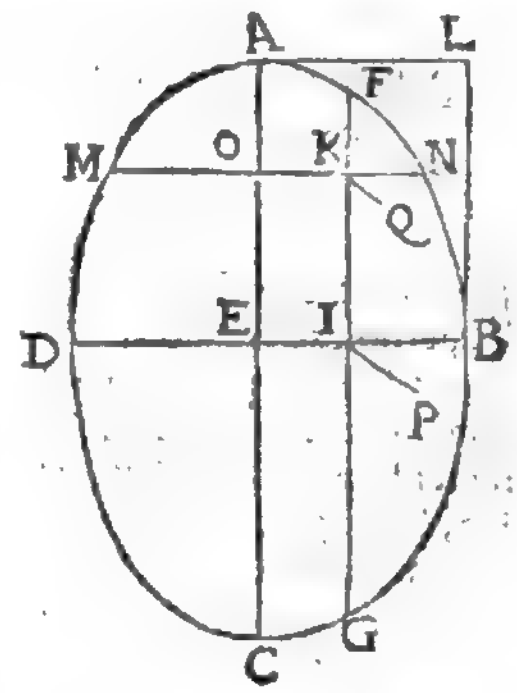
Notandum quod præſens propoſitio adiecta eſt, ſicut & 19. præcedentis vero 20. exequutio ab Archimede omiſſa fuit, tamquam facilis: Sed facilis quidem erat authori, non lectori.

PROPOSITIO XXII.

Si conoides ellipticum plano ſecetur ad æquidiſtantiam axis ducto; ſectio ellipſis erit ei, quæ circumlata ſolidum deſcribit ſimilis.

COnoides ſolidum, ſeu ſphæroides eſto deſcriptum ab ellipſi A B C D ſuper axem A C circumlata deſcriptum; ſitque altera ellipſis diametros B D, centrumque E, in quo per medium ſeſe viciſſim ſecant diametri: ducatur & ipſi A C axi æquidiſtans F G, per quam ducatur planum erectum ſuper planum ellipſis A B C; & ſecans ſolidum. Aio quod ſectio facta ellipſis erit ellipſi A B C ſimilis; nam F G per medium ſecatur à diametro B D, ſecetur in puncto I; aſſumatur & quoduis aliud punctum in diametro F G, quod ſit K, per quod ducatur M K N æquidiſtans ipſi B D, & ſecans ipſam A C apud O, & per B D, M N agantur plana erecta ſuper axem A C ſecantia ſolidum: eruntque ſectiones factæ *per* 17. *huius*, circuli, quorum diametri B D, M N, &

quorum centra E, O: ſintque talium circulorum cum plano ducto per F G communes ſectiones lineæ I P, K Q; itaque ſectio per tale planum in ſolido facta ibit per puncta F, Q, P, G; & circuli dicti per ipſa P, Q puncta tranſibunt. ducantur, & ellipſim A B C tangentes apud A, B puncta lineæ A L, B L, quæ *per conuerſam 17. primi conic. element.* ordinatæ erunt ad axes A C, B D, à quorum extremis educuntur. rectangulum igitur erit quadrilaterũ A E B L, ergo propter æquidiſtantiam linearum, iam *per 17. tertij conic.* fiet ſicut qua--tum A L ad qua--tum L B, hoc eſt ſicut qua--tum B E ad qua--tum E A, ſic iam rec--lum D I B, hoc eſt qua--tum P I, ad qua--tum I G. ecce igitur diametri ellipſis A B C D proportionales ſunt diametris ellipſis F P G, hoc eſt ſicut B E ad E A, ſic iam P I ad I G, item ſicut qua--tum A L ad qua--tum L B, ſic rec--lum M K N hoc eſt qua--tum Q K ad rec--lum G K F; & perinde ſicut qua--tum P I ad qua--tum I G: & ſimiliter quod oſtenſum eſt de ordinata K Q ad diametrum F G, oſtendetur idem de quauis alia in ſectione F P G ad diametrũ F G ordinata. ellipſis igitur eſt F P G, & ipſi A B C ellipſi ſimilis. quod erat demonſtrandum. Cuius quidem diametri F G, P I, centrumque I.



Et præſentis quoque demonſtrationis exequutio tamquam facilis ab Archimede fuerat omiſſa.

COROLLARIVM.

HInc ergo manifeſtum eſt, quod ſi conoides ellipticum ſecetur duobus planis parallelis ad æquidiſtantiam axis, factæ ſectiones erunt ellipſes ei, quæ circumlata ſolidum deſcribit, & ſibi inuicem ſimiles.

PROPOSITIO XXIII.

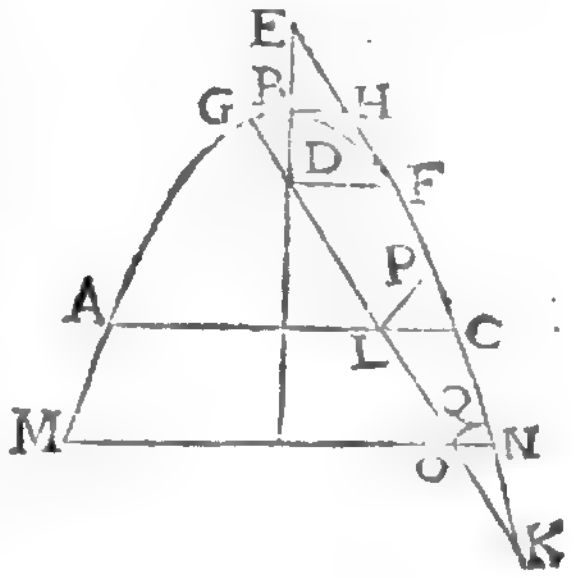
Si conoides parabolicum plano ſecetur obliquo ad axem, & circumquaque coincidente curuæ ſolidi ſuperficiei; facta ſectio ellipſis erit; cuius maior diameter erit linea quæ communis ſectio eſt plani ſecantis, cum parabola deſcribente ſolidum, ſuper quam ſecans planum erectum ſtat.

ESto ſolidum Conoides deſcriptum à parabola A B C ſuper axem B D circumlata; in qua linea deducatur G K oblique ſecans axem; & ſuper G K erigatur planum erectum ſuper planum A B C, & ſolidum ipſum ſecans. Aio quod facta in ſolido ſectio erit ellipſis, cuius maior diameter eſt ipſa G K: ducatur enim ipſi G K æquidiſtans F E tangens parabolam in puncto F, & axi occurrens apud E, cui tangenti coincidat item B H tangens parabolam apud B verticem. Secetur G K per medium apud L, & in eadem G K punctum vtcumque relictum O; & ducantur ad rectos axi A L C, M O N lineæ, ſuper quas plana ad axem erecta ſolidum ſecent: eruntque *per 17. huius*, factæ ſectiones circuli, quorum diametri A C, M N, quorum circulorum communes ſectiones cum plano per G K ducto ſint lineæ L P, O Q; itaque peripheria factæ

ſectio-

Digitized by Google

ſectionis ibit per puncta G, P, Q, K; & circuli dicti per ipſa P, Q puncta. quibus peractis, facile aſtruitur propoſitum. nam *per 17. tertij conic. element.* ſicut eſt qua—tum B H ad qua—tum H F, hoc eſt ſicut qua—tum B H ad qua—tum E H (nam *per 35. prim. conic.* ipſæ B D, E B, & perinde ipſæ H F, E H ſunt æquales) ſic eſt iam rec—lum A L C, hoc eſt qua—tum P L ad qua—tum K L, item ſic rec—lum M O N, hoc eſt qua—tum O Q ad rec—lum G O K. itaque ſi ponatur ellipſis maior diameter G K, minor autem ſemidiameter P L, iam ipſa O, Q erit ordinata in peripheria talis ellipſis ad diametrum G K. & ſimiliter oſtendemus, quod ſicut qua—tum O Q ad rec—lum G O K ſeruat proportionem qua—ti P L ad qua—tum K L, ſic omnis alia ad diametrũ G K ordinata ſeruabit potentialiter ad contentum ſub factis diametri portionibus eamdem rationẽ. ellipſis igitur eſt G P Q K facta ſectio in ſolido conoide parabolico, cuius diametri G K, P L, & hoc fuit demonſtrandum.



COROLLARIVM.

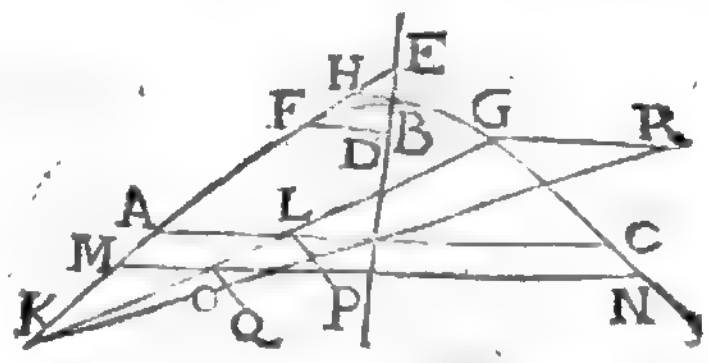
ET manifeſtum eſt præterea, quod ſi ſolidum parabolicum duabus æquidiſtantibus planis modo prædicto ſecetur: factæ ſectiones eruo' ellipſes inter ſe ſimiles.

Namque talium ellipſium diametri minores ad maiores potentialiter ſequentur proportionem lineæ B H, ad lineam H F, & perinde proportionales erunt, & ideo ſectiones ipſæ ſimiles.

PROPOSITIO XXIV.

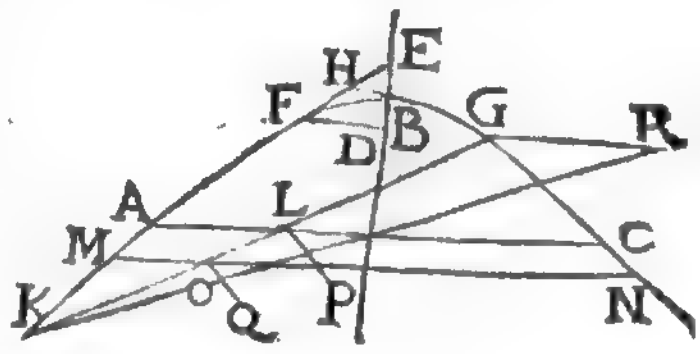
Si conoides hyperbolicum plano ſecetur obliquo ad axem, & circumquaque coincidente curuæ ſolidi ſuperficiei; facta ſectio ellipſis erit; cuius maior diameter erit linea, quæ communis ſectio eſt plani ſecantis cum hyperbola deſcribente ſolidum ipſum.

ESto ſolidum conoides deſcriptum ab hyperbola A B C ſuper axem B D circumuoluta; in qua linea ducatur G K obliquè ſecans axem, & ſuper G K erigatur planum erectum ſuper planum A B C, & ſolidum ipſum ſecans. Aio quod facta in ſolido ſectio erit ellipſis, cuius maior diameter eſt ipſa G K. ducatur enim linea F E ipſi G K æquidiſtans, & in puncto F tangens hyperbolem, axique occurrens apud E: cui coincidat item B H tangens hyperbolem apud B verticem. ſecetur G K per æqualia apud L, & in eadem G K punctum vtcumque capiatur O, & ducantur ad rectos axi A L C, M O N lineæ, ſuper quas plana ad axem erecta ſolidum ſecent; eruntque *per* 17. *huius*, factæ ſectiones circuli; quorum diametri A C, M N, circulorum autem cum plano per G K ducto communes ſectiones ſint lineæ L P, O Q: itaque peripheria fa-



 ctæ

ctæ sectionis ibit per puncta G, P, Q, K; & circuli per ipsa P, Q puncta: quibus completis, sicut in præmissa præcepimus: quia *per 17. tert. conic. element.* sicut est qua--- tum B H ad qua-- tum H F, sic est iam rec---lum A L C, hoc est qua---tum P L ad qua---tum K L: item & sic rec---lum M O N, hoc est qua---ta O Q ad rec---lum G O K; & est minor L P quam K L (quoniam minor B H, quam H F: quandoquidem *per 36. primi conic.* B D maior, quam B E, & ob id F H maior quam H E) & H E maior quam B H: itaque si ponatur ellipsis maior diameter G K, minor autem semidiameter P L: iam ipsa O Q erit ordinata à peripheria talis ellipsis ad diametrum G K, & similiter ostendemus quod sicut qua---tum O Q ad rec---lum G O K seruat proportionem qua---ti P L ad qua---tum K L, sic & omnis alia à peripheria factæ sectionis ad diametrum G K ordinata seruabit potentialiter ad contentum sub factis diametri portionibus eamdem rationem. ellipsis ergo est G P Q K facta sectio in solido conoide hyperbolico, cuius diametri G K, P L. Quod fuit demonstrandum.



COROLLARIVM.

VNde, & hic similiter constat, quod si solidum hyperboles duobus parallelis planis modo prædicto secetur: factæ sectiones erunt ellipses inter se similes.

Earum enim diametri maiores minoribus proportionales erunt, quandoquidem linearum tangentium, qnibus æquidistant, propoportionem sequentur, *per 17. tert. conicorum.*

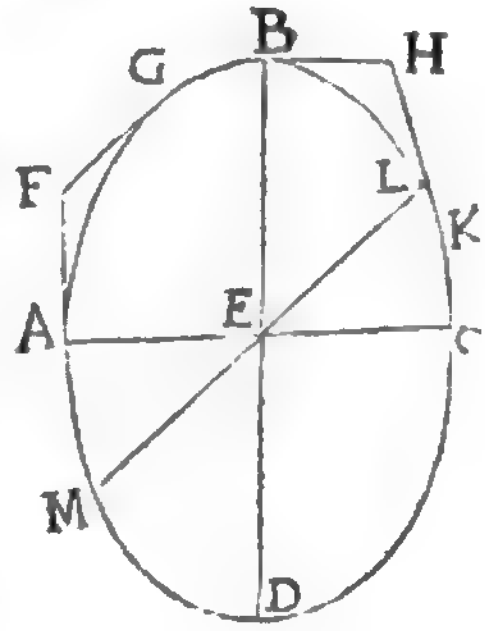
SCHOLIVM.

NOtandum tam in hac, quam in præcedenti descriptione, si per G punctum agatur linea æquidistans ipsi B H, quæ sit G R per punctum verò K æquidistans ipsi B F, quæ sit K R apud R concurrentes: tunc G R erit minor diameter ellipsis G K.

Namque triangulum K G R simile erit trian---lo F H B propter æquidistantiam laterum correlatiuorum, & ideo fiet sicut K G ad G R sic F H ad H B: Sed ostensum est, quod sicut F H ad H B, sic K L ad L P, & tota diameter K G ad duplum L P. totam scilicet diametrum minorem. igitur, sicut K G ad diametrum minorem, sic K G ad G R: quare G R æqualis diametro minori; quod est propositum.

PROPOSITIO XXV.

Quę tangit ellipsim apud extremum diametri minoris linea maior est tangente, quæ sibi coincidit: quæ verò apud extremum diametri maioris minor.



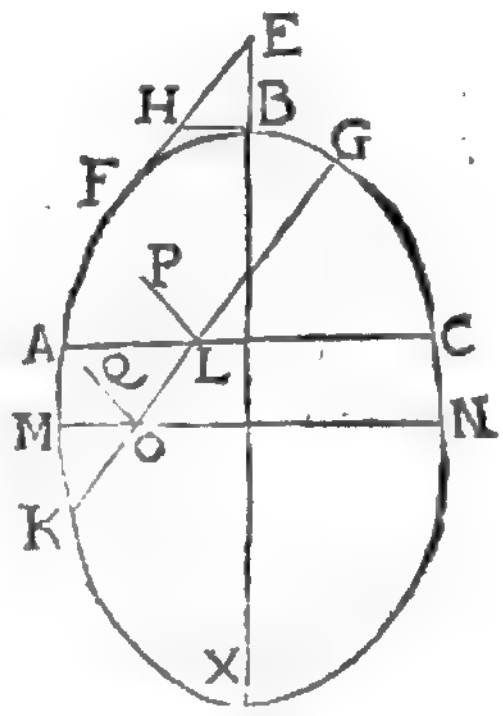
ELlipsis esto A B C D, cuius diameter minor A C, maior vero B D se vicissim secantes apud E centrum, sintque duæ tangentes A F, F G; & puncta contactuum sint A, G. Item duæ tangentes B H, H K, & pun-

puncta contactuum B, K. Oſtendendum eſt, quod A F, quæ apud A extremum diametri minoris tangit, maior eſt ipſa F G tangente ſibi contermina: itemque B H, quæ apud B extremum diametri maioris tangit ſectionem, minor eſt ipſa H K tangente ſibi contermina: ſic ducatur L M E diameter ipſi F G æquidiſtans: & quoniam B D ipſi A F æquidiſtat: ideo *per* 17. *tertij conic. element.* erit ſicut qua---tum B E ad qua---tum E L, ſic qua---tum A F ad qua---tum F G, & lineæ ad lineas; ſed maior B E, quã E L, ergo eſt maior A F, quam F G: ſimiliter ſi L E M diameter intelligatur æquidiſtans ipſi H K: oſtendemus, quod erit C E ad E L, ſicut B H ad H K, cumque C E ſit minor quam E L; erit & B H minor, quam H K. quod eſt propoſitum.

PROPOSITIO XXVI.

Si ſphæroides ob longum plano ſecetur obliquo ad axem, facta ſectio ellipſis erit, cuius maior diameter erit communis ſectio plani ſecantis cum ellipſi deſcriptice ſolidi, ſuper quam planum ſecans ſtat erectum.

SIt ſphæroides ob longum ab ellipſi A B C ſuper axem B X maiorem circumlata, deſcriptum; quod & ſolidum ellipticum dicitur, in qua ducatur linea G K obliqua ad axem B X, ſuper quam ducatur planum erectum ſuper ellipſim A B C, & ſecans ſolidum. Aio quod facta in ſolido ſectio erit ellipſis; cuius maior diameter G K. Ducatur enim linea F E ipſi G K æquidiſtans, & in puncto F tangens ellipſim; axique producto coincidens apud E; cui occurrat apud B verticem tangens ellipſim linea B H; ſecetur & G K per medium apud L; & in eadem punctum vt cumq; capiatur O: & ducantur ad rectos axi A L C, M O N lineæ ſuper quas plana ad axem erecta ſolidum ſecent: eruntque *per* 17. *huius*, factæ ſectiones circuli; quorum diametri A C, M N: circulorum autem cum plano per G K ducto communes ſectiones ſint rectæ L P, O Q: itaque peripheria factæ ſectionis ibit per puncta G, P, Q, K: & circuli per ipſa P, Q puncta, quibus peractis non aliter quam *in* 23. & 24. *huius*, oſtendimus, quod qua---tum P L ad qua---tum L K eſt ſicut qua---tum B H ad qua---tum H F: cumque *per præcedentem*, B H ſit minor quam H F, erit & P L minor, quam L K: & quod ſicut qua---tum P L ad qua---tum L K, ſic qua---tum O Q ad rectangulum G O K. idemq; oſtendimus de omni alia ordinata in facta ſectione ad diametrum G K: quare conſtabit ſimiliter factam ſectionem in ſolido à plano per G K ducto ellipſim eſſe eiuſque maiorem diametrum eſſe G K, minorem vero ſemidiametrum P L, quod eſt demonſtrandum.



COROLLARIVM.

NEc ſecus quam in 23, & 24 manifeſtum eſt, quod ſi ſphæroides ob longum duobus parallelis planis modo prædicto ſecetur, factæ ſectiones erunt ſimiles ellipſes cum earum diametri proportionem tangentium, quibus æquidiſtant, ſequantur.

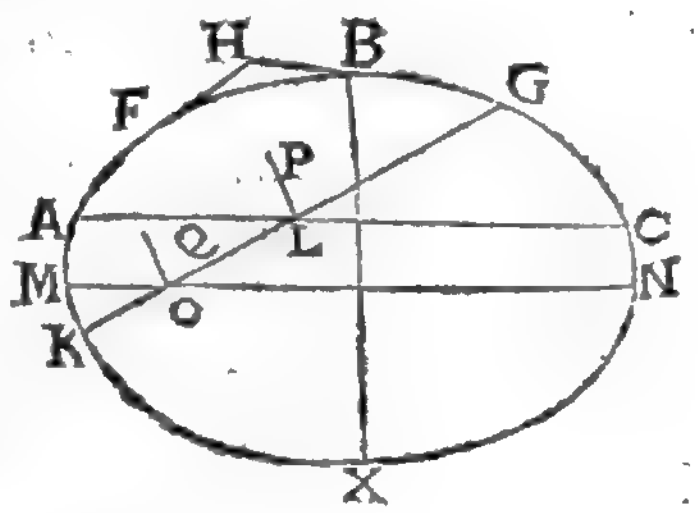
PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO XXVII.

Si ſphæroides compreſſum plano ſecẽtur obliquo ad axem; facta ſectio ellipſis erit, cuius minor diameter erit communis ſectio plani ſecantis cum ellipſi deſcribente ſolidum, ſuper quam planum ſecans ſtat erectum.

HVius propoſitionis deſcriptio, & demonſtratio vſque quaque ſimilis eſt præcedenti hoc excepto, quod ellipſis A B C ſolidum ſphæroides deſcribens circumferatur ſuper axem minorem B X; quodque cum *per* 25. *huius*, tangens B H ſit maior tangente H F, iam & ſemidiametер P L maior erit ſemidiametro L K. vnde G K erit minor diameter ellipſis G P Q K: in ſolido tali à plano per G K producto factæ, quemadmodum infert propoſitio.



COROLLARIVM.

QVare & illud hic, quod in præmiſſa infertur, quod ſi ſphæroides depreſſum, geminis predicto modo ductis parallelis planis, ſecetur, factæ ſectiones erunt ellipſes ſimiles, prædicta ratione.

PROPOSITIO XXVIII.

Si ſphæroides compreſſum plano ſecetur ad æquidiſtantiam axis ducto, ſectio ellipſis erit ei, quæ circum axem reuoluta ſolidum deſcribit ſimilis.

HVius propoſitionis deſcriptio, & demonſtratio eſt eadem, quæ 22. huius hoc excepto, quod ibi agitur de quocumque ſphæroide, ſiue oblongo, ſiue compreſſo: hic de compreſſo tantum.

SCHOLIVM.

PORrò ea quorum demonſtrationem omiſit Archimedes, non ſine labore nos demonſtrauimus ipſe autem demonſtrare neglexit, non tam quia facilis erat demonſtratio cum ſæpe multo faciliora, atque conceſſibilia etiam principia demonſtret: quæ quia minus neceſſaria erant ad ſolidorum propoſitiones demonſtrandas, ad quod author præcipue incedit, & quo tamquam ad ſcopum, arcum dirigit.

AR-

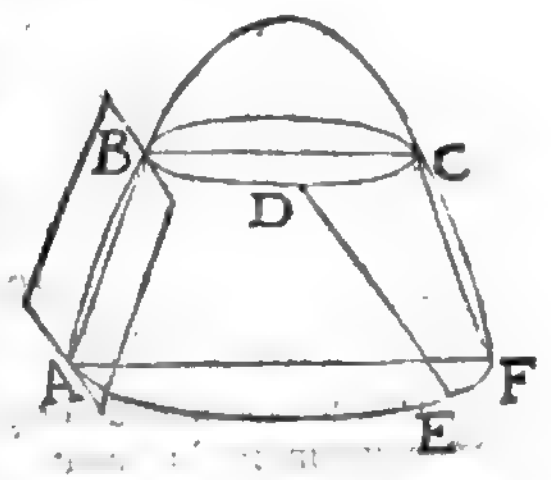
Digitized by Goo

ARCHIMEDIS
DE CONOIDIBVS, ET SPHÆROIDIBVS FIGVRIS INVENTORVM.
LIBER SECVNDVS.
EX TRADITIONE MAVROLICI

PROPOSITIO I.

Si In ſuperficie cuiuslibet ſolidi Conoidis duo puncta, vtcumque ſignentur; linea recta, quæ puncta connectit, intra ſolidi ſuperficiem cadit.

ESto ſolidum Conoides A B C, in cuius ſuperficie ſignentur duo puncta, vt puta A, B. Aio quod A B, recta cadit intra ſuperficiem ſolidi: Ducatur enim planum per A, B puncta ſecans ſolidum; & ſi facta ſectio ſit aliqua ex conicis ſectionibus vt oſtenſum fuit in præmiſſo libello: Iam tunc recta linea A B, *per decimam primi conicor. element.* cadet intra peripheriam ſectionis, & perinde intra ſuperficiem ſolidi, ſint autem & puncta D, E, quæ non ſint in aliqua peripheria ſectionis conicæ; & ducatur D E recta. Aio quod etiam D E recta intra ſuperficiem ſolidi cadet. ducantur enim per D, E puncta plana æquidiſtantia ad axim ſolidi erecta: eruntque *per 17. præmiſſi*, factæ ſectiones circuli qui ſint A E F; B D C. ſecetur & ſolidum plano per axem, eritque *per 16. præmiſſi*, facta ſectio ipſa, quæ ſolidum deſcribit. Eſto A B C. & ducatur recta A B; quæ vt oſtenſum eſt intra ſectionem cadit; Itaque in circulatione ſectionis A B C, deſcribentes ſolidum recta A B, circulata conicam ſuperficiem quæ intra ſolidi ſuperficiem eſt, deſcribit. verum recta linea D E. *per 2. primi conicorum element.* cadit intra talem ſuperficiem conicam: & multò magis intra ſuperficiem ſolidi cadet. Quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO II.

Si planum tangat quodlibet ſolidum Conoides, non ſecans: In vno ſolum puncto tanget.

TAngat enim ſi poſſibile eſt in duobus punctis, vt puta A, B, & coniungatur recta A B, cum itaque puncta A, B ſint in ſuperficie ſolidi. Iam per præcedentem, recta A B. cadet intra ſuperficiem ſolidi. itaque cum talis recta ſit in plano tangente, pars plani cadet intra ſuperficiem ſolidi. igitur planũ ſecat, non tangit ſolidum. Quod eſt contra hypotheſim. In vno ergo tantum puncto fit contactus.

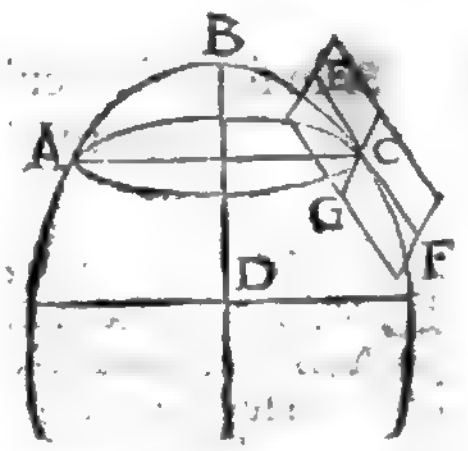
PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO III.

Plano quopiam ſolidum Conoides tangente, ſi planum aliud per axem ſolidi, perque punctum contactus ducatur, id rectum erit ſuper tangente plano.

SOlidum Conoides A B C. cuius axis B D: tangatur à plano quopiam, fiet autem contactus in puncto *per precedentem*: quod punctum ſit C; Ducatur per axem B D, perquè punctum C planum A B C. Aio quod planum A B C rectum eſt ad ipſum tangens planum. Sit enim plani A B C, quod per axem, planique tangentis apud C communis ſectio recta linea E C F. Item per punctum contactus C ducatur planum rectum ad axem B D, eritque *per 17. premiſſi*, facta ſectio, circulus A C, cuius diameter A C, ſit autem huius plani cum plano tangente communis ſectio recta C G, quæ vtique cum ſit in plano tangente cadet extra ſuperficiem ſolidi, & perinde extra circulum A C in tali ſuperficie exiſtentem. Igitur C G recta tangit circulum A C apud C extremum diametrum; perpendiculatis eſt igitur G C linea ſuper A G lineam. Sed A C linea communis ſectio eſt circuli cum plano A B C: ergo G C perpendicularis eſt ſuper planum A B C: quare planum tangens E G F in quo ipſa G C *per 18. vndecimi Euclidis*, rectum erit plano A B C per axim B D, tactumque C ducto. Quod erat Demonſtrandum.



PROPOSITIO IV.

Quod ſi per axem planum ducatur rectum quidem ſuper tangenti plano ductum, ibit per punctum contactus.

NAmque in eadem deſcriptione, ſi planum per axem, & erectum ſuper tangenti plano minimè incedat per punctum contactus; ducatur per axem aliud planum, perquè ipſum contactus punctum: ecce igitur planum *per precedentem*, erit rectum ſuper tangenti plano. duo igitur plana ſe inuicem ſecantia ſuper axem erecta erunt eidem plano tangenti quod eſt impoſſibile, oportet enim *per 19. vndecimi Euclidis*, ipſam B D communem planorum ſectionem eſſe perpendicularem tangenti plano; quod eſt impoſſibile, quandoquidem punctum contactus eſt aliud quam B, vertex ſolidi; omninò igitur planum per axem, & rectum ſuper tangenti plano, it per punctum contactus, quod eſt propoſitum.

SCHOLIVM.

QVando autem punctum contactus eſt ipſæ B vertex ſolidi; tunc axis B D rectus eſt ad tangens planum: namque omnes lineæ, quæ ſunt communes ſectiones plani tangentis, cum quotlibet ex planis per axem eunt per punctum B ad rectos ipſi B D; tangunt enim ſectionem A B C, & alias factas à planis per axem. itaque quando punctum contactus eſt B vertex, tunc omne planum per axem neceſſario it per punctum contactus, & eſt rectum ſuper planum tangens; & ideo in tali caſu non vſu-

Digitized by Google

vſumeniunt hæ duæ propoſitiones, quippe quæ ſupponunt ipſum contactus punctum extra axem: licet itaque inferre corollaria iſtæc.

COROLLARIVM I.

MAnifeſtum enim fit ex his, quod plano ſolidũ Conoides tangente in extremo axis, hoc eſt apud verticem omne planum, quod per axem ducitur rectum eſt plano tangenti.

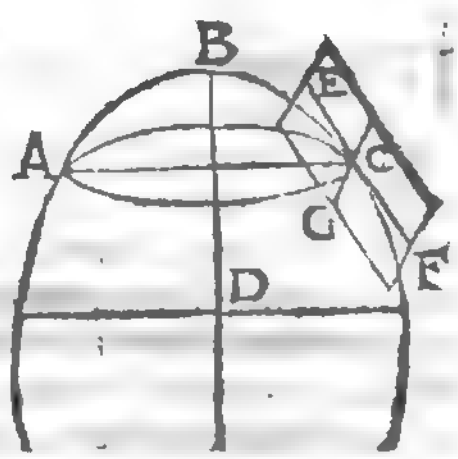
COROLLARIVM II.

ITem axis ſolidi Conoidis nulli planorum tangentium ſolidum rectus eſt, niſi ſoli in ipſo extremo axis, hoc eſt apud verticem tangenti.

PROPOSITIO V.

Iiſdem ſuppoſitis, ſi per lineam, quæ tangit ſectionem factam à plano per axem ducatur planum rectum plano per axem: ductum planum tanget ſolidum in eo puncto, in quo prædicta linea tangit ſectionem.

IN eadem enim deſcriptione, facta ſectio à plano per axem ſolidi ducto, eſt ipſa A B C, linea tangens eam ſectionem eſt E C F, quandoquidem in plano tangenti apud C, conſtituta extra ſolidi ſuperficiem, & perinde extra ſectionem A B C cadit: punctum quoq; contactus C. dico itaque, quod planum ductum per E C F rectum ſuper plano A B C tangit ſolidum in ipſo C puncto; ſecus enim ſit aliud planum tangens ſolidum apud C punctum: itaq; planum A B C per axem *per tertiam præcedentem* rectum erit plano tangenti; ſed & idem per hypotheſim, rectum eſt plano per E C F. igitur *per decimam nonam 11.* communis ſectio plani tangentis, & plani per E C F perpẽdicularis erit ſuper planum A B C: erit ergo talis communis ſectio linea G C, quippe quæ per C commune punctum planis incedit, & ſuper A B C planum perpendicularis eſt. igitur tangens planum ducitur per G C lineam; & perinde ſecat ipſum A B C planum, & communis ſectio ibit per C pũctum: quare *per 32. primi conic.* cadet intra ſectionem A B C, cum linea E C F tangat ſectionem; & ideo planum, quod tangere ſupponebatur, ſecabit ſectionem; quod eſt abſurdum; nullum igitur planum ductum per E C F lineam niſi rectũ plano A B C tangit in ipſo C puncto ſolidum. quod fuit demonſtrandum.

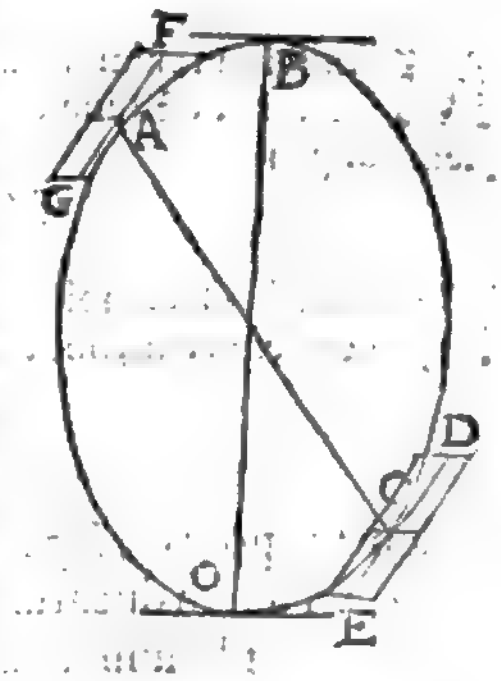


PROPOSITIO VI.

Si ſphæroidem figuram duo plana æquidiſtantia tangant; linea, quæ contactuum puncta coniungit, per centrum ſphæroidis incedit.

SPhæroidem figuram, hoc eſt ſphæroides ſolidum A B C tangant duo plana æquidiſtantia in punctis A, C; & coniungatur linea recta A C. Aio, quod A C linea per centrum ſphæroides incedit. ponatur enim primo vnum punctorũ contactuum,

vt puta B in extremo axis ſolidi, & tunc *per ſecundum corollarium præcedentis*, axis perpendicularis erit plano tangenti apud B: ſed planum iſtud æquidiſtat plano tangẽti apud O. ergo *per decimam quartam* 11. *Eucl.* axis perpendicularis erit, & plano tangenti apud O; ſed *per dictum corollar.* axis nulli tangentium planorum perpendicularis eſt, niſi plano apud extremum axis tãgenti. igitur planum tangens apud O, apud extremum axis tangit. extremum axis coniuncta axis eſt, & ideo per centrum ſolidi incedit; quod eſt propoſitum. ſed ponatur A contactus non in extremo axis: & tunc ducatur per axem ſolidi, & per contactum A planum A B C; eritque *per decim. ſex. præced. libelli*, facta ſectio ellipſis, quæ ſit A B C, planumque ductum *per 3. huius*, rectum erit plano tangenti apud A: quare, & rectum erit plano tangenti apud C. (quoniam tangentia plana ſupponuntur æquidiſtare) & ideo *per 4. huius* ibit per ipſum C contactus punctum; item plani ducti, cum planis tangentibus communes ſectiones ſint lineæ D C E, F A G, quæ *per decim. ſex.* 11. *Eucl.* æquidiſtantes erunt: & quoniam conſtitutæ ſunt in planis tangentibus, ideo extra ſuperficiem ſolidi; & perinde extra ellipſim A B C cadent, ipſam A B C ellipſim in punctis A, C tangent. igitur A C linea contactus iungens *per vigeſ. ſept.* 2. *conic. element.* ibit per centrum ellipſis A B C, hoc eſt per mediũ axis in ea ellipſi exiſtentis, per ipſum videlicet ſolidi A B C centrum: ſicut proponebatur demonſtrandum.



SCHOLIVM.

PLana, quæ tangunt figuram ſphæroidem hinc, & inde in extremis lineæ per ſolidi centrum ductæ, ſunt æquidiſtantia.

In eadem enim deſcriptione, ſi linea per centrum ſolidi ducta ſit axis ipſe ſolidi; tunc *per 2. corollar. quar. huius*, perpendicularis eſt axis vtrique tangentium planorum: quare *per 14. vndec. Eucl.* æquidiſtantia ſunt tangentia plana. ſi autem linea per centrum ſolidi ducta ſit alia, quam axis: tunc quoniam linea ducta axis, & puncta contactuum ſunt in eodem plano: ideo *per 3. huius*, tale planum rectum erit vtrique tangentium planorum: quamobrem neceſſe eſt plana ipſa tangentia eſſe æquidiſtantia. Quoderat demonſtrandum.

PROPOSITIO VII.

Si ſphæroides ſolidum plano per centrum ducto ſecetur: factorum ſegmentorum tam ſolida, quam ſuperficies ſunt adinuicem æquales.

NAm ſiue ſecans planum incedat per axem ſiue axi ſit rectum, vtiq; figura ſphæroides ſecatur in duo ſolida ſibi inuicem ſimilia, & æqualia; ita vt alterum alteri coaptatum toti tam in ſoliditate, quam in ſuperficie congruat: vnde quoniam, quæ congruunt ſunt *per communem conceptum* æqualia, iam vt ſoliditates huiuſmodi, & ſuperficies æquales erunt; ſed id idem ſequitur quocumq; modo ſphæroides plano ſcindatur, modo planum per ſolidi centrum incedat. fient enim duo ſegmenta inter ſe ſimilia, & æqualia, ita vt coaptata congruant. vel quemadmodum facit Archimedes altera figura ſphæroides ſimilis, & æqualis propoſitæ figuræ ſimiliter plano producto ſecetur; ita vt facta ſegmenta in hoc ſint æqualia, & ſimilia factis in illo ſegmentis, vtrumque vtrique; vnde per geminam ſolidorum coaptationem commutatis

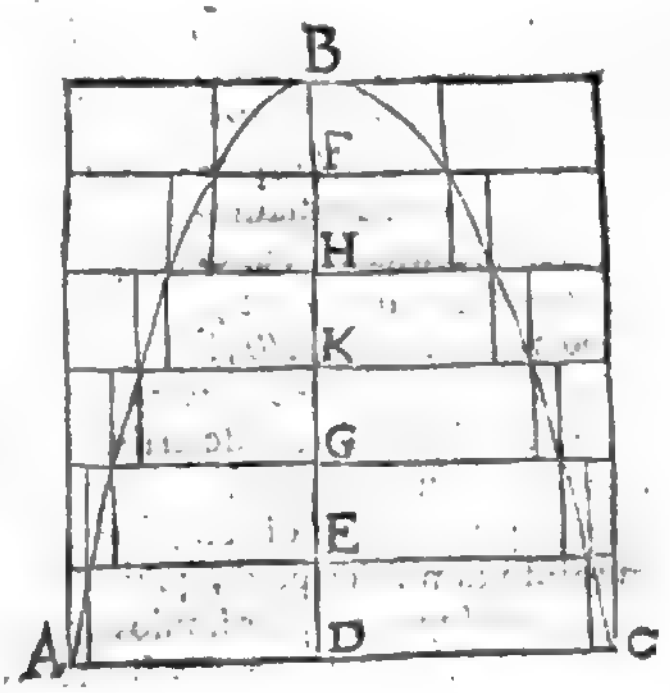
axium

axium extremis, vtroque segmento vnius solidi, vtrique segmento alterius congruente, ipsa segmentorum, & superficierum equalitas, quemadmodum proponitur demonstrandum, coarguatur.

PROPOSITIO VIII.

Data solidi conoidis portione plano super axem recto abscissa, siue data sphæroidis portione, quæ minimè maior, quam dimidium existat: possibile est ipsi figuram quamdam inscribi, & aliam circumscribi ex cylindris æqualis altitudinis confectam, ita vt circumscripta figura excedat inscriptam excessu, qui sit quocumque dato solido minus.

ESto solidi Conoidis, siue parabolici, siuè hyperbolici, siue sphæroidis non maioris dimidio portio: quam describit sectio cónica, siue parabole, siue hyperbole, siue ellipsis dimidia non maior circa axem B D: item completo quadrilatero rectangulo A B C, quod extra sectionem cadit, atque circa eundem axim reuoluto, cylindrus constituatur A B C, cuius axis B D secetur in partes æquales: & in totidem cylindros; (æquales enim sunt cylindri portiones *per 13. duodec.*) donec vna portionum cylindri sit minor dato solido; quæ portio habeat axem D E: inde per puncta diuisionum axis B D agantur plana æquidistantia ipsi basi cylindricæ A C, hoc est recta ad axem B D; quæ plana solidum conoides secantia facient circulos *per decimam septimam præcedentis libri*, itaque circulo A C sit æqualis circulus quidam in plano æquidistanti per E; qui duo circuli erunt bases portionis cylindricæ prædictæ cuius axis E D; circulo autem supremo, qui per F æqualis sit circulus quidam in plano supremo per B, qui duo circuli erunt bases cylindri, cuius axis B F: itaque cylindrus cuius axis D E erit maximus, cylindrus vero cuius axis B F minimus cylindrorũ componentium figuram circumscriptam solido conoidi: cæteri autem cylindricã figuram componentes fient ascribendo vnicuique circulorum in conoide solido per plana cætera factorum circulũ æqualem in plano superiori, & exteriorem solido: porro si circulis medijs supponantur circuli æquales singuli singulis in planis inferioribus, & intra solidum cadentes; constituentur ex binis cylindri singuli componentes figuram inscriptam solido, qui cylindri erunt vno pauciores cylindris componentibus figuram circumscriptam. denique cum cylindrus inscriptus circa axem D E sit æqualis cylindro circumscripto circa axem E G; & inscriptus circa axem E G æqualis circumscripto circum axem G K; & inscriptus circum axem G K sit æqualis circumscripto circa axem K H, & inscriptus circum axem K H æqualis circumscripto circa axem H F. ac demum inscriptus circum axem H F æqualis circumscripto circa axem F B. iam manifestum est figuram ex cylindris circumscriptis com-

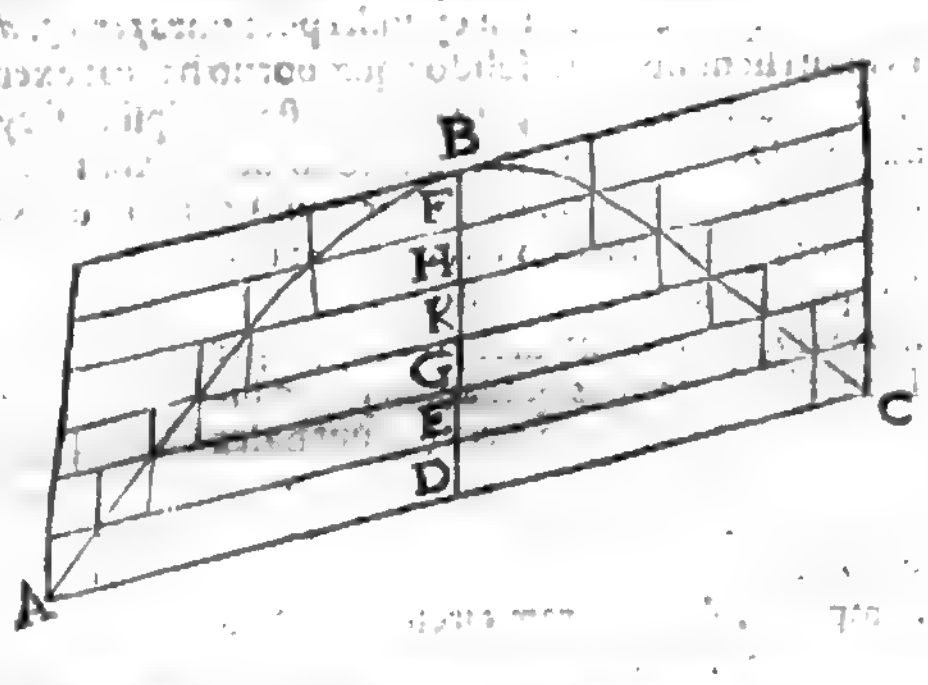


compoſitam, hoc eſt figuram circumſcriptam ſolido conoidi, maiorem eſſe figura ex cylindris inſcriptis compoſita; hoc eſt ipſa figura eidem ſolido inſcripta in cylindro, cuius axis D E, baſis verò circulus radio D A deſcriptus; ſed talis cylindrus minor fuit dato ſolido. itaque figura ſolido conoidi A B C circumſcripta ſupererat figuram eidem ſolido inſcriptam exceſſu cylindri A E C, qui dato ſolido minor eſt. & hoc poſſibile fore diximus.

PROPOSITIO IX.

Data ſolidi conoidis portione plano ad axem obliquo abſciſſa; item data ſphæroidis portione, quæ minimè maior, quam dimidia exiſtat: illud idem fieri poſſibile eſt.

IDem proceſſus: eademque demonſtratio huic inſeruit, quæ præcedenti. hoc tamen excepto, quod plana per puncta diuiſionum diametri B D in præmiſſa erecta ſunt ad diametrum: in hac verò obliqua; in præmiſſa B D linea eſt axis ſectionis A B C rectus ad A C, eiuſque parallelos; in hac vero B D eſt diameter ex generatione obliquus ad A C, & eius æquidiſtantes. nam ſi parabola ſit A B C, diameter B D æquidiſtabit axi præcipuo ſecans ipſam A C, & ſingulas illi æquidiſtantes bifariam, *per 46. primi conic. element.* ſi autem hyperbole ſit A B C, vel ellipſis: tunc diameter B D ducta per centrum ſectionis, per quod incedit axis, ſecabit nũ ipſam A C, eique æquidiſtãtes bifariam *per 47. primi conic.* demũ in præcedenti plana æquidiſtantia per puncta diuiſionum axis B, D ducta, quoniam recta ſunt ad axẽ, faciũt ſecando ſolidũ A B C circulos *per 17. præcedentis.* in hac vero plana dicta, quoniam obliqua ſunt ad diametrum B D ſecantia ſolidum, faciũt ellipſes ſimiles *per 23. quidem præcedentis libelli*, ſi



A B C ſit parabole: *per 24. autem eiuſdem* ſi A B C ſit hyperbole; *per 26. verò eiuſdem*, ſi A B C ſit ellipſis portio deſcribentis ſolidum ſuper axem maiorem; *per 27. demum ſequentem*, ſi ſuper axem minorem: hoc eſt ſi ſit A B C portio ſphæroidis oblongi hic verò compreſſi, quamobrem, ſicut in præcedenti omnes cylindri componentes figuram ſolido tam inſcriptam, quam circumſcriptam; ſunt ſuper baſes circulares: ita in hac ſunt ſuper ellipſes ſimiles; hoc eſt ſunt cylindri elliptici habentes axem B D perpendicularẽ ſuper minores diametros ellipſium ipſarum; qui tamen cylindri ſunt fruſta cylindrorum baſes circulares habentium, ſicut *in 13. præcedentis libelli*, oſtenſum eſt. & quoniam tales cylindri ſequuntur proportionem axium vt *in 14. & 15. præcedentis*, fuit demonſtratum. propterea concludetur hic ſicut in præcedenti, quod figura ſolido conoidi A B C circumſcripta ex talibus cylindris compoſita ſuperabit figuram eidem ſolido inſcriptam ex ſuis cylindris vno paucioribus ſimiliter compoſitã in cylindro A E C, qui dato ſolido iam ſicut in præmiſſa, minor factus erat, quod & in hac poſſibile fore prædictum eſt.

CO-

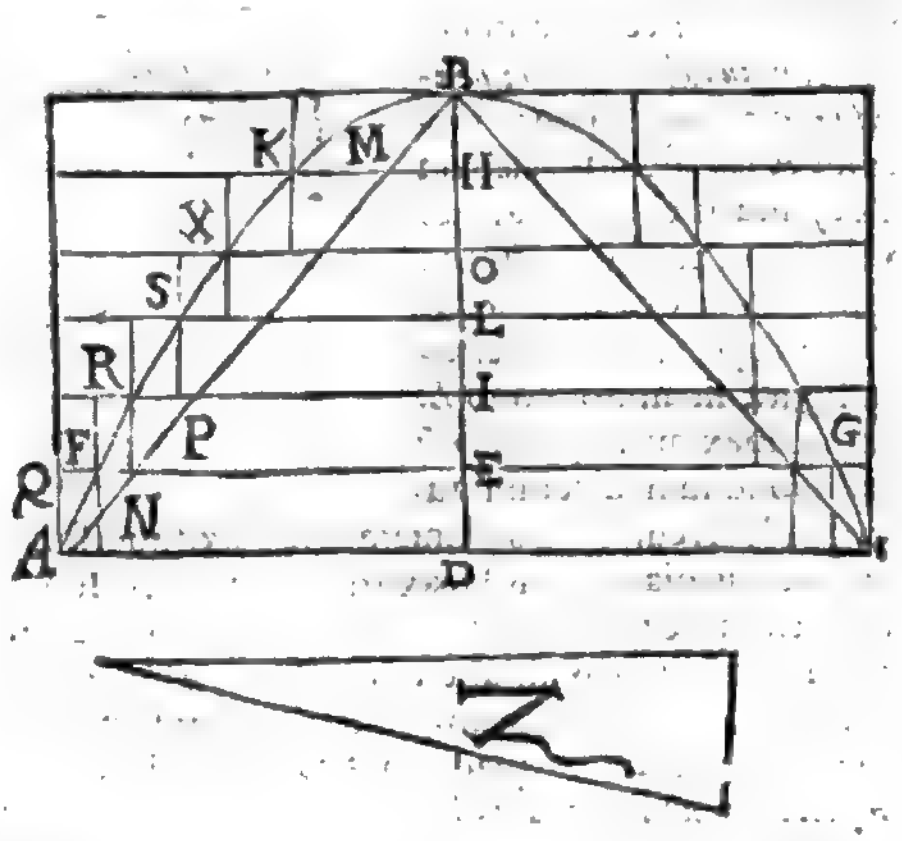
COROLLARIVM.

EX quibus manifeſtum eſt, quod dictæ ſolidi portioni, ſiue plano recto, ſiue obliquo ad axem, vt dictum eſt, abſciſſæ poteſt figura, qualis dicta eſt tum inſcribi, tũ circumſcribi; itaut portio ſolidi addat ſuper inſcriptam minus quocumque dato ſolido: deficiat verò à circumſcripta minus item quocumque dato ſolido.

PROPOSITIO X.

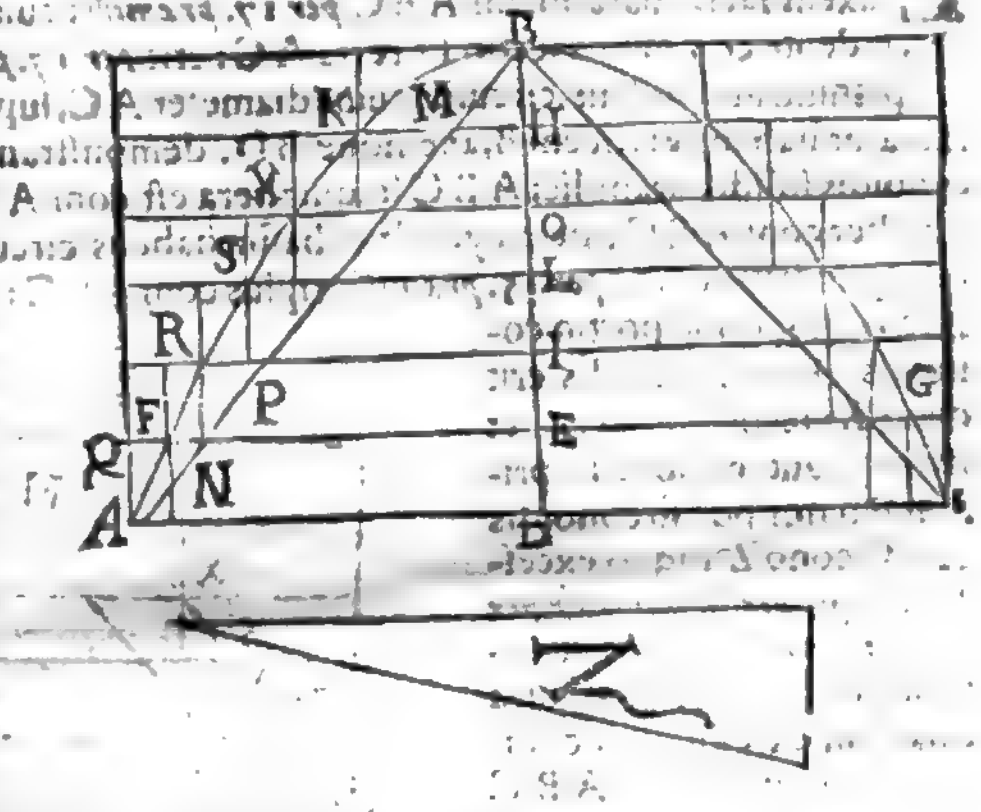
Omnis portio parabolici ſolidi, plano ſuper axem recto abſciſſa ſexquialtera probatur eſſe coni baſim, & axem eumdem cum portione habentis.

ESto portio conoidis parabolici A B C, cuius axis B D, quod ſectum plano per axem faciat parabolem A B C *per* 17. *præmiſſi*; cuius plani cum plano portionẽ abſcindente communis ſectio ſit recta A C: erit *per* 17. *præmiſſi*, ſectio inſolido facta per planum abſcindens, circulus cuius diameter A C, ſuper quem circulum conus cõſtituatur habens verticem B, axemque B D. demonſtrandum eſt itaque, quod portio conoidis ſolidi parabolici A B C ſeſquialtera eſt coni A B C: exponatur conus Z ſeſquialter coni A B C. item cylindrus baſim habens circulum A C, axem autem B D; qui cylindrus cum ſit *per* 15. *præmiſſi*, triplus coni A B C; iam ad conum Z duplus erit. Dico ergo, quod portio conoidis A B C æqualis erit cono Z; ſecus enim erit aut maior, aut minor: ſit primum maior portio conoidis A B C cono Z aliquo exceſſu. itaque *per* 8. *huius*, *& per corollar. præmiſſ.* poteſt inſcribi portioni A B C figura quædam ex cylindris compoſita; itaut portio A B C addat ſuper figuram inſcriptam minus dicto exceſſu; & perinde inſcripta figura ſit maior cono Z. inſcribatur, ſitque maximus cylindrorũ componentium talem figurã inſcriptam cylindris F G D, cuius baſis diameter F E G, axiſq; E D, minimus autem cylindrus K O H, cuius baſis, ſemidiameter K H axiſq; H O: item ſit A B C triangulum per axem in cono A B C. & producantur plana diſtinguentia cylindros figurę inſcriptæ, donec ſecent cylindrum magnum A B C in cylindros æquales. partes autem axis B D receptæ à vertice B ad ſingulas cylindrorum baſes vocentur Katheti, quorũ maximus B D, minimus vero B H, lineæ autem æquidiſtantes inter axem B D, rectamque A B vocentur baſes, quarum maxima A D, minima vero H M: item lineæ receptæ ab axi B D ad peripheriam parabolæ A K B vocẽtur ordinatæ, quarum maxima A D, mini-



Digitized by Google

minima verò H K. demum lineæ receptæ ab axi B D ad latus vſque cylindri A B C, quæ ſunt æquales ipſi A D vocentur parallelæ: quibus acceptis ſic argue. quoniam cylindri eiuſdem altitudinis ſunt ſicut baſes, & baſes ſicut quadrata ſemidiametrorũ: ideo ſex cylindri æquales, in quos ſecatur cylindrus A B C ad quinque cylindros figuræ conoidi parabolico inſcriptæ, ſunt ſicut ſex quad—ta A D ad quinque quad—ta reliquarum ordinatarum E F, R L, H K, & cet: quippe quæ ſunt ſemidiametri baſium quinque cylindrorum, ſex autem quad—ta A D ad quinque quad—ta reliquarum ordinatarũ ſunt *per* 20. *prim. conic. elemen.* ſicut ſexcuplũ axis B D, ſeu Katheti ad aggregatum reliquorum Kathetorum E B, I B, H B, & cet. & propter ſimilitudinẽ triangulorum ſicut ſexcuplum baſis A D ad aggregatum reliquarum baſium E N, I P, H M, & cet. igitur ſicut ſexcuplum baſis A D ad aggregatum reliquarum baſium E N, I P, H M, & cet. ſic ſex cylindri in principio ducti, hoc eſt totus cylindrus A B C ad quinque cylindros figuræ intra parabolicum conoidale inſcriptæ, hoc eſt ad totam figurã inſcriptam. verum *per primam premiſſi libelli* ſexcuplum baſis A D plus eſt quam duplum aggregati reliquarum quinque baſium E N, I P, H M, & cet. ergo cylindrus A B C maior eſt, quã duplus ad figuram inſcriptã conoidi: figura autem inſcripta maior fuit cono Z: igitur & cylindrus A B C maior quã duplus ad conum Z; quod eſt contra hypothelim. non eſt ergo maior portio conoidis A B C cono Z. ſit deinde minor: & tunc item *per* 8. *huius, & corollar: premiſſæ* circumſcribatur portioni A B C figura quædam ex cylindris compoſita, ita vt portio excedatur à figura minus, quã exceditur à cono Z: & perinde circũſcripta figura ſit minor cono Z. ſitque maximus cylindrorũ componẽtium dictam figuram A E C, cuius baſis diameter A C, axiſque E D, minimus autem cylindrus K B H, cuius baſis diameter K H, axiſque B H: & rurſum ſyllogiſmo *vtere* ad confutandum congruo, ferè vt prius; nam ſex cylindri æquales, in quos ſecatur cylindrus A B C ad totidem cylindros figuræ circumſcriptæ conoidi ſunt ſicut ſex quad—ta A D ad quad—ta ſex ordinatarum, quæ ſunt ſemidiametri ſex cylindrorum figuram componentium: ſex autem quad—ta A D ad quad—ta ſex ordinatarum ſunt *per* 20. *primi conic:* ſicut ſexcuplum axis B D, ſeu Katheti ad aggregatum ſex Kathetorum. & propter ſimilitudinem triangulorum, ſicut ſexcuplum baſis A D ad aggregatum ſex baſium. hic autem adducta *ſecunda premiſſi libelli*, vel 24. *quinti Eucl.* igitur ſicut ſexcuplum baſis A D ad aggregatum ſex baſium, ſic ſex cylindri æquales, hoc eſt totus cylindrus A B C ad figuram circumſcriptam. verum *per primam premiſſi libelli*, ſexcuplum baſis A D minus eſt, quam duplum aggregati omniũ ſex baſium: ergo cylindrus A B C minor eſt quam duplus figuræ circumſcriptæ; figura autem circumſcripta minor fuit cono Z. igitur eo magis cylindrus A B C minor erit, quam duplus ad conum Z; quod eſt contra hypotheſim. non eſt ergo minor portio conoidis A B C cono Z: ſed nec



maior

maior fuit. æqualis ergo erit portio ſolidi A B C cono Z. & perinde ſexquialtera coni A B C. quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XI.

Quod ſi portio parabolici ſolidi plano ad axem obliquo abſcindatur, ſimiliter ſexquialtera eſſe probatur coni baſim, & axem eumdem cum portione habentis; qui tamen conus, quoniam pro baſi ellipſim habet, probatur tamen *per* 11. *præmiſſi*, alicuius coni fruſtum eſſe.

EAdem deſcriptio, idemq; proceſſus argumentandi vſu veniet huic, quæ præmiſſæ. hoc excepto, quod cum hic plana ſolidum ſecantia obliqua ſint ad axem, portio ipſa ſolidi habebit pro baſi ellipſim, quam & cylindrus totalis. item & cylindri partiales conſtituentes figuram, tam inſcriptam, quam circumſcriptam portioni, pro baſibus habebunt ſimiles ellipſes, *per* 23. *præced. eiuſque corollar.* item conus A B C habebit, & baſim ellipticam, quam portio ſolidi conoidis, & cylindrus totalis. verum *per* 11. *&* 13. *præmiſſi libelli* tales cylindri ſunt ſegmenta cylindrorum baſes circulares habentium; & talis conus ſegmentum alicuius coni circularem baſim habentis: cumque *per* 14. *&* 15. *præcedentis*, quidquid demonſtratur de conis, & cylindris ſuper circulos conſtitutis, idem demonſtrari poſſit de conis, & cylindris ellipticas baſes habentibus, quo ad portionem baſium, & ſoliditatum; iam iiſdem mediis, eodemq; ſyllogiſmo, quo in præcedenti, per cylindros, conoſque circulares baſes habentibus demonſtrabimus, & hic quod portio ſolidi parabolici A B C plano ad axem obliquo abſciſſa æqualis eſt cono Z, qui ſexquialter ponitur ad conum A B C, dimidius autem cylindri A B C. & ideo quod portio A B C ſexquialtera eſt coni A B C. quod proponitur demonſtrandum.

SCHOLIVM.

NOtandum, quod ſicut axis B D ſecatur in ſex partes æquales, & cylindrus A B C in totidem cylindros æquales. ſic cum ſecatur in plures partes, vtcumque ad demonſtrationem opus fuerit; agendum erit tunc in demonſtratione per ipſum partium numerum. Manifeſtum eſt ergo, quod cylindrus continens portionem ſolidi parabolici, hoc eſt eundem axem cũ portione habens, duplus eſt ad ipſam portionem.

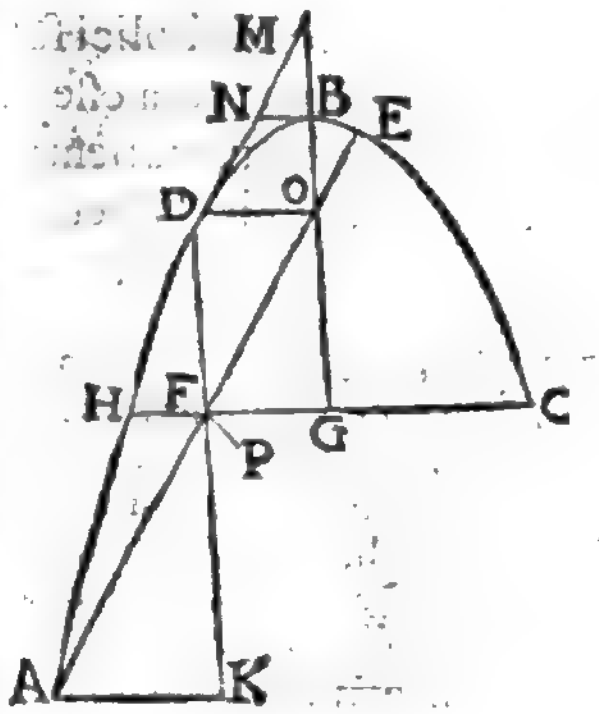
PROPOSITIO XII.

Si ab extremo diametri maioris, ellipſis in conoide ſolido parabolico facta, perpendicularis ducatur ad lineam, quæ per centrum ellipſis axi ſolidi æquidiſtans incedit; ducta per pendicularis æqualis erit ſemidiametro minori ellipſis prædictæ.

ESto ſolidum conoides à parabola A B C, cuius axis B G deſcriptum; in quo quidem ducto plano ad axem obliquo *per* 23. *præmiſſi*, ſectio fiat ellipſis, cuius diameter A E, in quo centrum ellipſis ſit punctum F: ductaque D F ad æquidiſtantiam axis B G, productaque excipiat perpendicularem A K. Demonſtrandum eſt, quod A K eſt æqualis ſemidiametro minori ellipſis A E. ducatur enim per punctum F planum

Digitized by Google

num rectum ſuper axem B G faciens *per 17. præmiſſi*, ſolido circulum, cuius diameter C G F H, & cuius cum ellipſi communis ſectio ſit linea F P; itaque tam circuli C H, quam ellipſis A E peripheria incedet per punctum P: eritque F P minor ſemidiameter ellipſis A P E *per 23. præcedentis*. Demonſtrãdum eſt itaq; quod A K æqualis eſt ipſi P F; hoc modo. ducatur per punctum D ipſi A E æquidiſtans D M occurrens axi G B producto apud M: nam cum D F ſit diameter ipſius A E ordinatæ, ordinata erit D M, & ideo *per 32. primi conic. elemen.* tangens erit ſectionẽ apud D; occurrat ipſi tangenti D M, ipſa B N ad rectos axi: quæ ſimiliter parabolam tanget apud B; eique æquidiſtãs ſit D O. vnde *per 35. primi conic.* M B æqualis erit ipſi B O, & ideo M N æqualis N D: cum autem B N, N D tangentes æquidiſtẽt ipſis C F H, A F E ſe viciſſim apud F ſecãtes iam *per 17. tert. conicor.* erit ſicut quad—tum D N ad quad—tum N B, ſic quad—tum A F ad rect—lum C F H, hoc eſt ſicut quad—tum M N ad quad— tum N B, ſic quad—tũ A F ad quad—tum P F. cum ergo proportionalia ſint quad—ta linearum; & ipſæ lineæ proportionales erunt: hoc eſt ſicut M N ad N B, ſic A F ad P F; ſimile autem eſt triangulum F A K, triangulo M N B (quandoquidem eorum latera ſingula vnius ſingulis alterius æquidiſtant:) itaque proportionalia ſunt eorum latera reſpondentia: quare ſicut M N ad N B, ſic F A ad A K. eamdem igitur habet rationem linea A F ad lineam F P, & ad lineam A K: æqualis ergo eſt linea A K ipſi P F. Et hoc erat demonſtrandum.



SCHOLIVM.

Notandum, quod hæc propoſitio addita fuit ad demonſtrationem ſequentis.

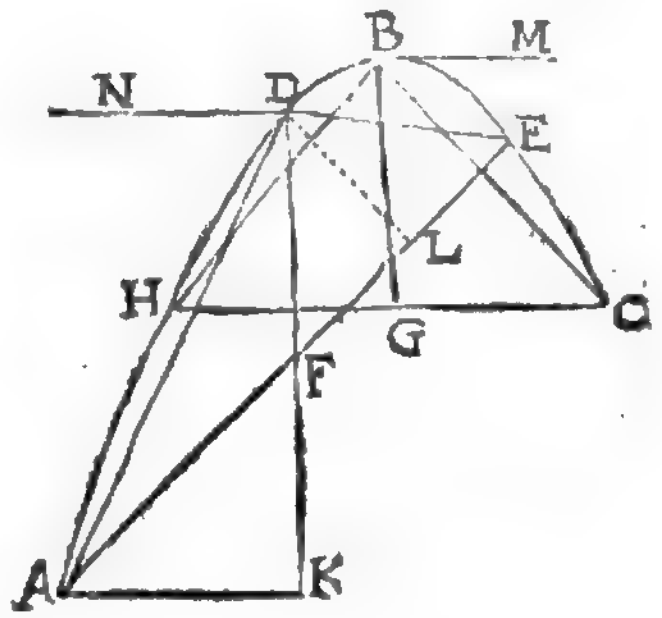
PROPOSITIO XIII.

Si duæ portiones de Conoide paraboles, altera plano recto, altera obliquo ad axem abſcindantur, fuerintque earum axes æquales; & ipſas portiones æquales eſſe neceſſe eſt. item & conos, qui eaſdem cum portionibus baſes, eoſdemq; habent axes inter ſe æquales eſſe.

QVod quinta præcedentis libelli de planis ſectionibus, trianguliſque demonſtrauit in parabola: hæc de ſolidis conoidis parabolici portionibus, coniſque demonſtrat. Aſſumemus igitur quintæ prædictæ deſcriptionem, in qua ſit conoides ſolidum à parabola A B C circa axem B G circumlata deſcriptum; Ductoque plano recto ad axem, ac ſecando faciente circulum *per 17. præmiſſi*, cuius diameter ſit C G H, centrumque G portio ſolida abſcindatur C B H; conuſque intelligatur ſuper eumdem circulum, eumdemque axem, qui ſit C B H. item ducto plano obliquo ad axem, ac ſecando faciente ellipſim *per 23. præmiſſi* cuius diameter ſit A F E, centrumq; F; portio item ſolida abſcindatur A D E; itaut eius axis D F æquidiſtans ipſi B G, ſit eidem

Digitized by Google

eidem B G æqualis: conus item intelligatur ſuper eamdē ellipſim A E, & circa eumdem axem D F. Demonſtrandum eſt igitur, quod portiones duæ conoides C B H, A D E ſunt æquales, quodque coni C B H, A D E ſunt inter ſe æquales. ducatur enim D L perpendicularis ad A E; & A K perpendicularis ad D F productam; eritque per præcedentem A K æqualis minori ſemidiametro ellipſis A E, & *per* 5. *præcedentis* æqualis ipſi G H ſemidiametro circuli C H: quare *per* 3. *corollarium nonæ præmiſſi libelli* quando ellipſis A E minor diameter eſt æqualis diametro circuli C G H erit ellipſis A E ad circulum C H ſicut diameter A E ad diametrum C H; & ſicut ſemidiameter A F ad ſemidiametrum G H; hoc eſt ſicut F A ad A K: & propter ſimilitudinem trian—rum F A K, F D L, ſicut F D ad D L; hoc eſt ſicut B G ad D L (quoniā F D, B G æquales per hypotheſim:) itaque conorum A D E, C B H baſes ſunt altitudinibus reciprocæ: æquales ergo ſunt coni A D E, C B H *per* 14. *præcedentis libelli.* verum *per* 10. *huius* portio conoidis C B H ſexquialtera eſt ad conum C B H: & *per* 11. *huius* portio conoidis A D E ſexquialtera eſt ad conum A D E; (quandoquidem portiones eamdem ſingulæ baſim, eumdemq; axim cum conis ſortiuntur:) igitur, & portiones A D E, C B H ex ſolido conoide paraboli-co abſciſſæ ſunt æquales: ſicut iam proponitur demonſtrandum.



PROPOSITIO XIV.

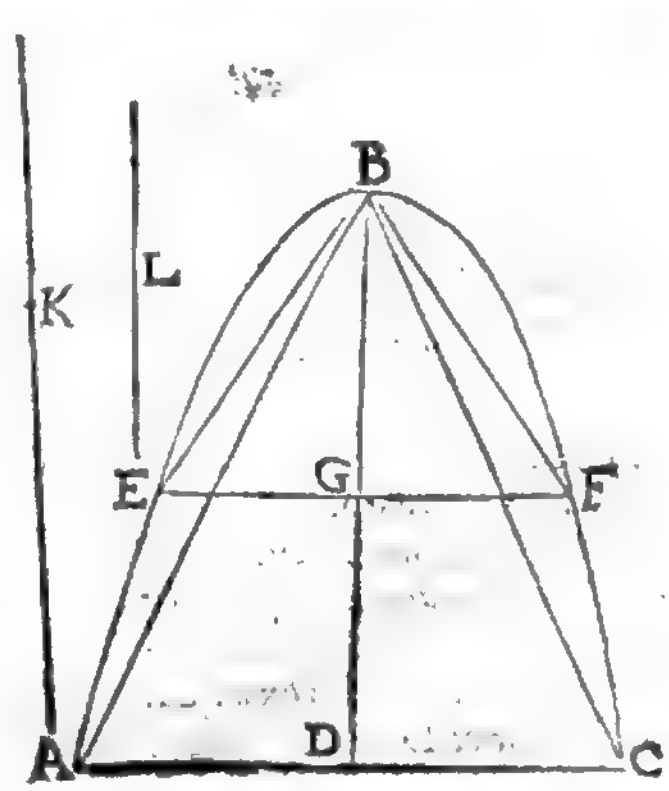
Duæ portiones de conoide paraboles, quarum axes æquales, vtcumque planis abſciſſæ, ſunt inter ſe æquales.

NAm per præcedentem, tales portiones ſingulæ ſunt æquales portioni ex eodem ſolido parabolico axem eumdem habenti, perque planum axi rectum abſciſſo. quare *per communem conceptionem*, & ipſæ portiones ſunt ad inuicem æquales. quod erat demonſtrandum.

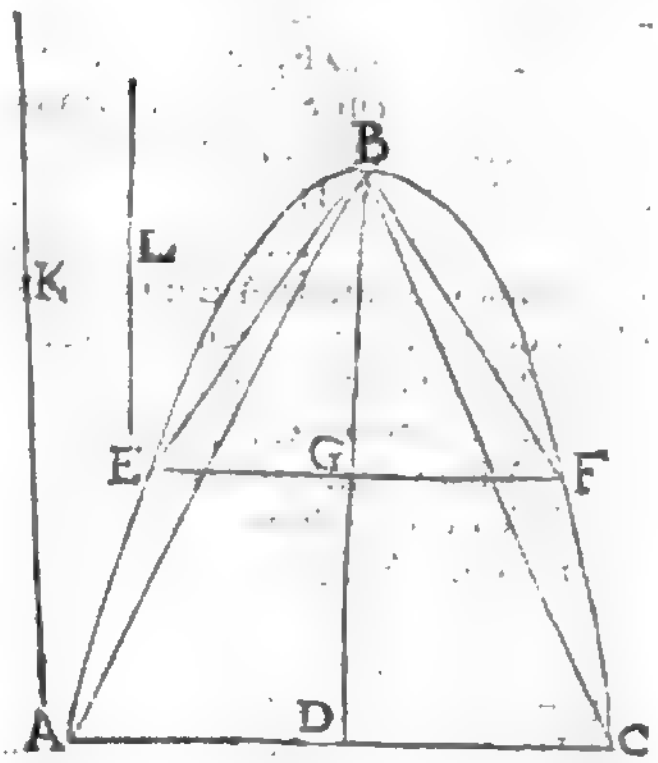
PROPOSITIO XV.

Portiones de conoide paraboles vtcumq; planis abſciſſæ, ſunt adinuicem ſicut axium quadrata.

ESto conoides ſolidū à parabola A B C circum axem B D circumlata deſcriptum, de quo abſcindantur planis vtcumque ductis duæ portiones, quarū axes K, L. Aio quod portio, cuius axis K ad portionem cuius axis L eſt ſicut quad—tū K ad quad—tū L: capiantur enim de axe ſolidi ipſa quidē B D ipſi K æqualis; ipſa vero B G ipſi L æqualis ductiſq; per puncta D, G planis ad



axem rectis duæ de ſolido portiones abſcindantur A B C, E B F: eritque *per antepræmiſſam*, portio cuius axis K æqualis portioni A B C, quando æquales axes habent: portio quoque, cuius axis L æqualis portioni E B F, quando æquales etiam ſortiuntur axes. itaque demõſtrandum eſt, quod portio A B C ad portionem E B F, eſt ſicut quadratum B D, ad quad—tum B G; hoc modo. plana per D, G ducta, quoniam recta ſunt ad axem, faciunt inſolido circulos *per 17. præmiſſi*, quorum diametri A C, E F; intelligantur ergo ſuper tales circulos coni, communes axes B D, B G; eumdemq; verticem B cum portionibus habentes. quia conus A B C ad conum E B F proportionẽ compoſitam habet ex ratione baſis circularis A C ad baſim E F, ſeu quad—ti A D ad quad—tum E G, & ex ratione altitudinis D B ad altitudinem G B; ſed ex 20. *lib. primi conic.* quad—tum A D ad quad—tũ E G eſt ſicut D B ad G B: ergo conus A B C ad conum E B F duplam proportionem habet altitudinis D B ad altitudinem G B, ſeu eãdẽ quã habet quad—tum D B ad quad—tũ G B: ſunt vero ex 10. *huius* portiones conoidales ſexquialteræ conorum comprehenſorum; igitur conoidis portio A B C ad portionem E B F eſt ſicut quad—tum D G ad quad—tum G B. quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO XVI.

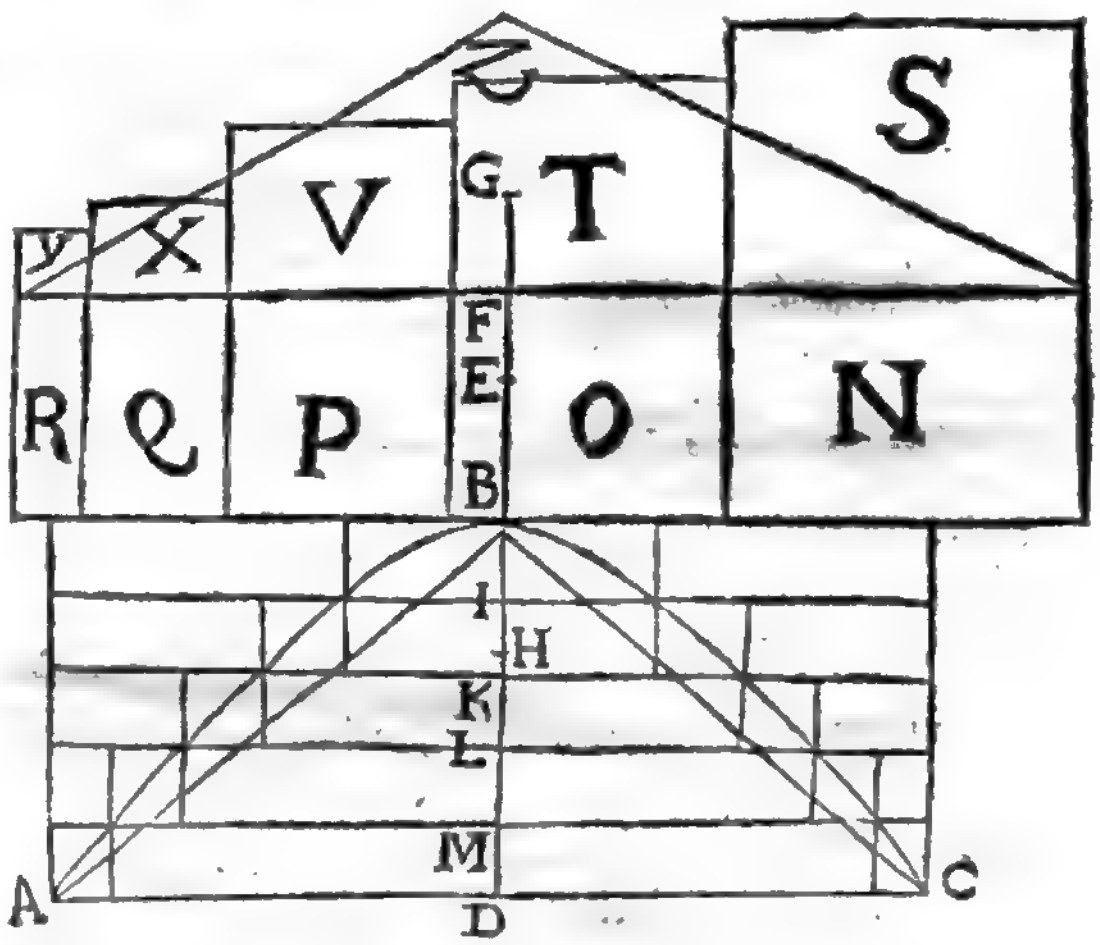
Omnis portio conoidis hyperbolici ſolidi plano ad axem recto abſciſſa ad conum eamdem baſim, eumdemq; axem cum portione habentem, & ſicut linea, quæ conſtat ex axe portionis, & ex tripla axi adiectæ ad lineam, quæ conſtat ex eodem axe, & ex dupla eiuſdem adiectæ.

ESto portio conoidis ſolidi hyperbolici A B C, cuius axis B D, quod ſectum plano per axem faciat hyperbolen A B C *per 16. præcedentis*; cuius plani cum plano ad axem recto, & portionem abſcindente communis ſectio ſit recta A C; eritque *per 17. præmiſſi* ſectio inſolido per planum abſcindens facta circulus, cuius diameter A C; ſuper quem circulum conus conſtituatur habens verticem B, axemque B D: itẽ B E in hyperbole ſit linea axi adiecta, eique æquales ſingulæ ſunto E F, F G. erit autem E centrum hyperboles, & B F eius tranſuerſa diameter. Demõſtrandum eſt igitur, quod portio conoides A B C ad conum A B C eſt ſicut linea G D ad lineam D F. ponatur conus Z ad conum A B C ſicut linea G D ad lineam D F: & oſtendendum erit, quod portio A B C æqualis eſt cono Z. ſit B H tertia pars ipſius B D: & linea G D erit tripla ipſius E H: ponatur cylindrus ſuper circulum A C, axemque B D, quod ſit A B C, qui *per 15. præcedentis* triplus erit coni A B C; & ideo cylindrus A B C ad conum A B C, ſicut linea G D ad lineam E H; cumque conus A B C ad conum Z ſit ſicut D F ad lineam G D; erit iam ex æquali perturbataque proportione cylindrus A B C ad conũ Z, ſicut linea D F ad lineam E H: itaque ſi portio A B C non ſit æqualis cono Z, eſto

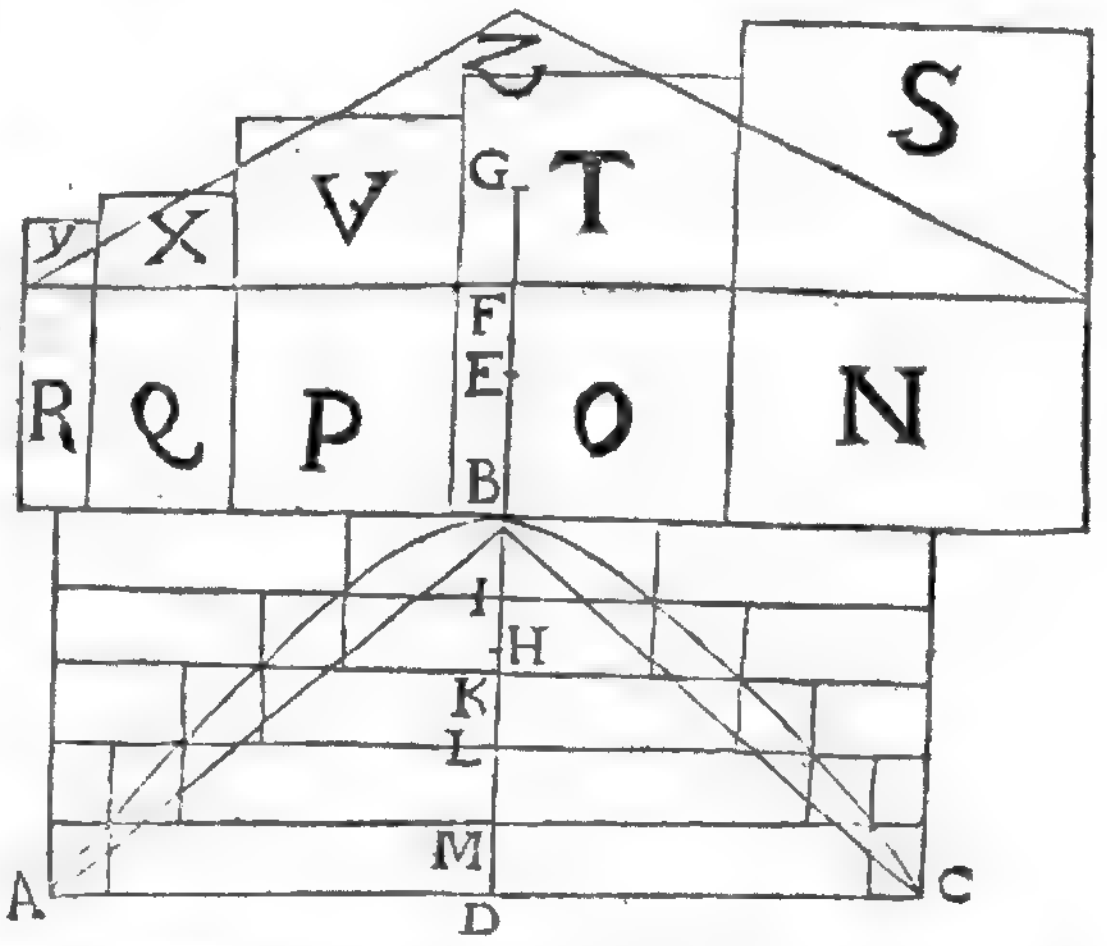
ſi poſ-

Digitized by Google

poſſibile eſt, portio maior cono, aliquo exceſſu: fiatque *per* 8. *huius*, *& corollarium* 9. figura inſcripta portioni, ita vt portio addat ſuper figuram inſcriptam minus dicto exceſſu: idque fiat ſecto axe B D, cylindroque A B C, quot in partes opus fuerit, vt puta in quinque B I, I K, K L, L M, M D. exponantur totidem rectangula ſub eadem altitudine lineæ F B baſibus verò B D, B M, B L, B K, B I; quæ rectangula ſint N, O, P, Q, R, quibus applicentur ſingulis quadrata ex ſingulis dictis baſibus facta S, T, V, X, Y. vnde ſpatium N S erit ipſum rectilum F D B, ſpatium O T ipſum rectilum F M B, ſpatium P V ipſum rectilum F L B, ſpatium Q X ipſum rectilum F K B, ſpatium R Y ipſum rectilum F I B. Itaque cum linea D F ſit altitudo maximi ſpatij N S, atque linea E H conſtet ex B H, quæ eſt tertia pars ipſius B D, quod eſt latus quadrati S, & ex E B, quæ eſt ſemiſſis ipſius F B, quæ eſt altitudo ſpatij N: ideo *per* 3. *precedentis*, quintuplum ſpatij N S ad aggregatum quatuor ſpatiorum O T, P V, Q X, R Y maiorem rationem habet, quam linea D F ad lineam E H: & ideo maiorem quam cylindrus A B C ad conum Z: quoniam verò quinque cylindri in quos ſecatur cylindrus A B C, quorum baſium ſemidiameter eſt D A: item quatuor cylindri componentes figuram portioni inſcriptam, quorum baſium ſemidiametri ſunt reliquæ quatuor ordinatæ à punctis L, M, K, I, ad peripheriã hyperboles receptæ; ſinguli inquam hi quatuor, & A M C cylindri ſunt eiuſdẽ altitudinis, quę eſt quinta pars lineæ B D: ideo *per* 15. *præmiſſi* tales cylindri sũt baſibus ſpportionales; baſes autẽ *per* 2. *duodecimi Eucl:* ſunt quadratis ſemidiametrorum D A, & quatuor reliquarum ordinatarum proportionales: quadrata verò huiuſmodi *per* 21. *primi conic: elemẽt:* ſunt ſpatijs N S, O T, P V, Q X, R Y proportionalia. vnde ex 2. *præmiſſi* ſequitur, vt quintuplum cylindri A M C, hoc eſt totalis cylindrus A B C ad aggregatum quatuor cylindrorum componentium figuram portioni inſcriptam ſit ſicut quintuplum ſpatij N S ad aggregatum quatuor ſpatiorum O T, P V, Q X, R Y: ſed quintuplum dicti ſpatij ad aggregatum dictorum quatuor ſpatiorum maiorem rationem habuit, quã cylindrus A B C ad conum Z. ergo & cylindri A B C ad figuram inſcriptã ratio maior erit, quam eiuſdem cylindri A B C ad conum Z; quare figura inſcripta minor erit cono Z: fuerat vero maior, quod eſt abſurdum. Non eſt ergo portio A B C maior cono Z. ſit autem poſt hæc minor: & tunc per eadẽ, quæ prius, fiat figura circumſcripta portioni A B C; itaut exceſſus, quo ſuperatur portio à figura circumſcripta ſit minor, eo quo portio ſuperatur à cono Z; & perinde conus Z ſit maior figura circũſcripta: tunc autem rurſus *per* 3. *præmiſſi* quintuplum ſpatij N S ad aggregatum omnium



quinque ſpatiorum N S,O T,P V,Q X,R Y minorem rationem habebit, quam linea D F ad lineam E H, hoc eſt quam cylindrus A B C ad conum Z. per eadem, quæ prius, quintuplum cylindri A B C, hoc eſt totus cylindrus A B C ad aggregatum quinque cylindrorum cõponentium figurã circumſcriptã, erit ſicut quintuplum ſpatij N S ad aggregatum quinq; ſpatiorũ N S,O T, P V,Q X,R Y. ſed quintuplum dicti ſpatij ad aggregatum quinq; dictorum ſpatiorũ minorem rationem habuit, quam cylindrus A B C ad conum Z. ergo & ratio cylindri A B C ad figuram circumſcriptam minor erit, quam ratio eiuſdem cylyndri A B C ad conum Z. quare figura circumſcripta maior erit cono Z: fuerat autem minor, quod eſt abſurdum. Non eſt ergo portio A B C minor cono Z; ſed nec maior potuit eſſe: æqualis ergo erit portio A B C cono Z. quod fuit demonſtrandum.



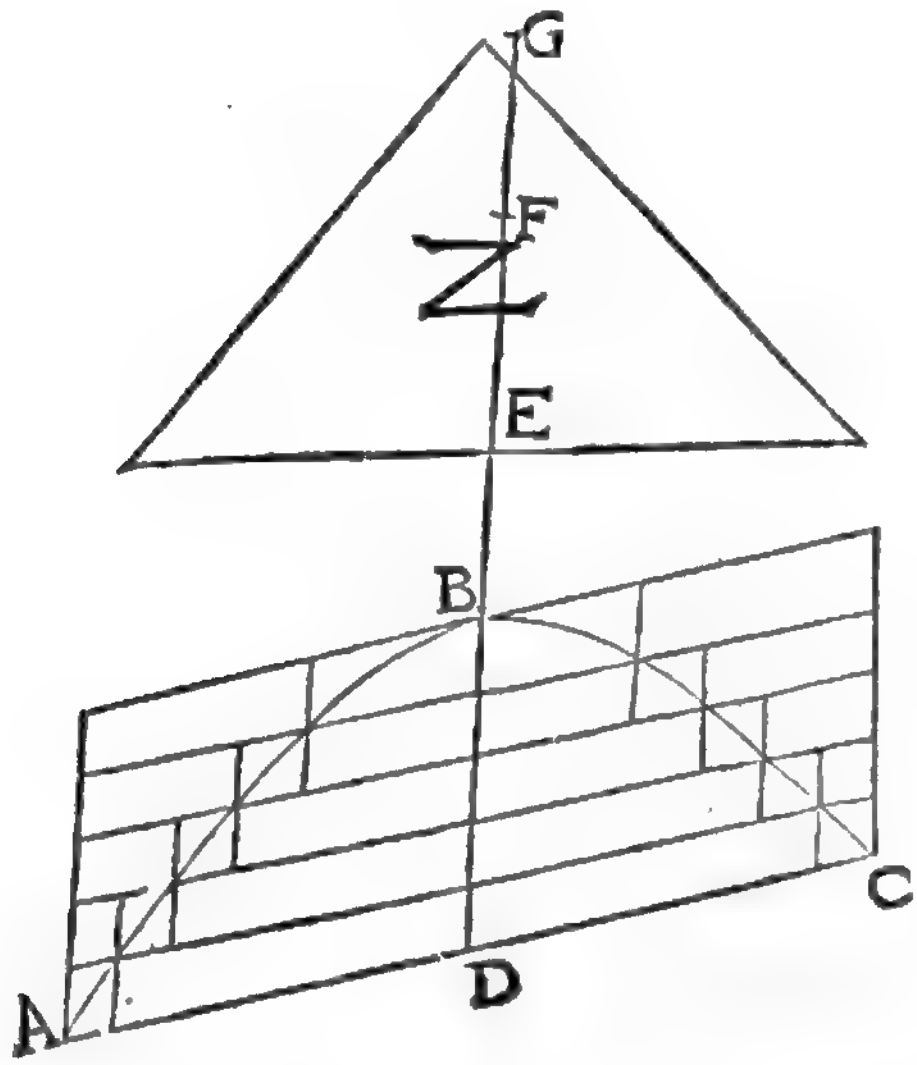
PROPOSITIO XVII.

Quod ſi portio hyperbolici ſolidi plano ad axem obliquo abſcindatur; ſimiliter ad conum eiuſdem baſis, axiſq; dictarum quoq; linearum rationem habere probatur: qui tamen conus, quoniam pro baſi ellipſi habet, ſegmentum eſſe alicuius coni circularem baſim habentis oſtenſum eſt.

EAdem huic deſcriptio, idemque proceſſus inſeruiet, qui præcedenti: hoc tamen excepto, quod hic plana ſolidum ſecantia obliqua ſunt ad axem; atque ideo *per* 24. *præmiſſi* portio ipſa ſolidi, cylindrus rectalis, conuſque ellipſes pro baſibus habebunt; & *per coroll. prædictæ* reliqui cylindri pro baſibus ellipſes prædictæ ſimiles habebunt: verum *per* 11. *& per* 13. *præcedentis* tales cylindri ſunt fruſta cylindrorum circulares baſes habentium: & talis conus fruſtum eſt alicuius coni circularem baſem habentis; cumq; *per* 14. *&* 15. *præcedentis*, talia cylindrorum fruſta ſint baſibus proportionalia propter æquales axes, & cylindrus talis ad conum eiuſdem baſis, & axis ſit triplus. iam ijſdem medijs, quibus in præmiſſa demonſtrabimus, & in hac, quod portio A B C non maior, nec minor, ſed æqualis eſt cono Z, qui ad conum A B C ponitur ſicut linea G D ad lineam D F; quod iam, & in præmiſſa, & hic proponitur demonſtrandum.

SCHO-

Digitized by Google



SCHOLIVM I.

OPortet autem vt B D hyperboles A B C diameter ſemper tranſeat per E centrum ſectionis, quo ſecet diametros cylindrorum baſis ſingulas per æqualia *per 47. primi conic.* vt in 9. huius traditum eſt in formatione figuræ tam inſcriptæ, quam circumſcriptæ.

SCHOLIVM II.

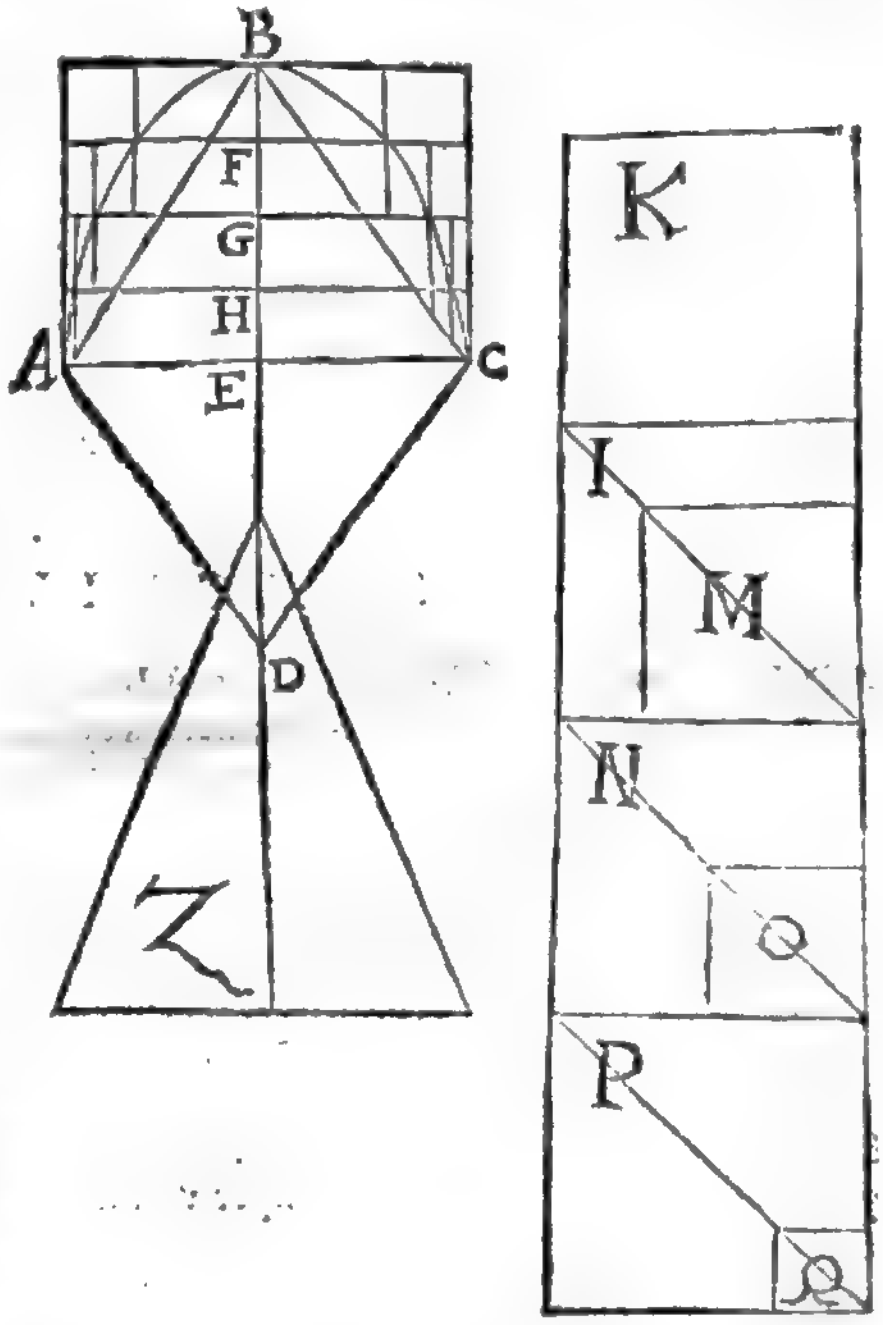
NOtandum etiam, quod ſicut in duabus præmiſſis axis B D ſecatur in quinque partes æquales, & cylindrus A B C in totidem cylindros æquales: ſic cum ſecandus erit tam axis, quam cylindrus in plures partes, vt cumq; ad demonſtrationem opus fuerit, agendum erit in demonſtratione per numerum partium aſſumptum; vt ſcilicet totidem ſint, & cylindri conſtituentes figuram circumſcriptam; qui verò componunt figuram inſcriptam ſint ſemper vnitate pauciores.

PROPOSITIO XVIII.

Dimidium ſphæroidis plano ad axem recto ſecti, duplum eſt coni eamdem baſim, eumdemque axem habentis.

ESto ſphæroides ſolidum A B C D, cuius centrum E, de quo abſcindatur portio A B C plano per centrum E, & ad axem recto ducto; quæ portio *per 7. huius* erit dimidium ſphæroidis; ſitque A B C D ellipſis inſolido facta à plano per axem *per 16. præmiſſi*; cuius plani cum plano ad axem recto communis ſectio ſit A C; quæ diameter eſt circuli inſolido facti *per. 17. præmiſſi*: Dico itaque, quod portio A B C (quæ dimidium

midium eſt ſolidi) dupla eſt coni ſuper circulum A C, & axem B E conſtituti. Ponatur cum cono A B C eamdem baſim eumdemque axim habens cylindrus A B C; qui *per* 15. *præmiſſi*, triplus eſt ad conum; ponatur & conus Z duplus coni A B C. Itaque demonſtrandum erit, quod portio ſphæroidis A B C æqualis erit cono Z; erit enim conus Z duæ tertiæ cylindri A B C: ſi ergo portio A B C æqualis non erit cono Z; ſit primum eo maior aliquo exceſſu; ſectaque B E in partes æquales in punctis F, G, H, diuiſoque cylindro A B C in totidem cylindros æquales *per* 8. *huius*, *& nonæ coroll.* fiat figura inſcripta portioni; itaut portio addat ſuper figuram inſcriptam minus dicto exceſſu: eritque maior figura inſcripta, quam conus Z: poſt hæc exponantur in longum continuatæ lineæ tot, quot ſunt partes ipſius B E, & ſingulæ ipſi B E æquales, ſuper quas conſtituantur quadrata ſingula K, I M, N O, P Q; à quibus, primo excepto, auferantur qua—ta per ordinem M, O, Q, quæ fiũt per ordinem à lineis E F, E G, E H; diuiſis videlicet ſingulis quad—rum magnorum lateribus in—partes æquales magnitudine, & numero partibus ipſis lineæ B E. vnde fiet *per* 4. *ſecundi Euclid.* vt gnomones relicti I, N, P ſint per ordinẽ æquales rect—lis B F D, B G D, B H D ſinguli ſingulis: vtque quad—tum K ſit ipſum rect—lum B E D. verum *per* 21. *primi conic. Elemen:* dicta rect—la B E D, B F D, B G D, B H D, ſunt proportionalia quad—tis linearum A E, cæterarumq; à punctis F, G, H, ad peripheriam ellipſis ordinatarum quad—ta verò proportionalia circulis, quorum ordinatæ ſunt ſemidiametri; circuli verò quoniam baſes ſunt cylindrorum æquos axes habentium proportionales cylindris: igitur, & cilindri quatuor vt ipſæ, cuius baſis ſemidiameter eſt A E; & cæteri, quorum baſium ſemidiametri ſunt cæteræ tres ordinatæ ſunt proportionales quad—to K, & tribus gnominibus I, N, P, vnde ſequitur *ex* 2. *præmiſſi*, vt quadruplum cylindri A H C hoc eſt totalis cylindrus A B C ad aggregatum trium cylindrorum componentium figuram inſcriptam portioni A B C, ſit ſicut quadruplum quad—ti K ad aggregatum trium gnomonum I, N, P: ſed *per* 8. *libelli de ſpiral:* aggregatum quad—rum K, M, O, Q eſt pluſquam tertia pars quadrupli quad—ti K; atque ideo relictum de quadruplo hoc eſt aggregatum gnomonum I, N, P minus quam duæ tertiæ dicti quadrupli. igitur, & figura inſcripta portioni minor erit quam duæ tertiæ cylindri A B C; & perinde minor cono Z: fuerat verò maior, quod eſt abſurdum. non eſt ergo maior portio A B C cono Z.



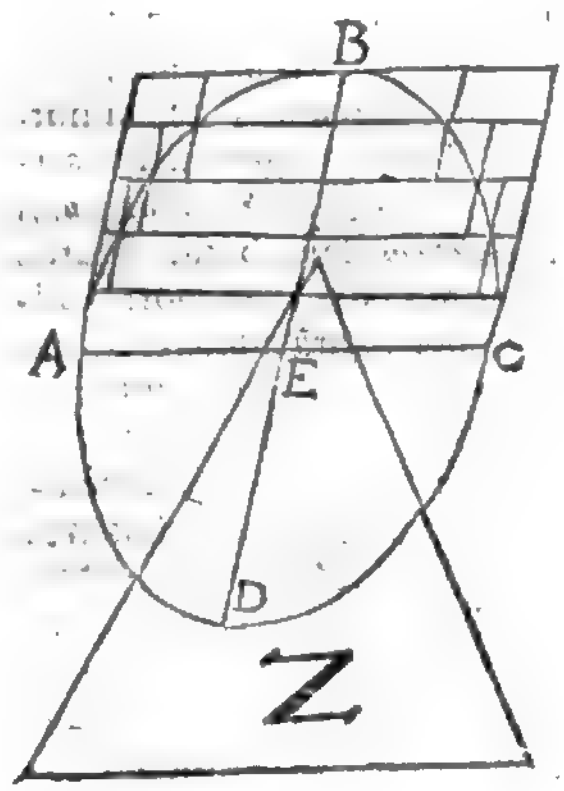
Sit

Sit autem poſt hæc minor: & tunc per eadem, quæ prius fiat figura circumſcripta portioni A B C; itaut figura minus excedat portionem, quam conus Z: & proinde conus Z ſit maior, quam figura circumſcripta. tunc autem rurſus per eadem ſequetur vt quadruplum cylindri A H C, hoc eſt totus cylindrus A B C ad aggregatum quatuor cylindrorum componentium figuram circumſcriptam ſit ſicut quadruplum quad—ti K ad aggregatum ex quad—to K, & tribus gnomonibus I, N, P, ſed *per 8. libelli de ſpiralibus* aggregatum quad—rum M, O, Q, eſt minus, quam tertia pars quadrupli quad—ti K; atque ideo rel.ctum de quadruplo ſcilicet K, I, N, P, plus erit, quam duæ tertiæ dicti quadrupli. igitur & figura circumſcripta portioni plus erit, quam duæ tertiæ cylindri A B C; & perinde maior cono Z: fuerat verò minor. quod eſt abſurdũ. non eſt ergo minor portio A B C cono Z; ſed nec maior fuit. erit ergo æqualis; ſicut proponitur demonſtrandum.

PROPOSITIO XIX.

Quod ſi ſphæroides plano per centrum ad axem obliquo ſecetur; ſimiliter ipſum figuræ dimidium duplum eſſe probatur coni ſuper eamdem baſim, eumdemq; axem conſtituti.

NOn alium hìc expectes, quam in præmiſſa, proceſſum ac demonſtrationem; hoc excepto quod plana ſphæroides figuram ſecantia hic obliqua ſupponuntur ad axem, faciuntque *per 26. & 27. præcedentis*, ſolidum ſecando ſimiles ellipſes: quare conus A B C, cylindrus A B C cum cæteris partialibus cylindris habebunt pro baſibus ellipſes ſimiles. ſunt tamen *per 11. & 13. præmiſſi* conorum, & cylindrorum circulares baſes habentium ſegmenta. cumque *per 14. & 15. præcedentis* talia coni, & cylindrorum ſegmenta ſeruent baſium proportionem, vtpute æquales axes habentia: quare, per eadẽ media, quibus in præmiſſa, vſi ſumus, poſito cono Z duplo ad conum A B C demonſtrabimus portionem A B C nec maiorem, nec minorem eſſe cono Z; & perinde æqualem.



SCHOLIVM I.

OPortet autem vt B E D diameter ellipſis ſemper incedat per centrum vtque A E C, cæterçque æquidiſtantes ſint ordinatæ ad talem diametrum, ab ea videlicet per medium ſingulæ ſecandæ *per 47. primi conic: element:* quod & in 9. huius cautum eſt in formatione figuræ tam inſcriptæ, quam circumſcriptæ.

SCHOLIVM II.

NOrandum etiam, quod ſicut in duabus præcedẽtibus ſemidiameter E B in quinque partes, & cylindrus A B C in totidem cylindros æquales ſecatur, ſic cum tam ſemidiameter, quam cylindrus ſecandus erit in plures partes, vtcumq; ad demonſtra-

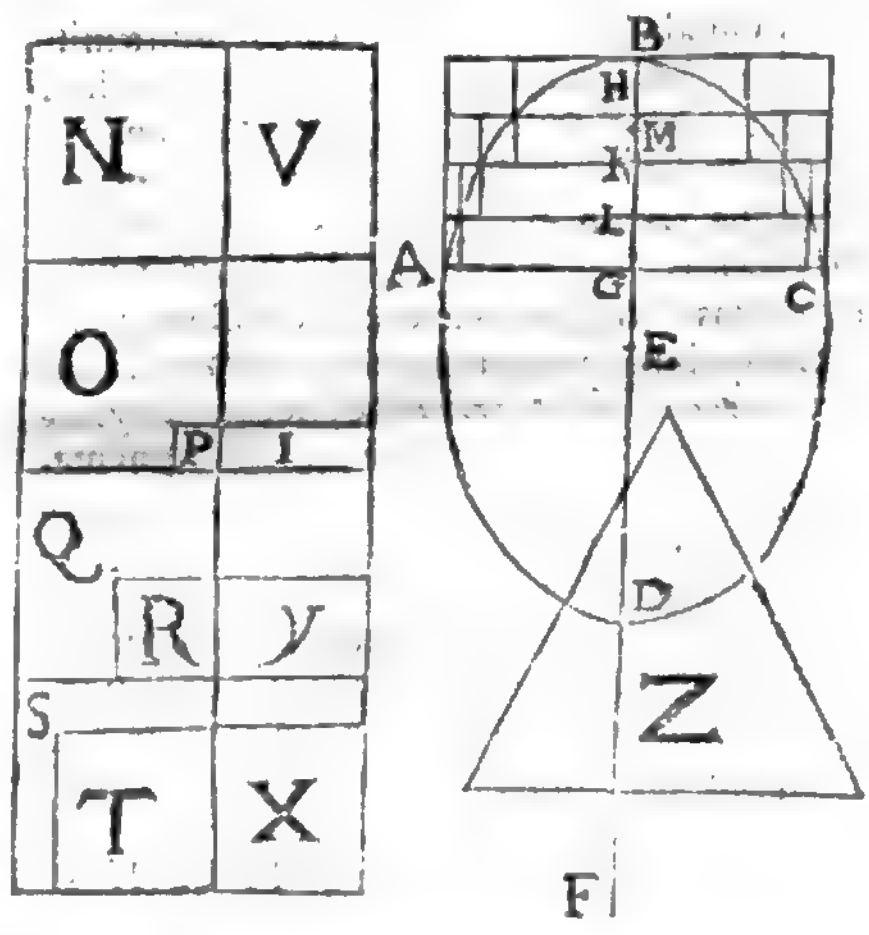
Digitized by Google

ſtrationem opus fuerit; agendum erit in demonſtratione per numerum aſſumptum: vt ſcilicet ſint cylindri conſtituentes figuram circumſcriptam: cylindri verò componentes figuram inſcriptam ſemper ſint vnitate pauciores.

PROPOSITIO XX.

Omnis portio minor, quam dimidia ſphæroidis figuræ plano ad axem recto ſectæ ad conum eiuſdem baſis, axiſque, eſt ſicut linea, quæ conſtat ex dimidio axis ſphæroidis, & ex axe maioris portionis ad ipſum axem maioris portionis.

ESto ſphæroides ſolidum A B C D, cuius centrum E, de quo abſcindatur portio A B C minor dimidia, plano ad axem recto per punctum G ducto; ſitq; A B C D ellipſis inſolido facta plano per axem, *per 16. premiſſi*; cuius plani cum plano ad axẽ recto communis ſectio ſit A G C, quæ diameter eſt circuli inſolido facti, *per 17. premiſſi*; producto autem axe B D ponatur ipſi E D æqualis D F. Dico itaque quod portio ſolida ſphæroidis A B C ad conum, cuius baſis circulus A C, axiſque B G eſt ſicut linea F G ad lineam G D: ponatur ſicut F G ad G D, ſic conus Z ad conum A B C. Et demonſtrandum erit, quod conus Z æqualis eſt portioni ſphæroidis A B C, ſecus enim, portio erit aut maior, aut minor, cono Z. ſit primum maior aliquo exceſſu, *& per 8. huius, eiuſq; corollarium* inſcribatur figura portioni A B C; itaut portio addat ſuper figurã minus dicto exceſſu: & proinde figura inſcripta erit maior cono Z. poſthæc ſit B M tertia pars ipſius B G; cumque B E ſit tertia pars ipſius B F, ſequitur vt E M relicta ſit, & tertia pars ipſius G F relictæ; quare ſicut G F, ad E M, ſic cylindrus A B C ad conum A B C: fuit autem ſicut D G ad G F, ſic iam conus A B C ad conum Z. ergo *per inordinatam proportionem æqualitatis*, ſicut eſt D G ad E M, ſic cylindrus A B C ad conũ Z: ſint autem partes axis B G iuxta diuiſionem cylindri A B C factæ quatuor G L, L K, K H, H B; totidemque lineæ exponantur ſingulæ ipſi B G æquales: & ſuper eas ſingulæ quad—ta N, O P, Q R, S T. & à tribus poſtremis auferantur per ordinem quad—ta P, R, T, quæ ſunt quad—ta linearum B H, B K, B L per ordinem: relictis gnomonibus O, Q, S. item producatur latus quad—ti N & cæterorum; ſitque crementum duplum ipſius G E: & perinde tota latitudo æqualis ipſi D G: atque ità qua—to N, ſpacium V, & quad—tis O P, Q R, S T, ſingulis ſpatia ipſi V ſingula æqualia accedant: de quibus partes I, Y, X, ſeiunctę accedant quad—tis P, R, T; relicta verò gnomonibus O, Q, S, accreſcant. vnde ſpatium N V, & gnomones O, Q, S; ſic iam adaucti æquales erunt



his

Digitized by Google

his rect--lis, videlicet ſpatium N V rect--lo B G D, gnomon O rect--lo B L D, gnomon Q rect --lo B K D, gnomon S rect--lo B H D; quando quidem ipſæ lineæ B H, B K, B L ſunt latitudines gnomonum S, Q, O; ſicut eædem lineæ cõtrario ordine ſumptæ fuerunt latera quad--rum T, R, P: verum ipſa rect--la B G D, B L D, B K D, B H D per ordinem ſunt proportionalia quad- -tis linearum A, G, & reliquarum triũ à punctis L, K, H, ad peripheriam ellipſis ordinatarum *per 21. primi conic. element.* quad--ta autem ductarum ordinatarum ſunt circulis, quorum ipſæ ſunt diametri proportionalia; circuli quoque ipſi cylindris, quorum ſunt baſes proportionales; quandoquidem æquales ſunt cylindrorum axes. igitur & quatuor cylindri, quorum baſes dicti circuli ordinatas pro ſemidiametris habentes erunt proportionales ſpatio N V, gnomonibuſque O, Q, S: vnde ſequitur, vt quadruplum cylindri A L C, hoc eſt totalis cylindrus A B C ad cylindros conſtituentes figuram portioni inſcriptam ſit ſicut quadruplum ſpatij N V ad aggregatum gnomonum O, Q, S; cum autem G E ſit ſemiſſis crementi gnomonum in ſpatiorum deſcriptione; B M autẽ ſit tertia pars ipſius B G, quod eſt latus quad--ti N maximi in ordine quad--rum P, R, T, N. iam *per 3. præmiſſi* minorem rationem habebit quadruplum ſpatij N V ad aggregatum ſpatiorũ N V, T X, R Y, P I, quam linea D G ad lineam compoſitã ex G E, B M. quare & euerſim *per 5. additarum in quinto Eucl.* maior erit ratio quadrupli ſpatij N V ad aggregatum gnomonum O, Q, S, quam lineæ D G ad lineam E M; fuit autem dictum quadruplum ad dictum aggregatum, ſicut cylindrus A B C ad figuram inſcriptam; ſicut autem linea D G ad lineam E M, ſic erat cylindrus A B C ad conum Z. ergo maior erit ratio cylindri A B C ad figuram inſcriptam, quam eiuſdem cylindri A B C ad conum Z: itaque maior eſt conus Z, quam figura inſcripta: fuerat verò minor, quod eſt abſurdum, non eſt igitur maior portio A B C cono Z.

Ponatur deinde minor; & tunc per eadem, quæ prius quadruplum cylindri A L C totus inquam cylindrus A B C ad aggregatum quatuor cylindorum conſtituentium figuram circumſcriptam portioni minorem cono Z; per eadem, quæ prius fabricatam, erit ſicut quadruplum ſpatij N V, ad aggregatum N V, O, Q, S, gnomonum: ſed *per 3. præcedentis libelli* ratio quadrupli ſpatij N V ad aggregatum ſpatiorum T X, R Y, P I, maior eſt, quam linea D G ad lineam compoſitam ex G E, B M. igitur euerſim *per 6. additarum in quinto Eucl.* minor erit ratio quadrupli ſpatij N V ad aggregatum N V, O, Q, S gnomonum, quam lineæ D, G ad lineam E M; fuit autem dictum quadruplum ad dictum aggregatum, ſicut cylindrus A B C ad figuram circumſcriptam: ſicut autem linea D G ad lineam E M, ſic cylindrus A B C ad conum Z. ergo minor erit ratio cylindri A B C ad figuram circumſcriptam, quam eiuſdem cylindri A B C ad conum Z; itaque minor erit conus Z, quam figura circumſcripta: fuerat verò maior, quod eſt abſurdum. non eſt ergo minor portio A B C cono Z, ſed nec maior eſſe potuit; æqualis ergo erit, quod fuit demonſtradum.

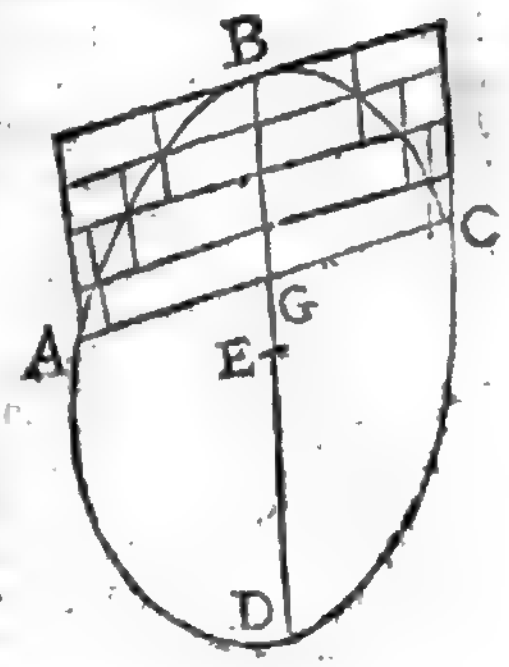
PROPOSITIO XXI.

Quod ſi ſphæroides plano ad axem obliquo ſecetur, portio abſciſſa minor dimidio figuræ ad conum eiuſdem baſis, axiſque dictam quoque rationem habere probatur.

VTere hic deſcriptione, & argumentatione præcedentis; plana tamen figuram ſphæroidem ſecantia hic obliqua ſint ad axem. vnde *per 26. & 27. præcedentis* ſolidum ſecando ſimiles ellipſes efficiet, quare conus, & cylindri habebunt pro baſibus ellipſes ſimiles, coni tamen, & cylindrorum circularium ſunt ſruſtra *per 11. & 13.*

Digitized by Google

præmiſſi eumque *per* 14. *&* 15. *præmiſſi*, talia coni, & cylindrorum truſtra ſeruent regularium conorum, & cylindrorum proportionem: iam per eadem media, quibus in præmiſſa demonſtrabimus, ijſdem omnibus ſuppoſitis conum Z æqualem eſſe portioni A B C. id quod demonſtrandum propoſuimus.



SCHOLIVM I.

OPortet autem vt B E D ellipſis diameter ſemper eat per centrum vtque A G C, ceteræque æquidistantes ordinatæ ſint ad talem diametrum, & ab ea ſingulæ per medium ſecentur *per* 47. *primi conic.* verũ horum diſpoſitio pertinet *ad* 8. *&* 9. *huius, eiuſque corollarium*; ad quas pertinet regula fabricandi figuras inſcriptas, & circumſcriptas portionibus conoidalibus ſub dicta conditione: non ergo erat hic repetendum, quod illic traditur.

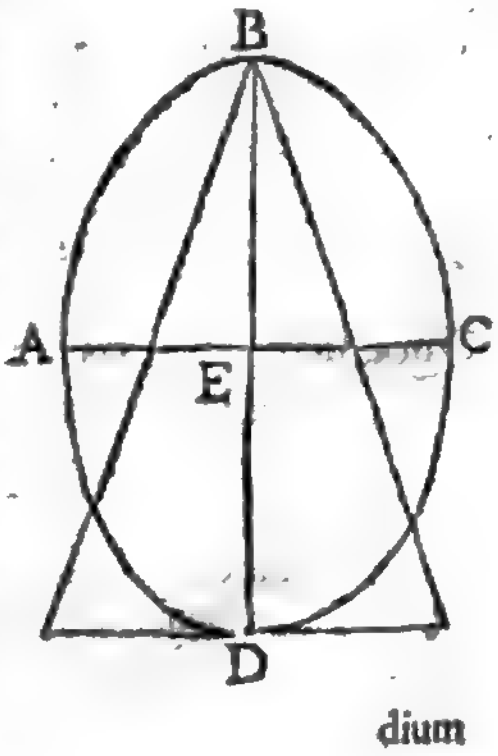
SCHOLIVM II.

NOtandum etiam, quod ſicut hic, & in præmiſſa ſecatur axis B G in quatuor partes, & cylindrus A B C in totidem cylindros æquales, ſic tam axis, quam cylindrus pluries erit ſecandus, iuxta neceſſitatem demonſtrantis; agendum erit in demonſtrando per numerum aſſumptum, vt totidem ſint cylindri componentes figuram circumſcriptam, componentes verò inſcriptam vnitate pauciores.

PROPOSITIO XXII.

Sphæroides figura dupla eſt ad eorum, qui eumdem cum figura axem, ac baſim circulum, ſiue ellipſim per ſolidi centrum ad axim ordinatam habet.

ESto ſphæroides ſolidum, cuius per axem facta ellipſis A B C D, centrum E, axis B D, planum quoddam per centrum rectum ad ellipſim A B C ſecet figuram ſphæroidem, ſiue rectum ad axem, ſiue obliquum; cuius plani cum plano per axem communis ſectio ſit linea A E C, recta quidem axi B D, vel obliqua, vtrobiq; tamen ordinata ad ipſum axem. Vnde in primo caſu B D erit axis præcipua ellipſis, à qua ſuper ipſum axim circumlata formatur ſolidum. In ſecundo verò caſu B D erit diameter ex generatione, ad quam ordinatur A C ſecundũ diametros, eiuſque æquidiſtantes. Itaque A C in primo caſu erit diameter circuli à plano per centrum facti *per* 17. *præmiſſi*: In ſecundo autem caſu A C erit diameter factæ à dicto per centrum plano ellipſeos, *per* 26. *&* 27. *præmiſſi*. Dico igitur quod ſphæroides ſolidum A B C D duplum eſt coni habentis axem B D, baſimque circulum, ſiue ſectionem A C. Nam dimi-



dium

dium ſphæroidis A B C duplum eſt coni habentis axim B E, baſimque circulum A C *per 18. huius*; baſim verò ellipſim A C *per 19. huius*, ergo totum ſphæroides quadruplum dicti coni: cumq; dictus conus ſit dimidium coni habentis axem B D, baſimque circulum, ſiue ſectionem A C; erit iam ſphæroides duplum coni habentis axem B D, baſimque A C. quod eſt propoſitum.

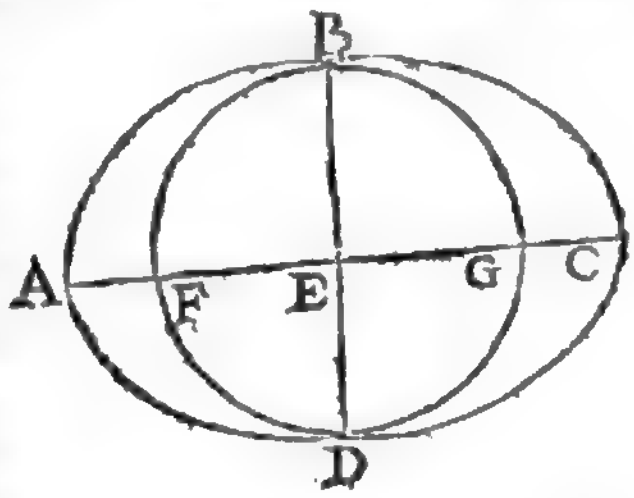
SCHOLIVM.

NVnc agendum eſt de comparatione ſphæræ, ac ſphæroidum inter ſe ſolidorum, qui locus ab Archimede omiſſus eſt. deinde facilius ad id, quod demonſtrandum ſupereſt, veniemus.

PROPOSITIO XXIII.

Sphæra, & ſphæroides, ſiue duæ ſphæroides figuræ communem axem habentes, ſunt quadratis reliquarum diametrorum proportionales.

SIt circulus A B C D, ſiue ellipſis, cuius centrum E; ſit item circa eumdem axim; centrumque alia ellipſis D F B G: ac manente immoto axi B D circuli quidem reuolutione ſphæra; ellipſium verò circumlatione ſphæroides figuræ deſcribantur: ſintque ſecundæ diametri ad rectos axi ipſæ A C, F G. Dico itaque, quod ſphæra, ſiue ſphæroides A B C, ad ſphæroidem figuram F B G eſt ſicut quad--tum A C ad ipſum F G quad--tum. nam *per demonſtrata de ſphæra, & cylindro*, atque *per præcedentem*, ſphæra, ſiue ſphæroides A B C dupla eſt ad conum, cuius axis B D, baſiſque circulus A C, rectus axi B D; ſphæroides quoque F B G duplum eſt ad conum, cuius axis B D, baſiſque circulus F G axi rectus. igitur ſphæra A B C, ſiue ſphæroides ad ſphæroidem F B G eſt ſicut conus, cuius baſis A C ad conũ, cuius baſis F G, quorum altitudo cõmunis B D; Sed conus ille ad hunc *per 14. premiſſi*, eſt ſicut baſis ad baſim; & ideo ſicut quad--tũ A C ad ipſum quad--tum F G (quandoquidem circuli ſunt quad--tis diamentrorum proportionales.) igitur & ſicut qua--tum A C ad quad--tum F G, ſic ſphæra ſiue ſphæroides A B C ad ſphæroidem figuram F B G. quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO XXIV.

Sphæræ, & ſphæroidis, ſiue duarum ſphæroidum figurarum ratio componitur ex rationibus axium, & quadratorum, quæ ex ſecundis diametris.

NAmque ſphæra, & ſphæroides, ſiue duæ ſphæroides ſunt conis ſuis prædicto modo ſumptis proportionales, *per librum de ſphæra, & cylindro, & per premiſſam 22.* ſed conorum ratio *per 14 premiſſi*, componitur ex rationibus axium, & quad--rum

Digitized by Google

ex diametris baſium: ergo, & ſphæræ, & ſphæroidis, ſiue duarum ſphæroidum ratio componitur ex ijſdem: communes enim ſunt tam axes, quam baſium diametri conis, atque figuris.

COROLLARIVM I.

VNde ſi ſphæra, & ſphæroides, ſiue duæ ſphæroides figuræ habeant ſecundas diametros æquales, erunt ad inuicem, ſicut axes.

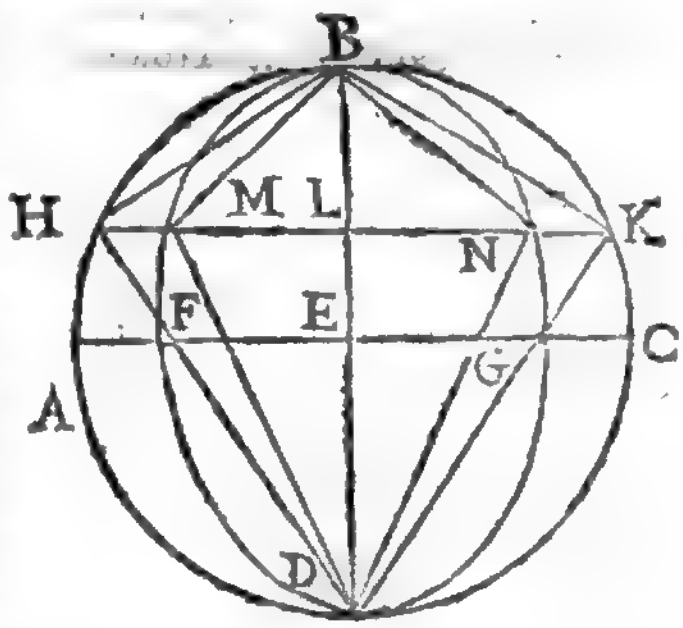
COROLLARIVM II.

QVod ſi quad—ta ſecundarum diametrorum ſint axibus reciproca; figuræ ipſæ ſolidæ ad inuicem æquales erunt.

PROPOSITIO XXV.

Si ſphæra, & ſphæroides, ſiue duæ ſphæroides figuræ communem habentes axem plano ſecentur ad axem recto; portiones vnius erunt portionibus alterius figuræ proportionales.

SIt ſphæra ABCD, ſiue ſphæroides; ſit enim altera ſphæroides FBGD, quarum axis communis BD, centrumque E; à circulo, & ellipſi, ſiue ab ellipſibus eiuſdem circa dictum axem deſcriptæ; quæ ſecentur plano ad axem recto: cuius cum ellipſibus per axem communis ſectio ſit linea HMLNK: ita vt factorum in ſolidis *per* 17. *præmiſſi*, circulorum diametri ſint HK, MN in eadem linea. Demonſtrandum eſt, quod abſciſſæ ſolidorum portiones HBK, HDK ſunt portionibus MBN, MDN proportionales hoc modo. Sint circuli, & ellipſis, ſiue duarum ellipſium ſolidas figuras deſcribentium ſecundæ diametri AC, FG: intelligantur & coni HBK, MBN communem axem BL, baſeſque circulos ſortiti, quorum diametri HK, MN: cum itaque *per coroll. pr.* 31. *libri de ſphæra, & cylindro, & per* 20. *huius*, portio HBK: itemque portio MBN ad conum MBN ſit, ſicut linea compoſita ex ED, DL, ad lineam DL; quæ eſt axis reliquæ maioris portionis in vtroque ſolido; erit permutatim portio HBK ad portionem MBN ſicut conus HBK ad conum MBN; ſed conus HBK ad conum MBN ſicut baſis ad baſim, & ideo ſicut quad—tum HL ad quad—tum ML; proindeque *per* 21. *primi conicorum*, ſicut quad—tum AE ad quad—tum FE, hoc eſt ſicut quad—tum AC ad quad—tum FG. quare *per* 23. *huius* ſic ſolidum ABCD ad ſolidum FBGD. igitur ſicut ſolidum ABCD ad ſolidum FBGD totum ad totum, ſicut portio HBK ad portionem MBN abſciſſa ad abſciſſam: Ergo *per* 19. *quinti Eucl.* erit & portio HDK ad portionem MDN, reliqua ad reliquam, ſicut ſolidum ABCD totum ad ſolidum FBGD totum; & ſicut portio HBK ad portionem MBN abſciſſa ad abſciſſam. & permutatim portio HBK ad portionem HDK ſicut portio MBN ad portionem MDN, quod eſt propoſitum.



PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO XXVI.

Omnis portio ſphæroidis maior, quam dimidia plano quidem ad axem recto abſciſſa ad conum eiuſdem baſis, axiſque eſt ſicut linea, quæ conſtat ex dimidio axis ſphæroidis, & ex axe minoris portionis ad ipſum axim minoris portionis.

IN deſcriptione præcedentis, oſtendendum eſt, quod portio ſphæroidis M D N ad conum M D N, cuius axis D L, qui, & portionis, & baſis circulus, cuius diameter M N; eſt ſicut linea compoſita ex E B, & B L ad lineam B L, quæ axis eſt portionis M B N. namque *per coroll. pr. 31. de ſphæra, & cylindra* portio ſphærica H D K ad conum M D K eſt ſicut linea compoſita ex E B, & B L ad lineam B L; conus autē H D K ad conum M D N ſicut quad—tum H L ad quad—tum M L: & ideo *per 21. primi conicorum*, ſicut quad—tum A E ad quad—tum F E, hoc eſt ſicut quad—tum A C ad quad—tum F G: quare *per 23. huius*, ſicut ſpæra A B C D ad ſphæroidem F B G D: & ideirco *per præmiſſam*, ſicut portio ſphærica H D K ad portionē ſphæroidis M D N. igitur permutatim, portio ſphærica H D K ad conum H D K ſicut portio ſphæroidis M D N ad conum M D N: fuit autem portio ſphærica H D K ad conum H D K, ſicut linea E B, B L ad lineam B L: ergo & ſicut linea E B, B L ad lineam B L, ſic portio ſphæroidis M D N ad conum M D N. quod fuit oſtendendum.

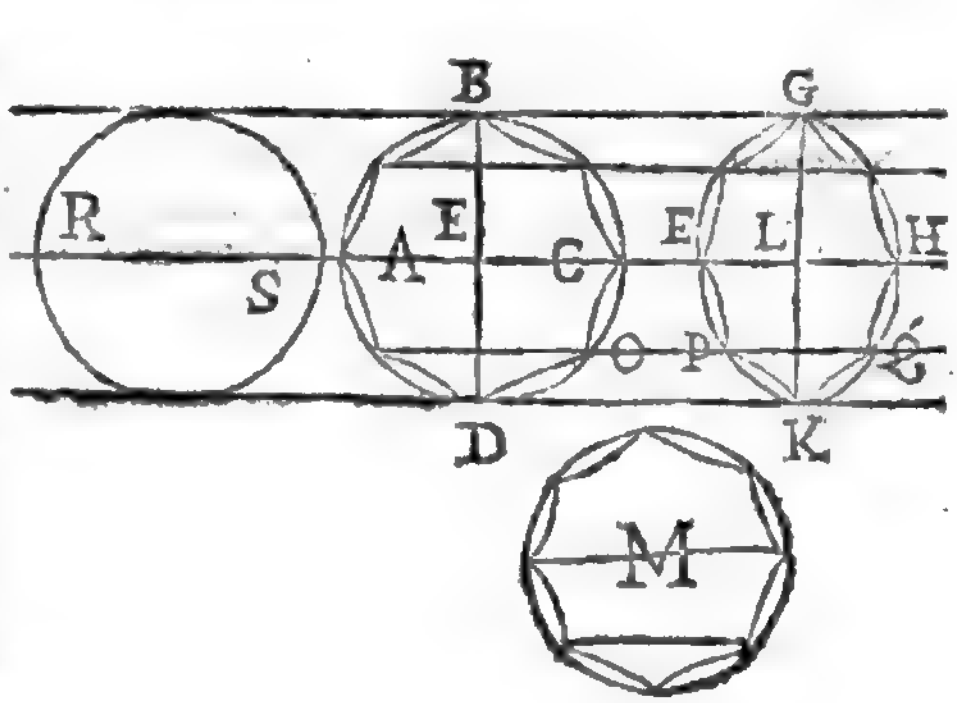
SCHOLIVM.

NOta quod præſentis propoſitionis demonſtratio poſita fuit ab Archimede adeo perplexa, & obſcura, vt perſpicaciſſimis etiam ingenijs multo plus afferat faſtidij, quam delectationis. nos autem vſi medio libelli de ſphæra, & cylindro, multo faciliori via idipſum demonſtramus.

PROPOSITIO XXVII.

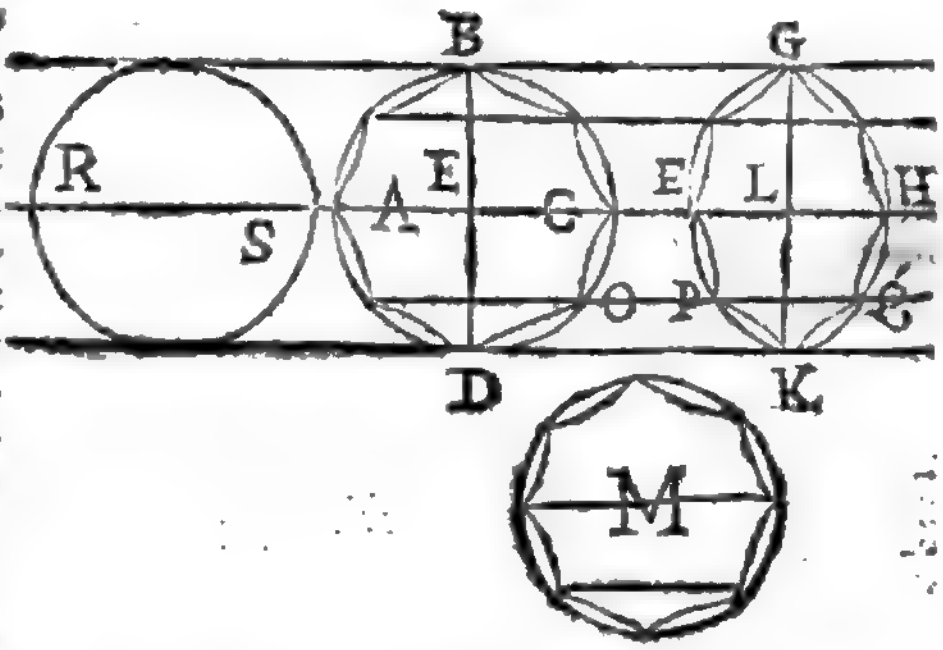
Si circulus, & ellipſis, ſiue duæ ellipſes poſitæ ſint inter lineas æquidiſtantes: erunt ad inuicem ſicut earum diametri, quæ lineis dictis æquidiſtant.

SIt circulus, ſiue ellipſis A B C D, cuius centrum E, item ellipſis F G H K, cuius centrum L: poſitæ inter lineas æquidiſtantes B G, D K, quæ tangant ellipſes in ipſis B, G, D, K, punctis; quo fit vt lineæ B D, G K, quæ tactuum puncta coniungunt eant per ſectionum centra. E, L, *ex 6. & 27. ſecundi conic. Apoll:* vtq; A E C, F L H tangentibus æquidiſtãtes ſint



per

per 47. *&* 15. *primi conicor.* ordinate ad diametros BD, GK; & perinde ſecundæ diametri. & earum paralleli ordinatè ad eaſdem diametros BD, GK. Itaque demonſtrandum eſt, quod ſectio ABCD ad ſectionem FGHK eſt ſicut diameter AC ad diametrum FH; ſit enim ſicut linea AC ad lineam FH, ſic ſectio ABCD ad circulum M. Itaque oſtendendum eſt, quod circulus M æqualis erit ſectioni FGHK; ſecus enim ſit circulus M maior ellipſi FGHK; & inſcribatur circulo M multiangula figura maior ellipſi FGHK, & totidem laterum figura inſcribatur tam ſectioni ABCD, quam ſectioni FGHK, ductis æquidiſtantibus, quæ ſecent diametros BD, GK, ſicut æquidiſtantes ab angulo ad angulum ſecant diametrum circuli M: eritque figura ABCD ad figuram FGHK ſicut linea AC ad lineam FH. quoniam ſcilicet trapetia finiuntur baſibus ſuperis, & inferis proportionalibus; *per* 25. *primi conic.* & ideo ſunt lineis correlatiuis proportionales: vnde trapetia adiũcta ad trapetia, hoc eſt figura ad figuram eſt ſicut linea ad ſibi correlatiuam lineam. igitur ſicut figura ABCD adfiguram FGHK, ſic erit ſectio ABCD ad circulum M; ſed ſectio ABCD ad circulum M, eſt ſicut figura ABCD ad figuram M; (hoc enim ſequitur, ſuppoſito primũ, quod ſectio ABCD ſit circulus.) ergo ſicut figura ABCD ad figuram M, ſic figura ABCD ad figuram FGHK. æqualis eſt ergo figura FGHK figuræ M: quare figura M minor erit ellipſi FGHK; fuerat verò maior, quod eſt abſurdũ. Non eſt igitur circulus M maior ellipſi FGHK. Sit deinde minor; & tũc inſcribatur ellipſi FGHK multiangula figura FGHK maior circulo M; & inter eaſdem æquidiſtantes figura totidem laterum inſcribatur ſectioni ABC (quæ primum circulus ſupponatur eſſe) & ei ſimilis inſcribatur circulo M: eritque rurſus figura ABCD ad figuram FGHK, ſicut linea AC ad lineam FH, ſed ſic dudum fuerat ſectio ABCD ad circulum M: atque ſic eſt figura ABCD ad figuram M. igitur figura ABCD ad figuram M, ſicut figura ABCD ad figuram FGHK: æqualis ergo eſt figura FGHK figuræ M. quare circulus M maior quam ellipſis FGH; fuerat autem minor; quod eſt abſurdum: non eſt itaq; circulus minor ellipſi FGHK; ſed nec maior fuit. æqualis ergo erit: quod fuit demonſtrandum.



Supponatur nunc ellipſim eſſe ABCD; & id idem demonſtrabitur. ponatur enim inter eaſdem æquidiſtantes circulus RS: & eodem modo demonſtrabimus, quod ellipſis ABCD ad circulum RS erit ſicut linea AC ad diametrum RS, quodquè circulus RS ad ellipſim FGHK erit ſicut diameter RS ad lineam FH: vnde ex æquali ordinata concludemus, ellipſim ABCD ad ellipſim FGHK eſſe ſicut linea AC ad lineam FH. quod eſt propoſitum.

✠ ✠ ✠ ✠ ✠ ✠

SCHO-

Digitized by Google

SCHOLIVM.

Iisdem autem ſuppoſitis oſtendemus, quod portiones circuli, & ellipſis, ſiue duarum ellipſium à linea tangentibus æquidiſtante abſciſſæ, ſunt proportionales.

NAm ſi de circulo A B C D capiamus portionem N D O; de ellipſi autem F G H K capiamus portionem P K Q per lineam N Q ipſis B G, D K æquidiſtantem abſcißas: tum de circulo M portionem ſimilem portioni N D O: iam per figuras in aſſumptis portionibus inſcriptas, eodemque ſyllogiſmo aduerſarium çonfutantes, demonſtrabimus, quod portio N D Q ad portionem P K Q eſt ſicut diameter A C ad diametrum F H, vel ſicut quælibet chordarum ad quamlibet correlatiuarum chordarum: atque ideo *per 19. quinti Eucl.* ſic eſſe portionem N B O relictam ad portionem P G Q relictam: ſic eſſe totam A B C D ad totam F G H K ſectionem.

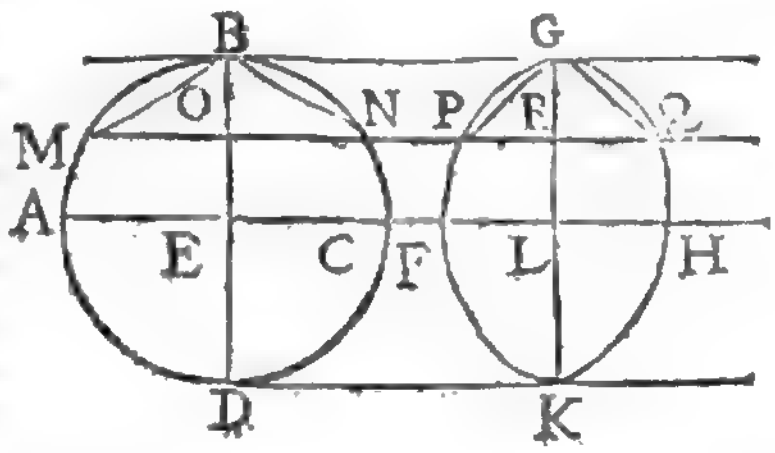
COROLLARIVM.

EX quibus manifeſtum eſt, quod ſi circulorum, ſiue duarum ellipſium tangentibus lineis interpoſitarum ſecundæ diametri fuerint æquales, circuli ipſi, ſiue ipſæ ellipſes æquales erunt: & earum portiones per lineam tangentibus æquidiſtantem abſciſſæ ad inuicem æquales erunt; & baſes portionum æquales.

PROPOSITIO XXVIII.

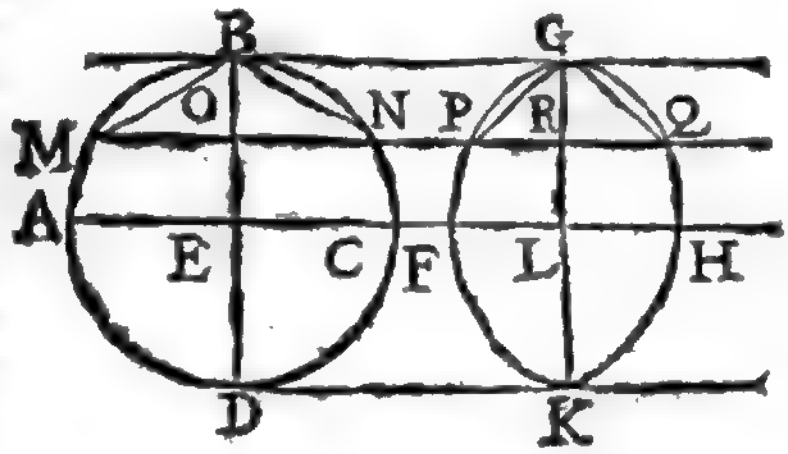
Sphæra, & ſphæroides, ſiue duæ ſphæroides figuræ inter æquidiſtantia plana poſitæ ſunt rectangulis ſub diametris ſectionum, quæ planis æquidiſtant proportionales.

QVod 23. *huius* propoſuit de figuris communem axem habentibus, hæc concludit de ijſdem inter tangentia plana poſitis. item quod præcedens de circulo planiſq; ellipſibus oſtendit, hæc de ſphæra, ſphæroidibuſq; ſolidis ratiocinantur. Ponatur circulus, ſiue ellipſis A B C D, cuius cẽtrum E. item ellipſis F G H K, cuius centrum L inter lineas tangentes B G, D K, vt in præcedenti diſpoſitæ; intelligatur & ſphęra, ſiue ſphæroides A B, C D, & ſphæroides F G H K; quorum quidẽ ſolidorum, ipſe A B C circulus, ſiue ellipſis, & F G H ellipſis, ſint ſectiones à plano per axes ducto factæ, cui quidem plano duo plana recta per lineas B G, D K tangentes ducantur; ducta enim plana *per quintum huius*, tangent ſolida A B C D, F G H K in ipſis B, G, D, K, punctis, & *per 14. vndecimi Euclid.* æquidiſtantia erunt; itaque *per 6. huius*, lineæ B D, G H, quæ iungunt contactus incedent per ſectionum centra; & diametri ſectionum erunt: ipſe autem A E C, F L H, vt in præcedenti erunt ſecundæ ſectionum diametri, in eadem linea tan-



Digitized by Google

tangentibus æquidiſtante. Demonſtrandum eſt igitur, quod ſolida A B C D, F G H K proportionalia ſunt rec--lis contentis ſub diametris A C, F H, & ſub reliquis diametris ſectionum perpendiculariter inſiſtentium ſuper A C, F H: hoc modo. *per 26. libri de ſphæra, & cylindro, & per 22. huius*, tam ſphæra A B C D, ſiue ſphæroides, quam ſphæroides F G H K dupla eſt ad ſuum conum; qui ſcilicet eumdem cum ſolido axim, baſiſque diametrum habet ipſam ſecundam ſolidi diametrum; appellabo itaque ſolidi A B C D, conum B D; & ſolidi F G H, conum G K: erit igitur ſolidum A B C D ad ſolidum F G H K, ſicut conus B D ad conum G K; ſed conus B D ad conum G K, ſicut baſis ad baſim: & ideo *per 8. & 9 premiſſi*, ſicut rec--lum ſub diametris baſis ad rec---lum ſub alterius baſis diametris: baſes autem iſtæ ſunt ſectiones, quas in ſolidis facit planum æquidiſtans planis tangentibus ductum per A H lineam, vnde, ſi ſphæra ſit A B C D ſolidum, circulus erit facta ſectio, cuius diameter A C: ſi ſphæroides, facta ſectio erit ellipſis, ſiue circulus, ſi B D, G K perpendiculares ſint tangentibus: igitur erit, & ſicut rec--lum baſis ſeu ſectionis A C ad rec--lum baſis, ſeu ſectionis F H, ſic ſolidum A B C D ad ſolidum F G H K: quod eſt propoſitum.



PROPOSITIO XXIX.

Si ſphæra, & ſphæroides, ſiue duæ ſphæroides figuræ inter æquidiſtantia plana poſitæ plano illis æquidiſtante ſecentur: abſciſſæ ſolidorum portiones proportionales erunt.

QVod 15. *huius* oſtendit de figuris communem axem habentibus, hæc id ipſum de figuris huiuſmodi inter tangentia plana poſitis concludit; in eadem itaque deſcriptione incedat planum æquidiſtans tangentibus planis figuras ſecans; cuius cum plano per centra ſolidorum, & tactuum puncta ducto communis ſectio ſit linea M O N, P R Q. Dico itaque quod portio ſolidi M B N ad portionem M D N eſt ſicut portio ſolidi P G Q ad portionem P K Q: intelligantur enim duo coni M B N, P G Q, quorum axes B O, G R baſes autem factæ in ſolidis ſectiones à plano, quod per lineam M Q ducitur planis tangentibus æquidiſtans: eritque *per 32. lib. de ſphæra, & cylindr. & per 20, & 21. huius* portio M B N ad conum M B N, ſicut portio P G Q ad conum P G Q: illa enim ratio eſt lineæ compoſitæ ex E D, D O ad lineam D O, hæc autem lineæ compoſitæ, ex L K, K R ad lineam K R; quæ rationes ſunt eædem propter æquidiſtantiam linearum: igitur permutatim portio M B N ad portionem P G Q eſt ſicut conus M B N ad conum P G Q; ſed conus M B N ad conum P G Q, ſicut baſis ad baſim, hoc eſt, vt ſectio M N, ad ſectionem P Q, hoc eſt *per 8, & 9. premiſſi*, ſicut rectangulum ſectionis M N ad rec--lum ſectionis P Q: ſed hæc rectangula ſunt proportionalia rec---lis ſectionum A C, F H a plano per centra ſolidorum tangentibus æquidiſtante factarum: quandoquidem *per 26, & 27. precedentis*, ſectiones ab æquidiſtantibus planis in ſphæroidibus factæ ſunt ſimiles: & *per 21. primi conic.* ipſæ M N, A C ſunt ipſis P Q, F H proportionales. igitur ſicut rec—lum ſectionis ad rec--lum ſectionis F H, ſic portio M B N ad portionem P G Q; verum *per precedentem*,

Digitized by Google

tum, ſolidum A B C D ad ſolidum F G H K ſicut rectum ſectionis A C ad rectum ſectionis F H. ergo ſolidum A B C D ad ſolidum F G H K totum ad totum, ſicut portio M B N ad portionem P G Q ibidem ad abſciſſam, quare *per 19. quinti Euclid.* & portio M D N relicta ad portionem P K Q relictam erit ſicut ſolidum A B C D ad ſolidum F G H K: & permutatim portio M B N ad portionem M D N erit ſicut portio P G Q ad portionem P K Q: quod erat demonſtrandum.

COROLLARIVM.

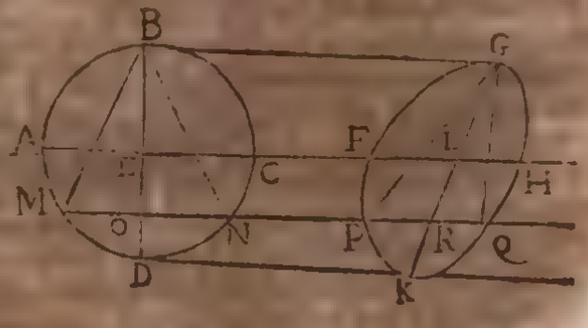
HInc, & illud ſequitur, quod ſi ſphæra, & ſphæroides, ſive duæ ſphæroides ſolidæ figuræ inter ſe plana utrinque ſolidum utrumque tangentia planæ plano per centra tangentibus æquidiſtante ducto ſecentur, factæque ſectiones fuerint inter ſe æquales; ipſa ſolida æqualia erunt ad invicem: & ſolidorum portiones à quolibet plano tangentibus æquidiſtante abſciſſæ ad invicem æquales erunt. tunc autem ſectiones æquales ſunt, quando earum rectangula, quæ ſcilicet à diametris ſuis æqualia ſunt; *vt in 9. pramiſſi cuiuſque conicar.* dicitur eſt, & tunc planum tangentibus æquidiſtans ſemper facit in ſolidis æquales ſectiones.

PROPOSITIO XXX.

Omnis portio ſphæroidis maior, quam dimidia plano ad axem obliquo abſciſſa ad conum eiuſdem baſis, atque eſt ſicut linea, quæ conſtat ex dimidio axis ſphæroidis, & ex axe minoris portionis ad ipſum axem minoris portionis.

QVod *26 huius* demonſtrauit de portione ſphæroidis plano ad axem recto abſciſſa, hæc demonſtratur de huiuſmodi portione plano ad axem obliquo diſtecta.

Itaque oſtendendum eſt, quod portio P G Q ad conum P G Q, cuius axis G R, qui, & portionis & baſis ſectio P Q à plano ſecante in ſphæroide F G H K facta: eſt ſicut linea compoſita ex L K, K R ad lineam K R, quæ eſt axis portionis P K Q minoris relictæ. nam *per demonſtrata de ſphæra, & cylindro* portio ſphærica M B N ad conum M B N eſt ſicut linea compoſita ex E D, D O ad lineam D O: & ideo ſicut linea compoſita ex L K, K R ad lineam K R (eadem enim ratio eſt propter æquidiſtantiam linearum:) conus autem M B N ad conum P G Q, ſicut ipſum quadratum M N ad quadratum P Q ſectionis *per 8, & 9. precedentis*, quare *per precedentem*, ſicut portio M B N ad portionem P G Q: & permutatim ſicut portio M B N ad conum M B N, ſic portio P G Q ad conum P G Q; fuit autem portio M B N ad conum M B N, ſicut linea compoſita ex L K, K R ad lineam K R. igitur & ſicut eadem compoſita ex L K, K R ad lineam K N, ſic portio ipſa P G Q ad conum P G Q. quod fuit demonſtrandum.



SCHOLIVM.

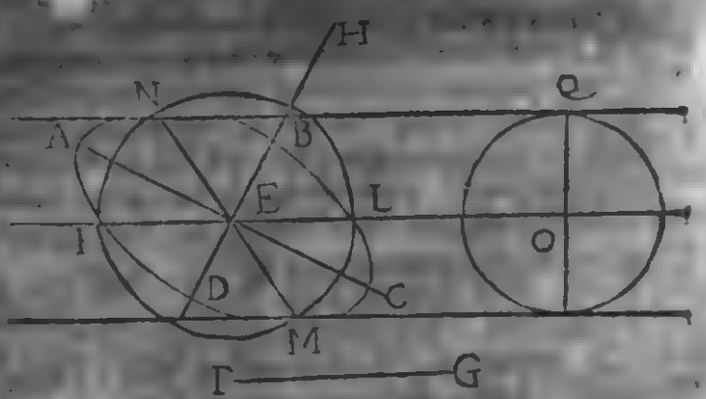
ET hæc quoque propositio, sicut 26. ab Archimede obscurissimè demonstratur per viam autem à nobis assumptam paucis ostenditur.

Notandum, quod quidquid 18. huius, & sequentes hucusque de sphæroidibus oblongis ratiocinantur, idem quoque, & per eadem de sphæroidibus compressis ostendi potest.

PROPOSITIO XXXI

Proposita ellipsi possibile est ducere duas æquidistantes ipsam tangentes ad datum interuallum, oportet autem vt datum interuallum neque maius sit maiore axium ellipsis, neque minus minore.

ESto proposita ellipsis A B C D, cuius axes A C, B D, centrum E, datum spatium F G. Dico, quod possibile est ducere duas æquidistantes vtrinque A B C D ellipsim tangentes ita vt ductarum interuallum capiat circulum diametro F G descriptum. oportet autem vt F G interuallum neque excedat axem ellipsis maiorem A C, neque deficiat ab axe minori D B. secus enim esset impossibile. Itaque si F G interuallum sit æquale axi maiori A C, vel minori D B; tunc lineæ ductæ per ipsius axis extrema ad rectos ipsi axi tangent ellipsim apud eamdem extremitatem quando quidem ordinatæ sunt ad ipsum axem; sed quæ tangunt apud extrema maioris axis, in maximo, quæ verò apud extrema axis minoris, in minimo distant interuallo, quam esse possent quælibet eamdem ellipsim tangentes. si autem F G interuallum minus sit quidem ipso A C axe, maius autem ipso D B. tunc sicut est diameter F G ad diametrum A C, sic sit diameter B D ad lineam D H. & quoniam ratio circuli F G ad ellipsim A B C D componitur ex rationibus diametrorum ad diametros, *per 8. permisi*: ideo erit circulus F G ad ellipsim A B C D sicut F G ad D H. describatur peripheria circuli super ellipsis centrum E ad spatium dimidiæ D H quod spatium cum sit maius, quam E D, minus verò quam E A; descripta peripheria secabit peripheriam ellipsis in aliquo puncto inter A, D; vt puta in punctum K. ducatur ergo K E, & producatur ad L. diameter ergo erit K L æqualis ipsi D H; & id circo erit circulus F G ad ellipsim A B C D sicut F G, K L. ducatur communis diametros ipsius K L. quæ scilicet per æqualia secet ipsam K L. ei usque æquidistantes singulas in sectione: quæ diameter sit M E N, & per puncta M, N ducantur ipsi K L æquidistantes M P, N Q, quæ ordinatæ cum sint ad diametrum M N, iam *per 17. primi conicorum*, tangent ellipsim in punctis M, N. Demonstrandum ergo est, quod ipsarum M P, N Q interuallum capit præcisè circulum F G; ita quod tangant vtrinque ipsum F G circulum. Secus enim circuli F G positi super puncto O medio inter ipsas M P, N Q æquidistantes; aut cadit eius peripheria intra ipsas M P, N Q non tangens, aut ipsas secabit: itaque de-



scriba-

ſcribatur ſuper O centro circulus tagens vtrinque lineas æquidiſtantes in punct's P, Q; ergo circulus F G maior, aut minor erit circulo P Q: eritque circulus F G ad ellipſim A B C D *per hypoteſim*, ſicut linea F G ad lineam K L *per 27. ve. huius*, ellipſis A B C D ad circulum P Q eſt ſicut linea K L ad lineam P Q. igitur ex æquali, circulus F G ad circulum P Q erit ſicut diameter F G ad diametrum P Q; ſit tertia proportionalis ipſis P Q, F G, ipſa P M; eritque quod ex P Q quad-tum ad quad-tum F G; & ideo circulus P Q ad circulum F G, ſicut linea P Q ad lineam P M. eamdem ergo rationem habet linea P Q ad P M, & ad F G (cum hæ duæ proportiones eædem ſint vni tertiæ. ſcilicet circuli P Q ad circulum F G:) æquales ergo ſunt P M, F G proindeque prima trium proportionalium P Q æqualis quoq; erit ſecundæ F G pars, & totum quod eſt impoſſibile, omnino igitur interuallum circuli F G non excedet, neque excedetur ab interuallo ipſarum M P, N Q æquidiſtantium, & ellipſim A B C tangentium; tangetur itaque ab ipſis. quod erat demondrandum.

SCHOLIVM.

HInc licebit, iiſdem ſuppoſitis ducere duo plana æquidiſtantia propoſitã ſphæroidem figuram ſolidam tangentia ad datum interuallum, quod tamen neque maius ſit maiore, neque minus minore axium ellipſis propoſitam ſphæroidem figuram deſcribentis.

Quæ quidem ſpeculationes, vt ſcitu iocundæ, ita omittendæ minimæ videbantur: itaque ea, quæ Archimedes demonſtrare neglexerat, demonſtrauimus, & complurium, quæ ille omiſerat, demonſtrationes adiecimus cætera curioſiores requirent.

Hæc duo Archimedis Opera, de Spiralibus Lineis vnum, alterum de Conoidibus, & Sphæroidibus figuris correcta, in facilitatem redacta, & multis adaucta demonſtrationibus, ſtudio, induſtriaque Franciſci Maurolici, hic Caſtellobono expleta ſunt. hora veſpertina diei Martis, qui fuit Decembris 17. 7. Indictionis MDXLIX.

HVcuſque Archimedis Opera ex traditione doctiſſimi Maurolyci: quæ verò ſequuntur, e variis Authoribus (vt in Prologo indicatum eſt) deſumpſimus; ne quid ad complementum Operum ipſius, quæ extant, vel exticorum, quæ eidem attribuuntur, deſideret Matheſis Candidatus.

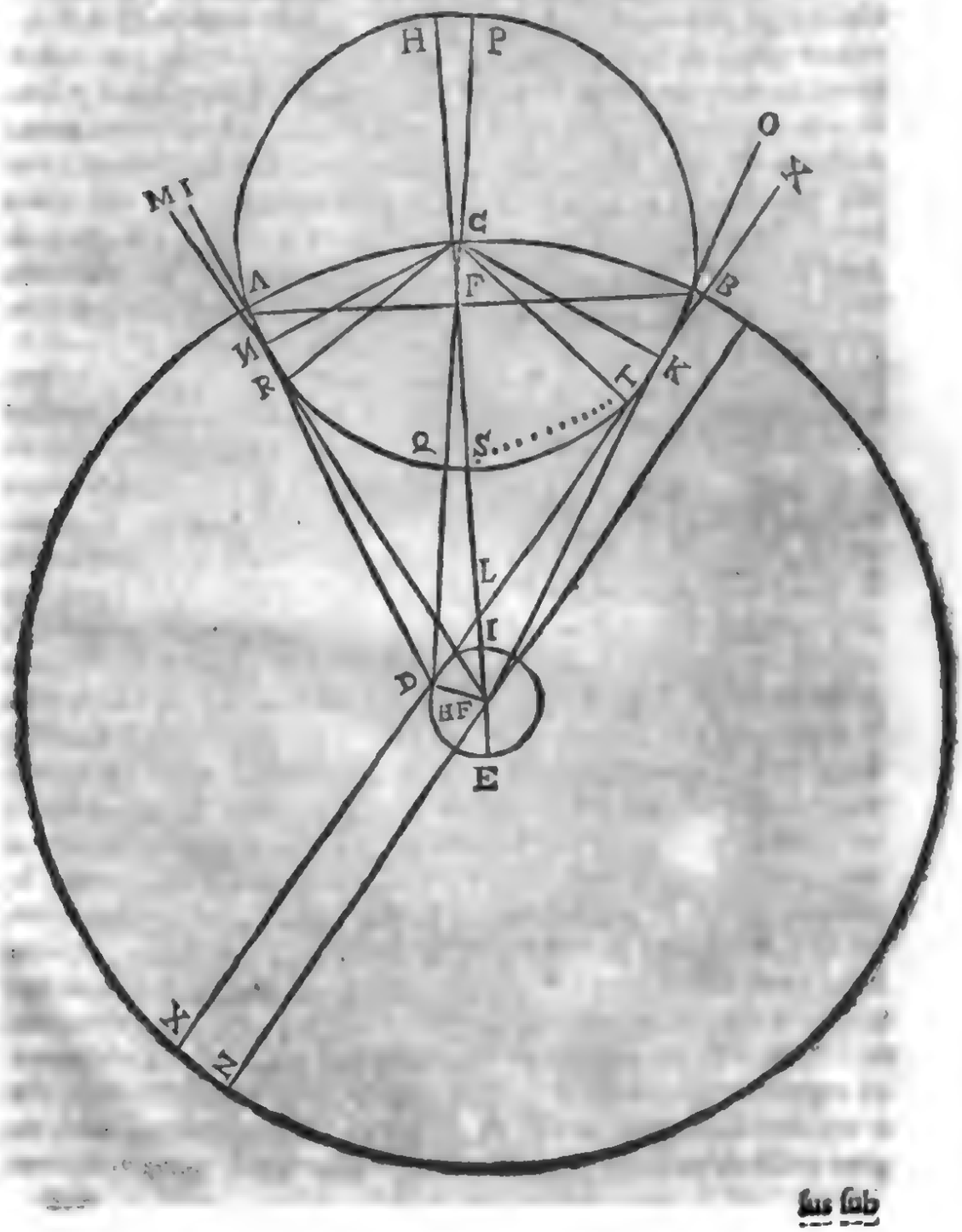
ARCHIMEDIS
DE NVMERO ARENÆ
SIVE
ARENARIVS.

QVidam, ò Rex Gelon! infinitam esse arenam multitudine. Dico verò non solùm eam, quæ circa Syracusas est, reliquamve Siciliam, sed eam, quæ omnem regionem, cùm habitabilem, tùm inhabitabilem circunstat. Nonnulli verò sunt qui ipsam innumeram quidem non esse assumunt, sed negant vllã esse nomenclaturam, quæ ipsius exuperet multitudinem. Qui verò sic sentiunt, manifestum, quod si intelligant ex arena tantum compositum esse aceruum, vt eo impleantur, & fallura, & terræ concauitates, vorsuræque vsque ad æqualitatem suprem orum mõtium, repentè prorũpient decessu: multò magis numerum, qui hãc excedat multitudinem. Ego verò hoc tentabo demõstrare, & quidem geometricis demõstrationibus, quibus consequens, numerorum à nobis recẽsitorum, & datorum in libris ad Zeuxippum scriptis, aliquos esse, qui nõ solùm & arenæ multitudinem æqualem terræ repletæ, vt dixim us, sed eam, quæ haberetur par toti mũdo exuperent. Non autem ignoras, quòd vocetur mũdus à multis quidem Astrologis sphæra, cuius cẽtrum est cẽtrum terræ, radius verò æqualis rectæ, quæ à cẽtro Solis media est ad cẽtrum terræ. Ea verò quæ habẽtur ab Astronomis scripta discutiẽs Aristarchus Samius, hypotheses quasdam scripsit prodidit, ex quibus suppositis cõsequitur mũdum multiplicem esse eius, qui mox præscriptus est. Supponit enim inerrantia sydera, & Solem nõ moueri: terram verò ferri in gyrum, circa Solem, qui in medio stadio iacet. Stellarum autem nõ errãtium sphæram, circa ipsum Solis cẽtrum motam, ea esse magnitudine, vt circulus, in quo terra ferri supponitur, eam habeat rationem ad stellarum fixarum interuallum, quam habet centrum sphæræ ad superficiem. Hoc verò manifestè impossibile est. Cum enim cẽtrum sphæræ nullam habeat quantitatem, neque rationem vllam habere ipsum

ſum ad ſuperficiem ſphæræ ſupponendum eſt. Admittendum verò, & illud quidem intellexiſſe Ariſtarchum. Ex quo enim putamus terram circa mundi centrum conſtitutam, ſtatuendum adſtruxit demonſtrationibus ex apparentijs petitis, quam terra rationem habet ad mundum à nobis dictũ, eandem habere analogiam ſphæram, cuius eſt circulus, ſecundum quem terra girari ſupponitur ad ſphæram ſtellarum fixarum. Et maximè videtur orbem, in quo ponit terram moueri, ſupponi æqualem magnitudine ei quo mundum præſcribi diximus. Dicimus itaque quod ſi ex arena fiat ſphæra mole tanta, quantam Ariſtarchus eſſe inerrantium ſiderum orbem ſupponit, etiam aliquas demonſtrari in principijs numerorum nomenclaturas, multitudinem exprimentes, vincentem multitudinem arenæ, quæ congerie dictam ſtellarum ſphæram adæquet: ſuppoſitis ſcilicet aliquibus. Quorum primùm eſt, ambitum terræ eſſe ter mille millium ſtadiorum & amplius, idque ratum eſſe, & ab experimentatis demonſtrari, ſicut & tu aſſentiris eam ipſam eſſe trecentorum millium ſtadiorum. At ego ſingulatim terræ magnitudinem adaugens, decuplo maiorem pono ipſius ambitum eo, quem primi illi obſeruarunt, nempè ter millies millium ſtadiorum, & amplius. Deinde diametrum terræ maiorem eſſe diametro Lunæ. Tum diametrum Solis maiorem eſſe diametro terræ. Similiter iſta ſumo & conuenienter multis ſuperiorum Aſtrologorum. Præterea diametrũ Solis diametri Lunæ eſſe vt trigecuplum & non maiorem: cũ inter antiquos Aſtronomos Eudoxo quidem viſus ſit tantum noncuplus: Phidiæ verò Acupatris filio vt dodecuplus. Sed Ariſtarchus nixus ſit oſtendere diametrum Solis maiorem eſſe quam duodeviginтuplũ diametri Lunæ, minorem vero quam vigecuplum. Ego vero iſtud excedens, vt hypotheſis remaneat ſine dubio & clarè demonſtrata, ſuppono diametrum Lunæ vt trigecuplum eſſe, nec maiorem. Præterea diametrum Solis maiorem eſſe latere figuræ mille angulorum inſcriptæ circulo maximo qui ſit in mundo. Hoc verò ſupponimus, cum Ariſtarchus dicat ſolem apparere ac ſi eſſet vigeſima & ſeptingenteſima circuli zodiaci pars. Ipſe enim conſiderauit quomodo inſtrumentis poſſet excipere angulum, quo ſol accommodatur, habentem verticem in oculo. Simile autem quid verè aſſumere non ita in promptu eſt: quoniam neque viſus, neque manus, neque inſtrumenta quibus fit obſeruatio, digna ſatis ſunt fide ad accuratè demonſtrandum. Verum de his diſputare nunc intempeſtiuum eſt, cum & alias frequentius iſta determinata fuerint. Cæterum ſatis mihi eſt vt propoſitum demonſtrarem, angulum ſumere, qui maior ſit angulo cui ſol accommodatur, habeatque verticem in viſu. Et rurſum alium angulum ſumere, qui non minor ſit angulo cui ſol accommodatur, & apicem in viſu habeat. Conſtituta ergo ad normam longa regula ſuper plano recto in loco iacente, vnde ſol oriens conſpici queat: Tum parua cylindro tornatili ſuper regula poſito confeſtim ab au-

rora & ortu solis, postquam inceperit eiaculari radios in Horizontem, potuerintque ex opposito videri, conuertatur regula ad solem. Deinde visus statuatur in extremo ipsius regulæ. Cylindrus vero in medio admoueatur inter visum & solem, ita vt adumbretur soli tum separetur paulatim cylindrus ab oculo: & vbi inceperit quid minimum solis intueri ab veraque parte cylindri, sistatur cylindrus. Sic enim accidit vt oculus ab vno puncto intueatur sub rectis ductis ab extremo regulæ in loco vbi constitit visus, tangentibus cylindrum, & quidem angulo comprehenso sub illis ductis, minore eo angulo cui sol accomodatur habenti verticem in oculo: propterea quod appareat aliquid solis vndiquaque cylindri. Porro quoniam visus non respicit ab vno puncto, sed ab aliqua quantitate, sumatur aliqua magnitudo teres, non minor visu, & hoc rotundo corpore collocato in extremitate regulæ vbi oculus sistitur, recta agatur tangens & hoc teres corpus, & item cylindrum: etenim qui comprehenditur angulus sub lineis ductis, minor est angulo in quo sol accommodatur, habente apicem in visu magnitudo autem non minor visu hoc pacto reperietur. Capiantur duo cylindruli leues, æque crassi inter se, alter quidem albus, alter vero non: præponentur deinde visui, longiùs quidem a visu albus, qui vero nõ albus est, prope oculos, ita vt faciẽ attingat. Si quidem ergo assumpti cylindruli fuerint visu multo tenuiores, intercipitur à visu proprior cylindrulus, ita vt appareat Albus totus esse figura multo exiliori. Si vero non multùm quædam duntaxat albi partes conspiciuntur, vndiquaq; eius qui prope oculum est. Súptis itaque cylindrulis eiusmodi vt alter sua crassitie alterum adumbret, & non amplius loco, talis quidem magnitudo qualis est crassities cylindrulorum hoc efficientiũ maxime est non minor visu. Verum angulus non minor angulo cui sol accommodatur, verticem habens in oculo, sic sumitur. Remoto leuis regulã cylindro, ab oculo ita vt applaudat seu conculcet cylindrus terram solem, & recta linea à regulæ extremo in quo est visus, educta tãget tangens cylindrũ; comprehensus angulus à ductis lineis non minor sit angulo in quo sol accommodatur, verticem habens in oculo. Porro his angulis sic assumptis, dimensoque angulo recto hebat qui in signo erat, seu maior angulus, minor quã vnius partis earum 164. in quas rectus fuerat diuisus: minor vero, maior inuenichatur quam vna 200. partium, in quas rectus fuerat dilectus. Manifestum itaq; est quod angulus cui sol accommodatur, verticem habens in oculo minor est quam vna pars earum 164. in quas rectus distribueretur: maior vero quam vna pars ex 200. in quas rectus diuideretur. His vero persuasis, per quæ etiã diameter Solis exitit maior latere figuræ mille angulorũ descriptæ in maximo circulo qui sit in mundo: intelligatur planũ eductũ per centrũ terræ, & per visũ, statim hac sol fuerit supra Horizontem. Et quidem traductum planum secet mundum secundum circulum A. B. G. terram

ram verò ſecundum D, E. Z. Solem autem iuxta S, H, circulum. Centrũ quidem terræ ſit. HF. ſolis vero C. oculus ſit D. Et ducantur rectæ tangentes circulum S,H. à puncto quidem D,hæ D L.& D.X. contingentes in N, & T. Sed à puncto HF. hæ HF. M. & HF. O, contigentes in.K. & R. & ſecantes circulum A, B.G. in punctis A, & B, Eſt quippe maior HF.C. quã D, C, cum ſupponatur ſol eſſe ſupra horizontem, ita vt angulus cõprehẽ-



ſus ſub

sus sub D. L. D. X. maior sit angulo comprehenso sub HF. M. HF. O. Qui verò comprehenditur sub D. L. D. X. maior quidem est quam ducentesima pars recti, sed minor parte eiusdem recti centesima sexagesima quarta. Iste enim angulus est æqualis angulo cui sol accommodatur, vertigem habenti in oculo. Angulus proinde comprehensus sub HF. M. HF. O. minor est vna parte recti diuisi in centũ sexaginta quatuor. Recta vero linea A. B. minor est subtendente portionem circumferentiæ circuli A. B. G. diuisæ in 656. partes verò periferiæ huius polygoni ad radiũ circuli A. B G. minorẽ rationem habẽt quã 44. ad 7. quia cuiuscunque polygoni inscripti circulo diameter ad radium, minorẽ rationẽ habet quam 44 ad 7. Nosti enim à nobis fuisse demonstratum, omnem circuli circumferentiam maiorem esse quam triplam diametri, parte minori quidem septima, maiore vero decem suptuagesimis primis. Minorem ergo rationem habet linea A. B. ad HF. C. quam 11. ad 1148. ita vt minor sit A. B. quam lineæ HF. C. centesima pars. Lineæ autem B. A. æqualis est diametrus circuli S. H. Quoniam dimidia ipsius, F. A. æqualis est radio C. R. Æquæ enim existente HF. C. lineæ HF. A. à punctis A. & C. iunctæ perpendiculares ad eundem angulum (sunt æquales) Manifestum ergo est quod diameter circuli S. H. minor est centesima parte lineæ HF. C. Est autem diameter E. HF. I. minor diametro circuli S. H. Quia minor est circulus D. E. Z. circulo S. H. Minores ergo sunt ambæ HF. I. & S. C. centesima parte lineæ HF. C. ita vt HF. C. minorem habeat rationem ad I. S. quã 100. ad 99. Atque cum HF. minor sit quam HF. C. Tum I. S. minor quã D. T. minorem proinde rationẽ habet HF. R. ad D. T. quã 100. ad 99. Cum vero trianguli HF. C. R. & D. C. T. sint rectang. lateraque C. R, C. T. æqualia, alia vero HF. R, D. T. inæqualia. Et maior angulus T. D. C. cõprehensus sub D. T, D. C. ad angulũ comprehensum sub HF. R. & HF. C. maiorem habet rationẽ quam HF. C. ad D. C. minorẽ vero quam HF. R. ad D. T. Si enim duorum triang. rectang. altera quidẽ latera quæ circa angulũ rectũ sunt, æqualia fuerint, altera inæqualia: maior angulus eorũ qui inæqualibus lateribus adhærent, maiorẽ quidẽ habent rationẽ, quã maior linea quæ subtenditur recto angulo, ad minorẽ: sed minorẽ quã maior linea quæ circa rectum angulũ est, ad minorẽ: ita vt angulus cõprehensus sub D. L, D. X. ad angulũ contentũ sub HF. O, HF. M. minorẽ rationem habet quam HF. R. ad D. T. quæ scilicet minor ratio est quã 100. ad 99. Inde fit vt angulus cõprehensus sub D. L, D. X. angulũ cõprehensum sub illis HF. M, HF. O. minorẽ rationẽ habeat quam 100. ad 99. Et quoniã est angulus contentus sub D. L, D. X. maior ducentesima recti parte, erit & angulus cõprehensus sub HF. M. HF. O. maior quã partes 99. earũ viginti milliũ in quas rectus secaretur. Ita vt maior fuerit quam vna portio

recti

recti diſſecti in 203. partes. Igitur B. A. maior eſt ſubtendente portionem circumferentiæ circuli A. B. G. diſtributæ in 812. Eſt vero lineæ A. B. æqualis ſolis diameter. Manifeſtum ergo eſt ſolis diametrum maiorem eſſe latere figuræ mille angulorum. His ſuppoſitis, hæc quoque demonſtratur: Diametrum nempe mundi minorē eſſe decies millecuplum diametri terræ. Et adhuc diametrum mundi minorem eſſe quam ſtadiorum decies millies millenorum millium. Cum enim ponatur diametrum ſolis non eſſe maiorem quam trigecuplum diametri lunæ, diametrum verò terræ maiorem eſſe diametro lunæ: manifeſtum eſt diametrum ſolis minorē eſſe quam trigecuplum diametri terræ. Rurſus vero cum ſit oſtenſus diameter ſolis maior eſſe latere figuræ mille angulorum inſcriptæ circulo qui ſit in mūdo maximo: patet ambitum dictæ figuræ mille laterum, minorem eſſe quam millecuplum diametri ſolis. Diameter vero ſolis minor eſt quam trigecuplus diametri terræ. Proinde ambitus dictæ figuræ mille angulorum minor eſt quam ter decies millecuplus diametri terræ. Cum itaque ambitus figuræ mille laterum ſit minor quam trigeſies millecuplus diametri terræ, diametri vero mundi maior quam triplus: Siquidem demonſtratum eſt, quod omnis circuli diameter minor eſt tertia parte cuiuſcumq; polygoni in eo inſcripti, quod pluribus quam ſex lateribus contineatur. Quia id tantum eſt Hexagoni in circulo inſcripti. Sequitur inde diametrum mundi minorem eſſe quā decies millecuplum diametri terræ. Cum igitur diameter mundi minor ſit quam decies millecuplus diametri terræ, nempè quam decies millies millenorum millium ſtadiorum. Id ex hoc patet. Quoniam itaque ſupponitur ambitum terræ non maiorem eſſe quam trecenties decies millium ſtadiorum: ambitus vero terræ maior eſt triplo diametri, quia cuiuſlibet circuli circumferentia maior eſt quam tripla diametri, patet diametrum terræ minorem eſſe quam ſtadiorum centies decies millium. Itaque cum mundi diameter minor ſit quam decies millecuplus diametri terræ: manifeſtum quod ipſe mundi diameter minor eſt quam ſtadiorum decies millies millenorum millium. Porro de magnitudinibus & diſtantijs ita ſuppono. De arena vero hæc. Si aliqua magnitudo conflatur ex arena non maior papauere, numerum ipſius non maiorem eſſe quàm decem millium: Et diametrum papaueris non minorem eſſe quàm quadrageſimam partem digiti. Hoc autē ſtatuo quod hoc modo ſum contemplatus. Super plana regula papaueres diſpoſiti ſunt in rectam lineam ſeſe tangentes, occuparuntque viginti quique papaueres locum ampliorem longitudine digiti. Verum minorem ponens diametrum papaueris, eam ſuppono quadrageſimam tantum eſſe digiti partem, nec minorem: volens ita abſque vlla ambiguitate demonſtrare propoſitum. Quæ igitur ſuppoſui ſunt hæc. Nunc vtile eſſe puto numerorum denominationē recenſere, ne errent qui non inciderunt in alios

numeros qui habentur libro ad Zeuxippum scripto, cũ de ipsis in hoc etiã volumine nihil dictum fuisset. Accidit autem numerorum nomina vsque ad myriadas esse data nobis, & supra myriadas quidem sufficienter nouimus, numerum myriadum exprimentes ipsum semper ad myriadas referẽtes, verum numeri qui ad myriadem myriadum vsque protenduntur, dicantur nobis primi. Et horum quidem primorum numerorum myrias myriadum vocetur vnitas secundorum, & secundorum numerorum vnitates, & ab vnitatibus decem & centeni & milleni & decies milleni sint centum millenorum milliũ. Rursus myrias myriadum secundorum numerorum vocetur vnitas tertiorum numerorum, & numerẽtur tertiorum numerorũ vnitates, & ab vnitatibus denarij & centenarij & millenarij & decupli millenarij sint centum millena millia. Atque hoc modo tertiorum numerorum myrias myriadum vnitas appelletur quartorum numerorum. Et quartorũ numerorum myrias myriadum vnitas nuncupetur quintorum numerorũ. Et semper sic procedentes erunt numeri nomina habentes centum millena millia per cẽtũ millena millia multiplicata. Ex his igitur cogniti numeri satis quidẽ sunt: quibus liceat vlteriùs etiã progredi. His siquidẽ nũc recẽsitis numeri vocãtur primæ periodi. Extremus vero numerus primæ periodi, vnitas vocetur secundæ periodi primorũ numerorũ. Rursus & centũ millena millia secundæ periodi secundorum numerorum: similiter & horum extremus vnitas vocetur secundæ periodi tertiorum numerorũ. Et semper sic numeri progredientes nomina habentes secundæ periodi sunt decies millies decem millium numerorum in centum millena millia ductorum. Rursum & vltimus secundæ periodi vnitas vocetur tertiæ periodi primorum numerorum. Et semper sic procedentium sunt decies millies decem millia periodi, aucta per decies millies decem millia numerorum adhuc ductorum per decies millies decem millia. His vero sic denominatis, si fuerint numeri ab vnitate proportionaliter deinceps positi: qui autem post vnitatem denarius, & ipsi fuerint octo illis cum vnitate eorum erunt qui primi numeri vocantur. Alij vero post ipsos octo, secundi vocantur. Et item reliqui hoc modo ipsis synonymi erunt, distantia octadis numerorum à prima octade numerorum. Octauus igitur numerus primæ octadis numerorum est millies decem millia. Primus vero secundæ octadis, quoniam decuplus est præcedentis, erit centum millena millia: hic vero est vnitas secundorum numerorum. Octauus vero secundæ octadis erit millies decem millia secundorum numerorum. Rursus & tertiæ octadis primus, quoniam decuplus est præcedentis, erit centies millena millia secundorum numerorũ. Idéque est vnitas tertiorũ numerorum. Manifestum est igitur plurimas esse posse octades vti dictũ est. Cæterum vtile est & hoc nouisse. Quod si numeri ab vnitate proportionales fuerint, & aliqui sese mutuò multiplicauerint eorum qui huius proportiona-

tionalitatis sunt: quisque à suo multiplicante secundum proportionalitatem tanto abest, quanto minor multiplicantium ab vnitate distat. Ab vnitate verò abest vno minus, quàm quantus est numerus ex vtriusque contẽs, quib⁹ sese inuicem multiplicantes ab vnitate absunt. Sint etenim aliqui numeri ab vnitate proportionales A. B. G. E. Z. H. T. I. C. L. sit verò vnitas A. & D. multiplicet T. factusque sit Q. Assumantur autem proportionalitates T. L. distetque L. à T. tanto quanto D. ab vnitate: Ostendendum Q. esse æqualem ipsi L. Quoniam enim proportionales sunt, & æquedistat D. ab A. ac L. à T. eandem rationem habet D. ad A. quam L. ad T. Verum D. multiplex est ipsius A. per D. multipex igitur est L. ipsius T. per D. ita vt æqualis sit L. ipsi Q. Manifestum igitur est quod aliquis factus ex proportionalitate à maiori multiplicantium sese inuicem, æquè distitus est, ac minor ab vnitate distidet. Patet item quod ab vnitate distat vno minus, quàm quantus est numerus ex vtrisque constatus, quibus multiplicantes ab vnitate absunt. Quot enim sunt hi A. B. G. D. E. Z. I. T. tot distat T. ab A. vnitate. Isti verò I. C. L. vno minus sunt, quàm quibus D. ab vnitate differt. Etenim cum T. tot sunt. His autem suppositis, aliisque demonstratis propositũ ostendetur Cùm enim supponatur diametrum papaueris, non minorem esse quadragesima digiti parte: Manifestum, quòd sphæra quæ digitalem habuerit diametrum, non maior est quàm vt contineat plures quam sexaginta quatuor papaueris millia. Sphæræ quippè habentis diametrum quadragesimam partem digiti, multiplex est secundum numerum ductum. Demonstratur etenim quòd sphæræ triplam rationem habent eius, quæ est diametrorum inter se. Postquam ergo suppositum est arenam coaceruatam in molem papaueris, non maiorem esse numero quàm decem millium: manifestum, quòd si arena impleatur sphæra digitalem habens diametrum, non maior erit arenæ numerus quam sexcentorum quadraginta millenorũ millium. Est verò huiusmodi numerus, vnitates (videlicet 6.) & numerus secundorum numerorum; tum primorum quadraginta millena millia. Minor ergo est quàm decem vnitates secundorum numerorum. Quæ verò centum digitorum diametrum habet sphæra, multiplex est eius quæ habet digitalem diametrum semel mille millies: quia rationem habet triplicatam diametrorum inter se sphæræ. Si igitur hat ex arena sphæra tanta magnitudine, quanta est sphæra habens diametrum digitorum centum, patet minorẽ fore arenæ numerum, quàm sit numerus productus ex multiplicatis decem vnitatibus secundorũ numerorũ, per semel millena millia. Cùm itaque secundorũ numerorũ decẽ vnitates decimum constituant numerum ab vnitate, in proportionalitate decuplorũ laterum; semel verò millena millia septimus sint ab vnitate in eadem progressione; manifestum quod factus, sextus erit huius progressionis, & sextus decimus ab vnitate. Demonstratur enim

quod

quod vno minus distat ab vnitate, quàm sit numerus ex vtrisque conflatus, quibus distant ab vnitate multiplicantes sese inuicem. Horum porrò sexdecim, octo priores cum vnitate eorum sunt qui primi appellati sunt: Qui verò post ipsos, octo secundorum, & vltimus est decies millena millia, secundorum nempè numerorũ. Ergo constat multitudinem arenæ, magnitudinis mole æqualis sphæræ diametrum habenti qui sit centum digitorum, minorem esse quàm decies millena millia secundorum numerorũ. Rursus verò, & sphæra quæ decem millium digitorum habuerit diametrum, multiplex eius est quæ fuerit dimetientis centum digitorũ millies, millies, semel. Si igitur fiat ex arena sphæra tanta mole, quanta est ea, quæ habuerit dimetientẽ decem millium digitorum, patet eam fore minorẽ, quàm sit arenæ numerus factus ex multiplicatione decies millenorũ millium secundorũ numerorũ per semel millena millia. Cùm ergo secundorũ numerorũ decies millena millia decimus sextus sit numerus ab vnitate; tum proportionalia semel millena millia septimus ab vnitate in eadem progressione: patet factũ numerũ esse vigesimũ secundũ eorũ, qui in hac proportionalitate sunt ab vnitate. Horũ verò viginti duorũ octo quidem primi cum vnitate eorũ sunt qui dicuntur primi: Tum sequentes octo sunt eorum qui secundi appellantur: reliqui sunt tertiorum, Atque vltimus eorum est centum millia tertiorũ numerorũ. Patet igitur multitudinem arenæ in molem congestæ parem sphæræ, quæ diametrũ habeat decies millũ digitorum, esse minorem centũ millibus tertiorũ numerorũ. Quoniam autẽ minor est sphæra habens diametrũ vnius stadij, sphæra quæ habuerit diametrũ decẽ millũ digitorũ: patet multitudinẽ arenæ cumulatæ in aceruum æqualẽ sphæræ dimetientis vnius stadij, minorem esse quàm centies mille tertiorũ numerorũ. Adhuc sphæra quæ habet diametrũ centũ stadiorum, multiplex est sphæræ diametri vnius stadij semel millies, millies. Si igitur fiat ex arena sphæra tanta magnitudine, quanta est habens diametrum centũ stadiorum, manifestũ quod minor erit arenæ numerus eo qui producetur ex multiplicatis cẽtũ millibus tertiorũ numerorũ per semel millena millia. Et quia centũ hæc millia tertiorũ numerorum sũt vigesimus secundus numerus proportionalitatis ab vnitate: hæc verò semel millena millia septimus ab vnitate eiusdem proprotionalitatis, erit sanè factus vigesimus octauus ab vnitate, illius progressionis. Porrò horum viginti octo, primi quidem octo cum vnitate sũt eorum qui primi dicantur. Qui verò post ipsos alij octo, secundorum alij rursus sequentes octo, sunt tertiorum: reliqui demum quatuor eorum sunt qui dicuntur quarti, Et extremus illorum est mille vnitates quartorum numerorum. Manifestum itaque arenæ multitudinem in sphæram deformati diametri centum stadiorum, minorem esse mille vnitatibus quartorum numerorum. Præterea sphæra diametri stadiorum decem millium, multiplex est sphæræ diametri stadiorum

centũ,

centum, ſemel millies, millies. Sphæra ergo ſi ex arena fiat tanta mole vt eam adæquet ſphæram quæ habeat diametrum decem millium ſtadiorũ: equidem minor erit arenæ multitudo eo qui naſceretur numero ex mille vnitatibus quartorum numerorum ductis in ſemel millena millia. Quoniã verò quartorum numerorum mille vnitates faciunt vigeſimum octauum progreſſionis numerum ab vnitate: ſemel verò millena millia ſeptimũ eiuſdem progreſſionis ab vnitate: patet quod factus numerus erit ipſius progreſſionis ab vnitate quartus & trigeſimus. Horum verò quatuor & triginta primi octo cum vnitate primorum numerorum ſunt. Qui verò poſt ipſos ſunt octo ſecundorum: Tum qui ſequuntur octo alij, tertiorum, & qui ſũt deinceps quartorum. Reliqui duo ſunt eorum qui vocantur quinti, & vltimus quidem eorum eſt decem vnitates quintorum numerorum. Clarum igitaque eſt multitudinem arenularum ea mole collectarum quæ ſphæræ æqualis ſit habenti diametrum decem millium ſtadiorum, minorem eſſe quàm decem vnitates quintorũ numerorũ. Ad hæc ſphæra habens diametrũ ſtadiorum ſemel millenorũ millium, ſphæræ diametrum habentis longum decies mille ſtadijs, eſt millies millecuplus. Si ergo fiat ex arena ſphæra tanta magnitudine, quanta eſt ſphæra habens diametrum ſtadiorũ ſemel millium, conſtat arenæ numerũ minorem fore eo qui fieret ex ducto decem vnitatũ quintorum numerorũ, per ſemel millena millia. Atque, quoniam quintorũ numerorum decẽ vnitates conſtituunt trigeſimũ quartũ proportionalitatis numerum ab vnitate: ſemel verò millena millia ſeptimum ab vnitate ipſiuſmet progreſſionis: patet quod factus erit eiuſdem proportionalitatis quadrageſimus ab vnitate. Atque horum quadraginta octo qui ſũt primi cum vnitate ſunt primorum numerorum. Secundi octo ſunt ſecundorũ: tertij octo ſunt tertiorum: Quarti octo ſunt quartorum, & denique octo poſtremi ſunt quintorum: & vltimus eorũ eſt decies millies millia quintorũ numerorum. Apparet ergo arenæ multitudinem magnitudinẽ habentem æqualem ſphæræ diametrum habenti ſemel millenorum millium ſtadiorum, non attingere decem millena millia quintorum numerorũ. Iam vero ſphæra habens diametrum ſtadiorum centies millies mille, multiplex eſt ſphæræ, cuius diameter ſit ſemel millenorum millium ſtadiorum, ſemel, millies, millies. Si verò fiat ſphæra ex arena tanta magnitudine, quanta eſt ſphæra quę diametrum habeat ſtadiorum centies millies mille, patet quod minor erit arenæ numerus producto numero ex decies millenis millibus quintorum numerorum multiplicatis per ſemel millena millia. Quoniam autem quintorũ numerorum decies millena millia quadrageſimus eſt ab vnitate proportionalis at ſemel millena millia ſeptimus ab vnitate eiuſdem ordinis: conſtat genitũ eſſe quadrageſimũ ſextũ ab vnitate. Horũ præterea quadraginta ſex,

octo quidem primi cum vnitate, eorũ sunt qui primi dicuntur: Octo alij proximi sunt secundorum: sequentes octo sunt tertiorum: tum post tertios alij octo sunt quartorum: & qui post quartos, sunt quintorum: reliqui tandem sunt sextorum: & extremus eorum est centum millia sextorum numerorũ. Clarum est itaque, quod multitudo arenæ ea quantitate conglobatæ, vt æquetur sphæræ diametrum habenti, stadiorum semel millies millies millenorum milliũ minor est quam 100. millia sextorũ numerorũ. Sphæra item idem habens diametrũ stadiorum decies millies millenorũ milliũ, sphæræ habentis diametrum stadiorum centies millenorum milliũ, est semel millies millecupla. Si igitur fiat ex arena globus tantus crassitie, quãta est sphæra habens diametrum stadiorũ decies millies millenorum milliũ: manifestum quod arenæ multitudo minor erit numero procreato ex centum millibus sextorum numerorũ ductis in semel millena millia. Cùm autem sextorũ numerorum centum millia, sextus & quadragesimus sit ab vnitate proportionis: semel verò millena millia septimus ab vnitate in eadẽ progressione: patet quod genitus numerus fuerit quinquagesimus secũdus ab vnitate eiusmodi progressionis: Horum verò quinquaginta duorum primi quadraginta octo cum vnitate sunt eorũ qui primi dicuntur, secundi, tertij, quarti, quinti, & sexti. Reliqui verò quatuor sunt eorũ quos septimos dicimus. Et postremus eorũ est mille vnitatum septimorũ numerorũ. Apparet igitur arenæ multitudinẽ quæ tãtæ molis sit, vt exæquet sphæram quæ diametro sit stadiorũ decies millies millenorum milliũ, minorẽ esse mille vnitatibus septimorũ numerorũ. Quoniam itaque demonstratus est mundi diameter minorẽ esse stadiorũ decies millies millenorũ milliũ, manifestũ est arenæ multitudinem conformatæ in molẽ mundo æqualem, minorẽ esse quam sint mille vnitates septimorũ numerorũ. Similiter & multitudo arenæ mola parieti, quod à multis astrologis appellatum est mundus, ostenditur minor quã sint mille vnitates septimorũ numerorũ: Quod etiã multitudo arenæ sphæricæ molis tantæ, quantam Aristarchus supponit inerrantium siderũ sphærã, minor sit decem millenis millibus octauorũ numerorũ demõstrabitur. Cũ etenim supponatur terram eã habere rationẽ adhũc dictũ à nobis mundũ, quam habet rationẽ dictus mundus ad stellarum fixarũ sphæ ã ab Aristarcho positã; Et diametri sphærarum eam ipsã rationem habeant inter se; diameter verò mundi ostensus sit minor quàm decies millecuplus diametri terræ: Sequitur diametrũ sphæræ stellarum fixarũ minorẽ esse quam diameter mundi decies millecuplum. Cùm itaque sit vt sphæræ habeant inter se triplicatam rationem diametrorum, planum est, quod inerrantium astrorum sphæra quàm Aristarchus supponit, minor sit, quàm semel millies, millies, millies, millecuplus mundi. Ostenditur enim, multitudinem arenæ mundũ mole referentis minorem esse, quàm mille vnitates septimorum numero-

rum

rum. Patet ergo, quod ſi ſphæra ex arena fiat, tanta magnitudine, quantam Ariſtarchus ſupponit inerrantium eſſe ſiderum ſphæram, minor erit huius arenæ nũmerus, quàm qui ſit ex multiplicatione mille vnitatum per ſemel millies mille, millenaria, millia. Et quoniam iſtæ mille vnitates ſeptimorũ numerorum ſunt progreſſionis quinquageſimus ſecundus ab vnitate: ſemel verò millies, mille millenaria millia decimus tertius ab vnitate eiuſdem proportionalitatis: conſentaneum eſt factum fore eiuſdem progreſſionis quartũ ab vnitate, & ſexageſimum. Iſte verò eſt octauorum octauus, & decẽ millena millia octauorum numerorum. Conſequens ergo eſt quòd arenæ multitudo quæ excreuerit in molem æqualem ſphæræ non errãtium ſiderum, quam Ariſtarchus ſupponit, minor ſit quàm decem millena millia octauorũ numerorum. Hæc autem, O Rex Gelon! multis qui non facti ſunt Mathematicarũ artũ participes, incredibilia apparere intelligo; ijs verò qui eas degustarint, quique meditati ſunt diſtantias, & magnitudines terræ, ſolis, lunæ, totiuſque mundi, credibilia ex demonſtratione forent. Propterea exiſtimaui quibuſdam non incongruum videri, iſta contemplari.

DE

ARCHIMEDIS
DE INSIDENTIBVS HVMIDO.
VEL
DE IIS, QVÆ VEHVNTVR IN AQVA.
LIBER PRIMVS.

POSITIO I.

PONatur humidi eam esse naturam, vt partibus ipsius æqualiter iacentibus, & continuatis inter se se, minus pressa à magis pressa expellatur. Vnaquęque autem pars eius premitur humido supra ipsam existente ad perpendiculũ, si humidum sit descendens in aliquo, aut ab alio aliquo pressũ.

POSITIO II.

PONatur eorum, quæ humido sursum, vel deorsum feruntur; vnumquodque sursum, vel deorsum ferri secundum perperdicularem, quæ per centrum grauitatis ipsorum ducitur.

POSITIO III.

HVmidum omne pondus habere.

PROPOSITIO I.

SI superficies aliqua plano secetur per idem semper punctum; sitque sectio circuli circumferentia, centrum habens punctum illud, per quod plano secatur, sphæræ superficies erit.

PROPOSITIO II.

OMnis humidi consistentis, atque manentis superficies sphærica est; cuius sphæræ centrum est idem, quod centrum terræ.

PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO III.

SOlidarum magnitudinum, quæ æqualem molem habèntes æque graues sunt, atque humidum; in humidum demissæ demergentur ita, vt ex humidi superficie nihil extet: non tamen adhuc deorsum ferentur.

PROPOSITIO IIII.

SOlidarum magnitudum, quæcunque leuior humido fuerit, demissa in humidum non demergetur tota, sed aliqua pars ipsius ex humidi superficie extabit.

PROPOSITIO V.

SOlidarum magnitudinum quæcunque leuior humido fuerit, demissa in humidum vsque eo demergetur, vt tanta moles humidi, quanta est partis demersæ, eandem, quam tota magnitudo, grauitatem habeat.

PROPOSITIO VI.

SOlidæ magnitudines humido leuiores, in humidum impulsæ sursum ferentur tanta vi, quanto humidum molem habens magnitudini æqualem, grauius est ipsa magnitudine.

PROPOSITIO VII.

SOlidæ magnitudines humido grauiores demissæ in humidum ferentur deorsum, donec descendant: & erunt in humido tanto leuiores, quãta est grauitas humidi molem habentis solidæ magnitudini æqualem.

PROPOSITIO VIII.

SI aliqua magnitudo solida leuior humido, quæ figuram portionis sphæræ habeat, in humidum demittatur, ita vt basis portionis non tangat humidum: figura insidebit recta, ita vt axis portionis sit secundum perpendicularem. Et si ab aliquo inclinetur figura, vt basis portionis humidũ contingat; non manebit inclinata si demittatur, sed recta restituetur.

PROPOSITIO IX.

QVod si figura humido leuior in humidum demittatur, ita vt basis tota sit in humido; insidebit recta, ita vt axis ipsius secundũ perpendicularem constituatur.

ARCHIMEDIS
DE INSIDENTIBVS HVMIDO.
LIBER SECVNDVS.

PROPOSITIO. I.

SI magnitudo aliqua humido leuior demittatur in humidum, eam in grauitate proportionem habebit ad humidum æqualis molis, quã pars magnitudinis demerſa habet ad totam magnitudinem.

PROPOSITIO II.

REcta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit minorẽ, quã ſeſquialterum eius, quæ vſque ad axem, quamcunque portionem habens ad humidum in grauitate; demiſſa in humidum, ita vt baſis ipſius humidum non contingat; & poſita inclinata, non manebit inclinata; ſed recta reſtituetur. Rectam dico conſiſtere, talem portionem, quando planum quod ipſam ſecuit, ſuperficiei humidi fuerit æquidiſtans.

PROPOSITIO III.

REcta portio conoidis rectanguli quando axem habuerit minorẽ, quã ſeſquialterum eius, quæ vſque ad axem, quamcunque proportionẽ habens ad humidum in grauitate; demiſſa in humidum, ita vt baſis ipſius tota ſit in humido; & poſita inclinata, non manebit inclinata, ſed ita reſtituetur, vt axis ipſius ſecundum perpendicularem fiat.

PROPOSITIO IIII.

REcta portio conoidis rectanguli, quando fuerit humido leuior, & axẽ habuerit maiorem quàm ſeſquialterum eius, quæ vſque ad axem: ſi in grauitate ad humidum æqualis molis non minorem porportionem habeat ea, quam quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis maior eſt, quàm ſeſquialter eius, quæ vſque ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe, demiſſa in humidum, ita vt baſis ipſius humidum non contingat; & poſita inclinata, non manebit inclinata, ſed recta reſtituetur.

PROPOSITIO V.

REcta portio conoidis rectanguli quando leuior humido axem habuerit maiorem, quàm ſeſquialterum eius, quæ vſque ad axem: ſi ad humidum in grauitate non maiorem proportionem habeat, quàm exceſſus, quo quadratum quod fit ab axe maius eſt quadrato, quod ab exceſſu, quo axis maior eſt, quàm ſeſquialter eius, quæ vſque ad axem, ad quadratum, quod ab axe: demiſſa in humidum, ita vt baſis ipſius tota ſit in humido; & poſita inclinata non manebit inclinata, ſed reſtituetur ita, vt axis ipſius ſecũdum perpendicularem fiat.

PRO-

PROPOSITIO VI.

REcta portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem quidem quàm ſeſquialterum eius, quæ vſque ad axem, minorē vero quàm vt ad eam, quæ vſque ad axē proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor; in humidum demiſſa adeo, vt baſis ipſius contingat humidū, nūquā cōſiſtet inclinata ita, vt baſis in vno puncto humidū cōtingat.

PROPOSITIO VII.

REcta portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem quidem quam ſeſquialterum eius, quæ vſque ad axem; minorem vero, quam vt ad eam, quæ vſque ad axē proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: in humidum demiſſa, adeo vt baſis ipſius tota ſit in humido; nunquam conſiſtet ita, vt baſis contingat humidi ſuperficiem: ſed vt tota in humido ſit, & nullo modo eius ſuperficiem contingat.

PROPOSITIO VIII.

REcta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit maiorē quidē, quàm ſeſquialterum eius, quæ vſque ad axem; minorem vero, quā vt ad eam, quæ vſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: ſi in grauitate ad humidū habeat proportionem minorem ea, quā quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis maior eſt, quàm ſeſquialter eius, quæ vſque ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe demiſſa in humidū ita vt baſis ipſius humidum non contingat; neque in rectam reſtituetur, neque manebit inclinata, niſi quando axis cum ſuperficie humidi angulū fecerit æqualem ei, de quo infra dicetur.

PROPOSITIO IX.

REcta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit maiorem quidem, quàm ſeſquialterum eius, quæ vſque ad axem; minorem vero, quàm vt ad eam, quæ vſque ad axē proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor; & in grauitate ad humidum proportionem habeat maiorem, quam exceſſus, quo quadratum, quod fit ab axe maius eſt quadrato, quod ab exceſſu, quo axis eſt maior, quam ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe: in humidum demiſſa adeo, vt baſis ipſius tota ſit in humido, & poſita inclinata, nec conuertetur ita, vt axis ipſius ſecundū perpendicularē ſit nec manebit inclinata, niſi quando axis cū ſuperficie humidi angulū fecerit æqualē angulo, ſimiliter vt prius, aſſumpto.

PROPOSITIO X.

REcta portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem, quàm vt ad eam, quæ vſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: in humidum demiſſa, ita vt baſis ipſius non contingat humidum: non nunquam quidem recta conſiſtet; nō nunquam inclinata: & interdum adeo inclinata, vt baſis ipſius in vno puncto contingat ſuperficiem humidi: idque in duabus diſpoſitionibus: interdu-

dum quidẽ ita, vt basis in humidum magis demergatur: interdum vero ita, vt superficiem humidi nullo modo contingat; secundum proportionem, quam habet ad humidum in grauitate. Eorum quæ dicta sunt, singula inferius demonstrabuntur.

Huius propositionis conclusionem, secundum eius quinque hypotheses, in quinque partes, siue conclusiones distribuit Archimedes: quæ sunt.

I. CONCLVSIO.

POrtionem propositam aliquando stare & rectam consistere.

II. CONCLVSIO.

SI portio ad humidum in grauitate minorem quidem proportionẽ habeat, quàm quadratum S B ad quadratum B D; maiorem vero, quã quadratum X O ad quadratum B D; demissa in humidum, adeo inclinata, vt basis ipsius non contingat humidum, inclinata consistet; ita vt basis superficiem humidi nullo modo contingat, & axis cum humidi superficie angulum faciat maiorem angulo. X

III. CONCLVSIO.

SI portio ad humidum in grauitate, eam habeat proportionem, quàm quadratum X O ad quadratum B D; demissa in humidum inclinata adeo, vt basis ipsius non contingat humidum; consistet, & manebit ita, vt basis in vno puncto humidi superficiem contingat: & axis cum superficie humidi angulum faciat angulo æqualem. X Quòd si portio ad humidum in grauitate eam proportionem habeat, quam quadratum P F ad quadratum B D; in humidum demissa, & posita inclinata adeo, vt basis ipsius non contingat humidum; consistet inclinata, ita vt basis in vno puncto humidi superficiem contingat: & axis cum ea faciat angulum angulo æqualem.

IIII CONCLVSIO.

SI portio ad humidum in grauitate maiorem quidem proportionem habeat, quam quadratum F P ad quadratum B D maiorem verò, quã quadratum X O ad B D quadratum; in humidum demissa, & inclinata adeo, vt basis ipsius non contingat humidum, consistet, & manebit ita, vt basis in humidum magis demergatur.

V. CONCLVSIO.

SI portio ad humidum in grauitate proportionem habeat minorem, quã quadratum F P ad quadratum B D: demissa in humidum, & posita inclinata adeo vt basis ipsius non contingat humidum: consistet inclinata, ita vt axis ipsius cum humidi superficie angulum faciat minorem angulo: & basis nullo modo superficiem humidi contingat.

EXO.

EXOTICA, SIVE EXTERNA.

QVAE hucusque retulimus, ea sunt Opera, quæ à fide dignis Scriptoribus Archimedis calamo exarata remansisse perhibentur. Plurimos autem alios admirandus ille Vir conscripsit libros, qui pertorum hominum dispendio iam periere, quorum tamen nõnullos Ioannes Zetzes Chil 2. hist. 25. se legisse videtur insinuare. Et horum quidem cùm mentionem faciant in Scriptis suis Auctores præstantissimi, eorumque sola memoria supersit, EXOTICA, sive EXTERNA appellantur a Rivalto, è quo desumpta ea hic apponere censuimus ordine, & numine, quo in catalogo ad dorsum frontispicy sunt notata.

DE ISOPERIMETRIS, SIVE DE FIGVRIS AEQVALIS AMBITVS.

Opus hoc ab aliquibus Archimedi, ab aliis verò, & veriùs, Theoni Alexandrino tribuitur. *Maurolicus in Præmio huius libri.*

DE CORONA, SIVE DE RATIONE INVENIENDAE MIXTIONIS.

ARchimedis verò cùm multa miranda inuenta, & varia fuerint, ex omnibus etiam infinita solertia, id, quod exponam videtur esse expressum nimiùm. Hiero enim Syracusis auctus regia potestate, rebus bene gestis, cùm auream coronam votiuam diis immortalibus in quodam fano constituisset ponendam, immani pretio locauit faciendam, & aurum ad sacoma appendit redemptori. Is ad tempus, opus manufactum subtiliter regi approbauit, & ad sacòma pondus coronæ visus præstitisse. Postea quã indicium est factum, dempto auro tantundem argenti in id coronariũ opus admixtum esse, indignatus Hiero se contemptum, neque inueniens qua ratione id furtũ deprehenderet, rogauit Archimedẽ, vt in se sumeret sibi de eo cogitationem. Tunc is, cùm haberet eius rei curam, casu venit in balneum, ibique cùm in solium descẽderet, animaduertit quantum corporis tui in eo insideret, tantũ aquæ extra solium effluere. Itaque cùm eius rei rationem explicationis offendisset, non est moratus, sed exiluit gaudio motus de solio, & nudus vadens domum versus, significabat clara voce inuenisse quod quæreret. Nam currens identidem Græcè clamabat *heureka, heureka!* Tum vero ex eo inuentionis ingressu duas dicitur fecisse massas, æquè pondere, qno etiam fuerat Corona, vnam ex auro, alteram ex argento. Cùm ita fecisset, vas amplum ad summa labra impleuit aqua, in quo demisit argenteã massam, cuius quanta magnitudo in vase depressa est, tantum aquæ effluxit. Ita exempta massa quanto minus factum fuerat refudit, sextario mensus, vt eodem modo quo priùs fuerat ad labra æqua. esset. Ita ex eo inuenit quantum ad certum pondus argenti certa aquæ mensura respondereret. Cum id expertus esset, tum auream massam similiter pleno vase dimisit, & ea exempta, eadẽ ratione mensura addita, inuenit ex aqua non tantum defluxisse, sed tantum minus, quantum minus magno corpore eodem pondere auri massa esset, quàm argenti. Postea vero repleto vase in eadem aqua ipsa corona demissa, inuenit plus aquæ defluxisse in coronam, quàm in auream eodem pondere massam: & ita ex eo, quod plus defluxerat aquæ in corona, quàm in massa, ratiocinatus, deprehendit argenti in auro mixtionem, & manifestũ furtũ redẽptoris.

DE COCHLEO.

Sentina porrò, licet profundissima, ab vno homine exhauriebatur cochleo, quod Archimedis inuentum fuit. *Athenæus, lib. 5.*

Et, quod est præ omnibus admirabile, illos aquarum effluxus exhauriunt Cochleis, quæ dicuntur Aegyptia, quæ Archimedes Syracusanus inuenit, quando in Aegyptum se contulit. Per hæc ergo continua successione aquam ad ostium vsque promouentes, fossæ locum exsiccant, aptumque ad operis suiextractationé præparant. Cum enim hoc instrumentum sit ingeniosius quàm fuerit credibile, facilé hac mirabili industria ingens vis aquarum euacuatur, & omnis fluuij affluxus ab imo ad superficiem vsque effunditur. Mirabitur verò iure meritissimo quis ingentium artificiorum, non solum in his Cochleis, sed in aliis quoque multis, & quidem maioribus, quæ toto Orbe celebrantur. De quibus speciatim, cum ad Archimedis ætatem peruenerimus, diligenter agemus. *Diodor. bibliothecæ lib. 5.*

DE HELICA.

Absolutam igitur eam partem in mare detrudi (Hiero) iussit & tantisper, dum fluctibus maderet, aitetam perfici. Ac in demittenda ea in aquam cum non minima esset ambiguitas, Archimedes machinarius eam forte demisit paucis instrumentis. Cùm enim præparasset helicem machinam, tam stupendum nauigium in mare detrusit. Primus ergo Archimedes inuenit organum, quod dictum est Helix. *Athenæus, Deipnosophistôn lib. 5.*

DE TRISPATO, SIVE TRISPASTO.

Qui fabricatus est multas mechanicas vires, Et Trispasto machinæ manu leuia, solaque Septem & mille modiorum attrahebat pondus. *Ioannes Zetzes Chiliad. 2.*

Aristion verò filius Pasicratis modestè occurit Patri, ingnoranti antiquam instrumenti fabricam: in veteri enim (ait) organi structura, non in cauitates laterum mouebatur, sed in antis affixis lateribus cauitates spirales habèntibus, sicut videre est in machinis ad hauriendas aquas accomodatis, quæ facillimè ex constitutione mouentur: neque vero rotæ concauæ sunt, sed super eminentes. Cum igitur mortariolis circa antas mouentur, & rotæ super eminent, mouentibus facillimè axibus, non impedientur, licèt funis manu trahatur, propterea enim Trispastum appellatur organum, quoniam tres aguntur funes, vnus quidem exterior, duo verò celati. Ista verò hucusque credibilia sunt. *Oribasius.*

DE INVENTIS ADVERSVS MARCELLI, ET APPII MACHINAS.

Verum vir ille (Archimedes) de quo antè diximus, tormentis ad quoduis interuallum mittendi tela præparatis, intentioribus quidem, & maioribus, qua ballistis, quaque grandibus catapultis procul inuadentes Romanos vulnerans, eo difficultatum adigebat, vt quo se verterent, nescirent. Vbi verò hæc tormenta vltra hostem tela mittere cæperunt, minoribus pro ratione præsentis interualli subinde vtens, vsque adeo Romanum confudit, vt impetum vllius, atque inuationem penitus impediret. Ad extremum M. Marcellus his difficultatibus circumuentus, clam silentio noctis naues propius admouere est coactus, quæ postquã intra teli iactum terræ appropinquasset, alium rursus apparatum aduersus eos, qui è nauibus dimicabant, idem vir præstruxerat. Murum crebris cauis ad humanæ staturæ modum, sed quæ extrinsecus palmares essent, aperuit: ibi sagittariis, ac scorpiunculis ab interiore parte appositis, per illos petens hostem, inutiles nauium Romanorum epibatas reddebat. Ex quo eueniebat, vt inimicos, & procul positos, & proximo stantes non solum quicquam eorum exequi vetaret, quæ proposuerant, sed eorum plurimos eorum occideret. Porrò vbi sambucas conarentur erigere, tormenta per totum murum disposuerat, quæ reliquo tempore non apparebant: verùm, quando opus erat ab interiore parte supra mœnia se attollebant, & longè vltra propugnacula vltimo suo rostro prominebant. Horum alia non minora decem pondo saxa gestabant: alia, plum-

plumbi libramenta: quando igitur appropinquabant sambucę, tum enimuero tormẽtorum illorum rostra funę carchesio per machinam schasteriam circumacta, prout postulabat vsus, saxum in frabicam demittebant. Ita fiebat, vt non machina dumraxat contingeretur, sed & nauis quoque ipsa, & qui in ea essent, grauissimè periclitarentur. Erant rursus alia machinamenta, quæ in hostes inuadentes, & pluteis munitos, atq; eorum ope aduersus telà è muro missa tutos, trabes, saxaque ita commensuratè librabant, vt dimicantes in prora fugere cogerent. Simul etiam manum ferream catena religatam demittebant, per quam is, qui rostra machinarum velut nauis gubernacula regebat, vbi prehendisset proræ partem, quæ prehendi commodè poterat, machinę caldem (quæ erat pars altera eius intra mœnia) deorsum adducebat: postquã autem prora in altum subiata nauigium in puppim erexerat, machinarum proras immotas reddebat: manum vero, & catenam tunc ope schasteriæ è machina eximebat; quo facto pars nauium in latus concidebat, pars in os vertebantur: pleræque prora ex alto deiecta demersæ maris aqua pariter ac tumultu complebantur. Hisce Archimedis inuentis cùm ad consilii inopiam redigeretur Marcellus, quumque sua omnia incœpta ab oppidanis eludi, non absque damno suo, & opprobrio videret, etsi casũ hunc inquo animo ferebat, tamen facta propria subsannans, Archimedem, dixit, nauibus suis, ceu trullis aquam haurire: Sambucas vero suas colaphis percussas, ceu fœdere exclusas cum ignominia è compotatione esse eiectas. Ac mari quidem tentatæ oppugnationis exitus hic fuit. Sed & Appius cum in eadem difficultates incidisset, incœpto desistit cuius milites dum adhuc longius aberant, petrarijs, & catapultis icti concidebantur: erat namque telorum apparatus tam copia, quàm vsu, atque efficacia admirabilis; vtpote ad quem Rex Hiero sumptus præbuerat, industriam verò, atque inuentionem Archimedes, operum illorum architectus, & opifex. Vbi verò proprius murum subibant Appij milites, alij è fenestris muralibus, de quibus ante dictum, contritis vulneribus accepris accessu prohibebantur: alij, qui pluteis tecti vi conabantur irrumpere, quà saxis, quà trabibus recta in caput immissis trucidabãtur. Afficiebat & ille è machinis manus, de quibus antè diximus, damnũ haud mediocre. *Polybius.*

DE SPECVLIS VSTORIIS.

Hoc vtiqmodo aiunt, puto, Archimedem per comburentia specula hostium triremes incendisse. Succenditur vero facile à comburente speculo & lana, & stuppa, & elliychniũ, & ferula, & quidquid denique similiter est aridum, & rarum. *Galen. lib. 3. Peri Krasεon.*

Cum autem Marcellus remouisset illas ad iactum arcus, Hexagonum aliquod speculum frabricauit senex. A distantia autem commensurati speculi Parua talia specilla cum posuisset quadrupla angulis, Quæ mouebantur laminis, quibusdam sculpturis, Medium illud potuit radiorum Solis. Australis, & æstualis, & hiemalis Refractis deinceps in hoc radijs Exarsio sublata est formidabilis ignita nauibus, Et has in cineres redegit longitudine arcus iactus *Zetzes Chil. 2, histor. 35.*

DE MACHINIS AERE ET AQVA MOVENTIBVS.

- - - Spiritalem, aquarumque specimina, Idque ex Senis libris Archimedis. *Zetzes, Chiliad. 2. histor. 35.*

SPecta portentosissimam Archimedis munificentiam, organum hydraulicum dico, tot membra, tot partes, tot compagines, tot itinera vocum, tot compendia sonorum, tot commercia modorum, tot acies tibiarum: & vna moles erant omnia. *Tertullianus, de Anim.*

DE

DE CONFECTIONE SPHAERAE MATERIALIS.

Versus Claudiani.

Iura poli, rerumque fidem, legesque Deorum
Ecce Syracusius transtulit arte senex.
Inclusus variis famulatur spiritus astris,
Et vivum certis motibus urget opus.
Percurrit proprium mentitus Signifer annum,
Et simulata novo Cynthia mense redit.
Luxuriam volucris audax industria Mundi
Gaudet, & humana sydera mente regit.

ARCHIMEDIS OPERVM OMNIVM, QVAE EXTANT.

FINIS.

REGISTRVM.

✣ A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z

Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii KK Ll Mm Nn Oo Pp Qq Rr.

Omnes sunt Duerniones præter primum folium, necnon ✣ Mm cum sequentibus, qui sunt tantùm phylurę.

PANORMI

Apud D. Cyllenium Hesperium, Cum Licentia Superiorum,

SVB SIGNO AVREAE CONCHAE.

Sumptibus ANTONINI GIARDINAE Bibliopolæ Panormitani, 1685.

A01 1462499

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google